

11. Auflage



HOLZBAU-TASCHENBUCH

Bemessungsbeispiele nach Eurocode 5

Mandy Peter
Claus Scheer

M. Peter, C. Scheer
Holzbau-Taschenbuch

11. Auflage

Holzbau-Taschenbuch

Bemessungsbeispiele nach Eurocode 5

Mandy Peter
Claus Scheer

Dr.-Ing. Mandy Peter
bauart Konstruktions GmbH & Co. KG
Beratende Ingenieure für das Bauwesen (VBI)
Büro München
Destouchesstraße 65
80796 München

Professor Dipl.-Ing. Claus Scheer
Mattersburger Weg 13
13465 Berlin

Titelbild: Dachstuhl, Harald Lange NaturBild/Fotolia

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2015 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG,
Rotherstraße 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Fotokopie, Mikrofilm oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden.

All rights reserved (including those of translation into other languages). No part of this book may be reproduced in any form – by photoprinting, microfilm, or any other means – nor transmitted or translated into a machine language without written permission from the publisher.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie als solche nicht eigens markiert sind.

Umschlaggestaltung: Sonja Frank, Berlin
Herstellung: pp030 – Produktionsbüro Heike Praetor, Berlin
Druck + Bindung: Strauss GmbH, Mörlenbach

Printed in the Federal Republic of Germany.
Gedruckt auf säurefreiem Papier.

11. Auflage

Print ISBN: 978-3-433-03082-0
ePDF ISBN: 978-3-433-60481-6
eBook ISBN: 978-3-433-60480-9

Vorwort

Der Baustoff Holz, mit dem alles Bauen begonnen hat, wird heute mit den Begriffen wie ressourcensparendes, umweltgerechtes und nachhaltiges Bauen verknüpft. In Zeiten, in denen die Gesellschaft höchste ökologische und ökonomische Ansprüche an das Bauen stellt, kommen im Holzbau sowohl traditionelle Bauarten als auch moderne innovative Konstruktionen zur Ausführung. Dieser Entwicklung wird, wie auch schon mit der vergangenen Fassung der DIN 1052, ebenso mit dem Eurocode 5 Rechnung getragen. Dieses Normenwerk stellt zusammen mit dem Nationalen Anhang Bemessungs- und Konstruktionsregeln für Holzbauten nach dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept zur Verfügung.

Hauptziel des Bandes „Bemessungsbeispiele“ ist es, dem Anwender die Einarbeitung in die Berechnung und Bemessung von Holzkonstruktionen nach dem Eurocode 5 zu erleichtern. In der Einführung des Buches wird auf die wesentlichen Grundlagen und Neuerungen in den Berechnungsvorschriften der neuen DIN EN 1995-1-1 eingegangen und die Bemessung für den Brandfall nach der DIN EN 1995-1-2 erläutert. Der Hauptteil enthält Berechnungsbeispiele zu den vier Themengebieten Stäbe und Stabwerke, Verbindungen und Anschlüsse, Holzkonstruktionen sowie Bemessung für den Brandfall. Die Berechnung der Beispiele wird zum Teil sehr detailliert durchgeführt und soll nicht als absolut notwendige Nachweisführung für alle praktischen Aufgaben verstanden werden. Vielmehr werden anhand zahlreicher Beispiele die Möglichkeiten der Bemessung nach der neuen DIN EN 1995-1-1 sowie dem Nationalen Anhang aufgezeigt.

Dieses Buch soll gleichermaßen Lehrenden und Studierenden sowie Planern und Ingenieuren als praktischer Leitfaden dienen. Zahlreiche Abbildungen veranschaulichen die Zusammenhänge zwischen Bemessung und Konstruktion. Durch Verweise zu den entsprechenden Abschnitten und Formeln der Norm wird die Einarbeitung in den Eurocode 5 erleichtert.

Anregungen und Hinweise sind unsererseits erwünscht und werden sehr begrüßt.

Dezember 2014

Mandy Peter und Claus Scheer

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Tabellenverzeichnis	X
Abbildungsverzeichnis	X
Formelzeichen	XI
Einführung in den Eurocode 5 „Holzbau“	
1 Allgemeines	1
2 Holz und Holzwerkstoffe	1
2.1 Vollholz	1
2.2 Brettschichtholz	3
2.3 Balkenschichtholz	4
2.4 Holzwerkstoffe	4
3 Verbindungen und Verbindungsmittel im Holzbau	4
4 Grundlagen der Bemessung im Holzbau	4
4.1 Einwirkungen	7
4.2 Schnittgrößen und Verformungen	9
4.3 Bemessungswerte der Beanspruchungen	11
4.4 Tragwiderstände	12
5 Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit	20
5.1 Zug	20
5.2 Druck	20
5.3 Biegung	22
5.4 Normalkraft und Biegung	23
5.5 Schub	23
5.6 Nachweis für Stäbe nach dem Ersatzstabverfahren	23
6 Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit	24
7 Nachweis der Tragfähigkeit von Verbindungen	25
7.1 Allgemeines	25
8 Bemessung von Holzbauteilen und Verbindungen für den Brandfall	29
8.1 Einführung	29
8.2 Brandschutzbemessung von Holzbauteilen nach DIN 1995-1-2	29
8.3 Brandschutzbemessung von Verbindungen nach DIN 1995-1-2	32

Bemessungsbeispiele nach DIN EN 1995-1-1 und DIN EN 1995-1-2

A Stäbe und Stabwerke

A.1	Stäbe unter Normalkraftbeanspruchung	
A.1.1	Zugbemessung	39
A.1.2	Einteiliger Druckstab	42
A.1.3	Zweiteiliger Rahmenstab mit Zwischenhölzern	44
A.1.4	Dreiteiliger Rahmenstab mit Bindehölzern	51
A.1.5	Gelenkig gelagerter Gitterstab	58
A.2	Stäbe unter Biegebeanspruchung	
A.2.1	Einfeldbalken	65
A.2.2	Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt	69
A.2.3	Zusammengesetzter Biegestab	74
A.2.4	Koppelpfette	84
A.2.5	Gerberpfette	90
A.2.6	Genagelter Hohlkastenträger	97
A.2.7	Geleimter Doppel-T-Träger	107
A.3	Stäbe unter kombinierter Beanspruchung	
A.3.1	Eingespannte Stütze	114
A.4	Ausklinkungen und Durchbrüche	
A.4.1	Ausgeklinkter Träger	121
A.4.2	Brettschichtholzträger mit Durchbrüchen	124
A.5	Satteldach und gekrümmte Träger	
A.5.1	Satteldachträger mit geradem Untergurt	130
A.5.2	Satteldachträger mit gekrümmtem Untergurt	138
A.5.3	gekrümmter Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt	146

B Verbindungen und Anschlüsse

B.1	Zimmermannsmäßige Verbindungen	
B.1.1	Einfacher Versatz	153
B.1.2	Doppelter Versatz	157
B.1.3	Schwellenanschluss	162
B.2	Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln	
B.2.1	Genagelter Zugstoß	164
B.2.2	Zugstoß mit Dübeln besonderer Bauart	169
B.2.3	Fachwerkknoten – Zweischnittige Verbindung mit Stabdübeln	174
B.2.4	Fachwerkknoten – Einschnittige Verbindung mit Nägeln	179
B.2.5	Hirnholzanschluss mit Dübeln besonderer Bauart	184
B.2.6	Haupt-/Nebenträgeranschluss mit geneigt angeordneten Schrauben	187
B.2.7	Queranschluss	191
B.2.8	Koppelpfettenanschluss	200
B.2.9	Gerbergelenkanschluss	204
B.2.10	Firstgelenk	212
B.2.11	Gedübelte Rahmenecke	216

B.3	Geklebte Verbindungen	
B.3.1	Keilgezinkte Rahmenecke	221
B.3.2	Eingespante Stütze mit eingeklebten Stahlstäben	224

C Holzkonstruktionen

C.1	Dächer	
C.1.1	Sparrendach	229
C.1.2	Verschiebliches Kehlbalkendach	256
C.2	Spezielle Holzkonstruktionen	
C.2.1	Fachwerkträger – Dreiecksbinder	275
C.2.2	Wind- und Aussteifungsverbände für Biegeträger	299
C.2.3	Holztafelement – Wandtafel	316

D Bemessung für den Brandfall

D.1	Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt für den Brandfall (R30)	325
D.2	Gelenkig gelagerte Stütze für den Brandfall (R30)	329
D.3	Zweischnittige Zugverbindung mit Stabdübeln für eine Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten	334
D.4	Anschluss mit innenliegendem Stahlblech und Stabdübeln für eine Feuerwiderstandsdauer von 60 Minuten	341

Literaturverzeichnis	343
-----------------------------	------------

Tabellenverzeichnis

Tab. 1:	Zuordnung von Nadel- und Laubholzarten zu Sortierklassen nach DIN 4074 und Festigkeitsklassen nach DIN EN 338 entsprechend DIN EN 1912	2
Tab. 2:	Stand der Normung zu Einwirkungen auf Tragwerken	8
Tab. 3:	Teilsicherheitsbeiwerte γ_F für das Nachweiskriterium des Tragwerksversagens	8
Tab. 4:	Rechenwerte der Verschiebungsmoduln K_{ser} in N/mm je Scherfuge für stiftförmige Verbindungsmittel	10
Tab. 5:	Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte für homogenes Brettschichtholz der Festigkeitsklassen GL20h bis GL32h nach DIN 14080 Tabelle 5	14
Tab. 6:	Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte für kombiniertes Brettschichtholz der Festigkeitsklassen GL20c bis GL32c nach DIN 14080 Tabelle 4	15
Tab. 7:	Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte für Nadelholz und Laubholz nach DIN EN 338 Tabelle 1	16
Tab. 8:	Modifikationsbeiwerte k_{mod} für ausgewählte Holzbaustoffe	16
Tab. 9:	Zuordnung von Nutzungsklassen	17
Tab. 10:	Verwendbarkeit von Holz und Holzwerkstoffen in den Nutzungsklassen (NKL)	18
Tab. 11:	Kombinationsbeiwerte $\psi_{0,i}$ und $\psi_{2,i}$ für im Holzbau häufig vorkommende Einwirkungen	24
Tab. 12:	Feuerwiderstandsdauer ungeschützter Verbindungen mit Seitenteilen aus Holz nach DIN EN 1995-1-2	33
Tab. 13:	Erhöhung a_{fi} zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten nach DIN EN 1995-1-2, Gleichung (6.1)	34
Tab. 14:	Maximale Gültigkeitsdauer ungeschützter Verbindungen nach DIN EN 1995-1-2, Abschnitt 6.2.2.1 (3)	34

Abbildungsverzeichnis

Bild 1:	a) Aufbau eines homogenen Brettschichtholzträgers GL h b) Aufbau eines kombinierten Brettschichtholzträgers GL c	3 3
Bild 2:	Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit für Holzbauteile und Verbindungen	6
Bild 3:	Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	7
Bild 4:	Definition der Formelzeichen nach DIN EN 1995-1-1	12
Bild 5:	Bemessungswert der Druckfestigkeit von Vollholz der Festigkeitsklasse C24 in Abhängigkeit der Kraft- zur Faserrichtung (NKL 1 und 2, KLED mittel)	22
Bild 6:	Versagensfälle zweischnittiger auf Abscheren beanspruchter Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln	25
Bild 7:	Vergleich des genauen Verfahrens nach DIN EN 1995-1-1 (Johansen) mit dem vereinfachten Verfahren nach DIN EN 1995-1-1/NA	26
Bild 8:	Definition von verbleibendem und ideellem Restquerschnitt am Beispiel dreiseitiger Brandbeanspruchung	30
Bild 9:	Ablauf der Brandschutzbemessung von Holzbauteilen nach DIN EN 1995-1-2	32

Formelzeichen

Große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche (cross sectional area); Anschlussfläche; Faktor
E	Elastizitätsmodul (elastic modulus)
F	Kraft (force); Einzellast
G	Schubmodul; ständige Einwirkung
I	Flächenmoment 2. Grades (moment of inertia)
K	Verschiebungsmodul; Federsteifigkeit; Steifigkeit einer Einzelabstützung
M	Moment (moment); Biegemoment (bending moment)
N	Normalkraft (normal force)
Q	veränderliche Einwirkung; Ersatzlast
R	Widerstand (resistance); Tragwiderstand; Tragfähigkeit
T	Torsionsmoment (torsional moment); Schubkraft
V	Querkraft
X	Baustoffeigenschaft allgemein

Kleine lateinische Buchstaben

a	geometrische Größe allgemein; Abstand; Feldlänge
b	Querschnittsbreite; Querschnittsdicke; Breite eines Bauteiles; Trägerbreite; lichter Abstand
c	Abstand bei Ausklinkungen
d	Platten- oder Scheibendicke; Durchmesser (diameter) stiftförmiger Verbindungsmittel; Durchmesser von Stahlstäben; Lochdurchmesser
e	Ausmitte; Mittenabstand (eccentricity)
f	Festigkeit
h	Querschnittshöhe (cross-sectional height); Querschnittsdicke; Tragwerkshöhe; Rahmenstielhöhe; Einlass-/Einpresstiefe von Dübeln besonderer Bauart
i	Trägheitsradius (radius of inertia)
k	Beiwert; Systembeiwert; Hilfsgröße allgemein
ℓ	Länge (length) allgemein; Spannweite; Feldlänge; Eindringtiefe bei Verbindungsmitteln; Abstand
m	Anzahl (Hilfsgröße); bezogenes Moment (moment)
n	Anzahl; bezogene Normalkraft (normal force)
q	Gleichstreckenlast
r	Radius (radius) allgemein; Ausrundungsradius; Krümmungsradius
s	Schneelast (snow load); Abstand (spacing) von Verbindungsmitteln bei kontinuierlicher Verbindung
t	Dicke (thickness) allgemein; Lamellendicke in Brettschichtholz; Einschnitttiefe; Schubfluss
u, v, w	Verformung; Durchbiegung; Überhöhung in Richtung der Koordinaten
x, y, z	Koordinaten, insbesondere bei Flächentragwerken

Griechische Buchstaben

α	Winkel; Verhältniswert
β	Winkel; Knicklängenbeiwert; Hilfsgröße; Verhältniswert
γ	Teilsicherheitsbeiwert; Abminderungsbeiwert; Winkel; Gleitung
$\square$	Dachneigungswinkel; Strebenneigungswinkel
η	Hilfsgröße; Beiwert
λ	Schlankheitsgrad

μ	Reibungskoeffizient; Beiwert
ρ	Rohdichte
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung; Torsionsspannung; Rollschubspannung
φ	Winkel der Schrägstellung
ψ	Beiwert

Fußzeiger

G	ständige Einwirkung
H	Hirnholz
M	Material (material), Baustoff; Biegemoment (bending moment)
G	veränderliche Einwirkung
R	Tragwiderstand (resistance); Rollschub (roll shear)
V	Querkraft
Z	Zapfen
b	Bolzen (bolt); Passbolzen
c	Druck (compressive); Knicken; Dübel besonderer Bauart
d	Bemessungswert (design value); Durchbruch in Biegestäben
e	Einlasstiefe/Einpresstiefe bei Dübeln besonderer Bauart
f	Gurt
g	Gruppe (von Verbindungsmitteln) (group of fasteners)
h	Lochleibung (haunch)
i-ter	Querschnittsteil
j	Verbindung
k	charakteristischer Wert; Klebfuge; Kraglänge
l	Lastverteilung (load distribution)
m	Biegung (bending); Kippen
n	netto
o	oben
p	Querspannung; Nagelspitze
r	Rippe (bei Tafeln) (rib); Reihe (bei Anschlussbildern) (row); Rand
s	Spalte (bei Anschlussbildern)
t	Zug (tensile); Torsion (torsional)
u	Bruchzustand (ultimate); unten
v	Schub; Verbindungsmittel; Vorholz; Versatz
w	Steg (web)
y	Fließgrenze (yield)
ad	Haftung (adhesive); Verankerung
ap	First
ax	in Richtung (axial) der Stiftachse
ef	wirksam (effective)
in	innerer (inner)
la	rechtwinklig zur Stiftachse
fin	Endwert (final value)
inf	unterer Wert
lam	Lamelle (lamella)
max	größter Wert (maximum value)
min	kleinster Wert (minimum value)
mod	Modifikation (modification)
nom	Nennwert (nominal value)

red	abgeminderter Wert (reduced value); Abminderung (reduction)
rel	bezogen (relative)
req	erforderlicher Wert (required value)
ser	Gebrauchszustand (state of service)
tor	Torsion (torsional)
tot	gesamt (total)
crit	kritisch (critical)
inst	Anfangswert (instant value)
mean	mittlerer Wert (mean value)
0	in Faserrichtung; Bezugswert; lastfreier Zustand
90	rechtwinklig zur Faserrichtung
α	Winkel zur Faserrichtung
05	5%-Quantil

Einführung in den Eurocode 5 „Holzbau“

1 Allgemeines

Im Jahre 2012 wurden die Eurocodes in Deutschland bauaufsichtlich eingeführt. Der Eurocode 5 regelt die Bemessung und Konstruktion von Holzbauten. Der Teil 1-1 als DIN EN 1995-1-1 „Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau“ regelt dabei eine Bemessung von Holzkonstruktionen unter Normaltemperaturen. Er ist zusammen mit dem Nationalen Anhang (NA) anzuwenden, der die national festgelegten Parameter enthält. Es handelt sich hierbei um nationale sicherheitsrelevante Parameter, deren Festlegung den einzelnen Mitgliedsstaaten obliegt. Diese national festzulegenden Parameter (en: Nationally Determined Parameter, NDP) umfassen alternative Nachweisverfahren und Angaben einzelner Werte, sowie die Wahl von Klassen aus gegebenen Klassifizierungssystemen. Darüber hinaus enthält der Nationale Anhang zusätzliche, DIN EN 1995-1-1 nicht widersprechende Regelungen und Erläuterungen (en: Non-contradictory Complementary Information, NCI), die nach dem Leitpapier L „Anwendung der Eurocodes“ der Europäischen Kommission zulässig sind.

Wie bereits die DIN 1052:2008-12 basiert auch der Eurocode 5 auf einem Konzept der Bemessung mit Teilsicherheiten. Mit diesem sogenannten semiprobabilistischen Sicherheitskonzept sind Nachweise für die Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit zu führen.

2 Holz und Holzwerkstoffe

Die DIN EN 1995-1-1 stellt Bemessungsregeln für eine Vielzahl von Vollholzprodukten sowie Holzwerkstoffen bereit. Folgende Holzarten und Holzwerkstoffe sind über die Norm geregelt:

- Vollholz, Brettschichtholz und Balkenschichtholz
- Furnierschichtholz, Brettsperrholz, Sperrholz, OSB-Platten, kunstharzgebundene Spanplatten, zementgebundene Spanplatten, Faserplatten und Gipskartonplatten.

2.1 Vollholz

Vollholz kann Nadel- oder Laubschnittholz sein. Seit dem 1. Januar 2012 ist Bauschnittholz für tragende Zwecke mit dem CE-Zeichen entsprechend DIN EN 14081-1 zu kennzeichnen. In der CE-Kennzeichnung ist die Festigkeitsklasse nach DIN EN 338 anzugeben. Das Bauschnittholz muss nach einem visuellen oder maschinellen Sortierverfahren festigkeitssortiert sein. Die visuelle Sortierung erfolgt in Deutschland für Nadelholz nach der DIN 4074-1 „Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit – Teil 1: Nadelschnittholz“ und für Laubholz nach DIN 4074-5 „Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit – Teil 5: Laubholz“. Die maschinelle Sortierung wird nach der DIN EN 14081-4 „Holzbauwerke – Nach Festigkeit sortiertes Bauholz für tragende Zwecke mit rechteckigem Querschnitt – Teil 4: Maschinelle Sortierung – Einstellungen von Sortiermaschinen für maschinenkontrollierte Systeme“ durchgeführt. Bei der Anwendung von Bauschnittholz in Tragwerken ist in Deutschland zusätzlich die DIN 20000-5 „Anwendung von Bauprodukten in Bauwerken – Teil 5: Nach Festigkeit sortiertes Bauholz für tragende Zwecke mit rechteckigem Querschnitt“ zu beachten. In dieser Norm sind die in Deutschland anwendbaren Holzarten aufgeführt. Darüber hinaus

ist in dieser Norm festgelegt, dass nur trocken sortiertes Holz verwendet werden darf oder das Holz entsprechend nachsortiert werden muss.

Die Zuordnung der Sortierklassen zu den Festigkeitsklassen erfolgt über die DIN EN 1912. Anderenfalls werden die charakteristischen Werte nach einem Prüfverfahren gemäß DIN EN 384 bestimmt. In DIN EN 338 werden charakteristische Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte für Nadelholz (C - coniferous wood) angegeben. Die Bezeichnungen für Nadelhölzer in den Regelwerken haben sich im Laufe der Jahre von Güteklassen über Sortierklassen zu Festigkeitsklassen geändert. Eine Zuordnung zwischen den einzelnen Klassen ist in Tab. 1 zusammengestellt. Auffällig ist die weitaus größere Vielfalt der jetzt möglichen Festigkeitsklassen – es kann aus zwölf verschiedenen Klassen für Nadelholz sowie sechs für Laubholz gewählt werden. Zu beachten ist jedoch, dass dies sämtliche in Europa erhältlichen Klassen sind. National sind die Festigkeitsklassen C24 und C30 üblich. C35 ist bereits nur in eingeschränkten Querschnittsmaßen erhältlich. Maschinensortiertes Holz der Festigkeitsklasse C40 kann derzeit nur in Lamellendicken bis 55 mm festigkeitssortiert werden und ist somit überwiegend für die Brettschichtholzherstellung relevant. Eine Variante zur Qualitätssteigerung des Vollholzes stellt das Konstruktionsvollholz (KVH) dar. Gegenüber Vollholz aus Nadelholz erfüllen diese Hölzer das zusätzliche Kriterium einer begrenzten Holzfeuchte von 18%. Konstruktionsvollholz ist technisch getrocknet und zeichnet sich daher durch geringe Formänderungen im eingebauten Zustand aus. Schwachstellen, wie beispielsweise Äste, werden im Zuge der Sortierung erkannt und herausgeschnitten. Die anschließende Verbindung der Teilstücke erfolgt mittels Keilzinkenstoß. Als charakteristische Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte gelten die Werte für Nadelvollholz.

Tab. 1: Zuordnung von Nadel- und Laubholzarten zu Sortierklassen nach DIN 4074 und Festigkeitsklassen nach DIN EN 338 entsprechend DIN EN 1912

Holzart	Sortierklasse nach DIN 4074	Festigkeitsklasse nach DIN EN 338
Nadelholz		
Douglasie (PSMN)	S7	C16
Lärche (LADC)		
Tanne (ABAL)		
Fichte (PCAB)		C18
Kiefer (PNSY)		
Douglasie (PSMN)	S10	C24
Fichte (PCAB)		
Kiefer (PNSY)		
Lärche (LADC)		
Tanne (ABAL)		
Fichte (PCAB)	S13	C30
Kiefer (PNSY)		
Lärche (LADC)		
Tanne (ABAL)		
Douglasie (PSMN)		C35
Laubholz		
Eiche (QCXE)	LS10	D30
Ahorn (ACCM)	LS10 und höher	
Buche (FASY)		D35
Esche (FXEX)		D40
Buche (FASY)	LS13	D40

2.2 Brettschichtholz

Je nach Lamellenaufbau wird zwischen homogenem (Index h) und kombiniertem (Index c) Brettschichtholz (GL) unterschieden. Bei homogenem Brettschichtholz bestehen alle Brettlamellen aus derselben Festigkeitsklasse. Bei kombiniertem Brettschichtholz gehören die inneren und die äußeren Brettlamellen unterschiedlichen Festigkeitsklassen an. Die Anzahl der äußeren Brettlamellen muss dabei in Abhängigkeit der angestrebten Festigkeitsklasse einem in DIN EN 14080 vorgegebenen Anteil entsprechen. Sie muss jedoch für Brettschichtholz mit mehr als 10 Lamellen mindestens zwei Lamellen und für Brettschichtholz mit bis zu 10 Lamellen mindestens eine Lamelle umfassen. Für einige Festigkeitsklassen ist dabei der Einbau eines weiteren abgestuften Zwischenbereiches zwischen dem Kern- und dem Randbereich zulässig.

Durch den Aufbau des kombinierten Brettschichtholzes wird der Tatsache Rechnung getragen, dass für den häufig auftretenden Fall der Biegebeanspruchung des Trägers die äußeren Lamellen die größten Biegedruck- bzw. Biegezugspannungen erhalten. Charakteristische Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte sind in DIN EN 14080 „Holzbauwerke - Brettschichtholz und Balkenschichtholz - Anforderungen“ angegeben. Es ist festgelegt, welchen Festigkeitsklassen die Lamellen angehören müssen, um eine bestimmte Brettschichtholzfestigkeitsklasse zu erreichen. Die Biegefestigkeit des Brettschichtholzes ist in der Regel kleiner als die entsprechende Festigkeit der Vollholzlammellen. Dies liegt zum einen am Einfluss der Keilzinkungen, welche, ähnlich wie Äste, eine Schwachstelle im Brettschichtholzbauteil darstellen. Zum anderen nimmt die Festigkeit mit zunehmender Bauteilhöhe ab. Die Bezugshöhen der Festigkeiten sind für Vollholz mit 150 mm und für Brettschichtholz mit 600 mm definiert. Daher darf die Biegefestigkeit eines Brettschichtholzbauteils bei einer Querschnittshöhe h bis 600 mm und Flachkant-Biegebeanspruchung der Lamellen mit dem Faktor k_h multipliziert werden. Dabei ergibt sich je nach vorhandener Höhe eine Festigkeitssteigerung von bis zu 10%. Höhen kleiner als 300 mm bewirken keine zusätzliche Steigerung der Festigkeit. Bei Hochkant-Biegebeanspruchung der Lamellen von homogenem Brettschichtholz aus mindestens vier nebeneinander liegenden Lamellen darf die Biegefestigkeit um 20% vergrößert werden.

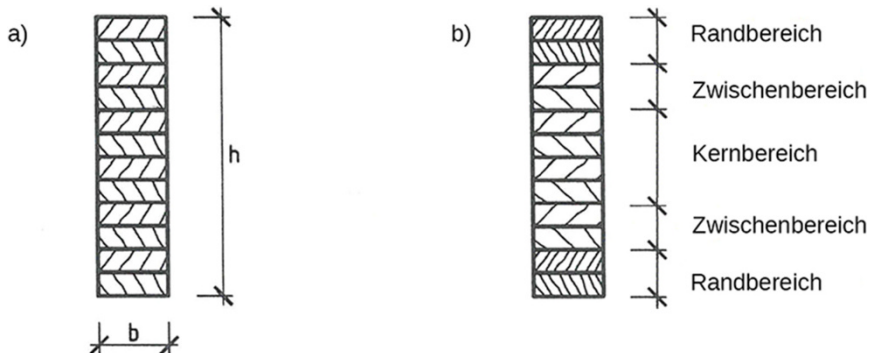


Bild 1: a) Aufbau eines homogenen Brettschichtholzträgers GL h
b) Aufbau eines kombinierten Brettschichtholzträgers GL c

2.3 Balkenschichtholz

Balkenschichtholz besteht aus zwei oder drei flachseitig miteinander verklebten Einzelhölzern gleicher Querschnittsmaße aus Nadelholz. Diese sind so anzuordnen, dass die widerstandsfähigeren kernnahen Seiten nach außen gerichtet sind. Balkenschichthölzer werden wie Brettschichtholz in DIN EN 14080 geregelt.

2.4 Holzwerkstoffe

Durch den Herstellungsprozess können die mechanischen Eigenschaften von Holzwerkstoffen positiv beeinflusst werden. Das Zerkleinern und anschließende Zusammenfügen bewirkt eine Vergleichmäßigung der richtungsabhängigen Holzeigenschaften. Die Fasern werden richtungsorientiert zusammengefügt, so dass sich für die meisten Holzwerkstoffplatten unterschiedliche Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften in Plattenlängs- und -querrichtung ergeben. Die Einzelstücke bzw. -schichten werden durch Verkleben schubfest miteinander verbunden. Daher werden die Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte in Abhängigkeit der Orientierung der Späne bzw. Furniere angegeben.

3 Verbindungen und Verbindungsmittel im Holzbau

Der Eurocode 5 gibt Bemessungsvorschriften für eine Vielzahl von Verbindungen an. Im Einzelnen sind in der DIN EN 1995-1-1 folgende Arten von Verbindungen geregelt:

- Verbindungen mit stiftförmigen metallischen Verbindungsmitteln, wie Nägel, Stabdübel, Passbolzen, Bolzen, Gewindestangen, Holzschrauben und Klammern
- Verbindungen mit Dübeln besonderer Bauart
- Verbindungen mit Nagelplatten
- Gelebte Verbindungen, wie Schraubenpressklebung, Verbindungen mit eingeklebten Stahlstäben, geklebte Tafелеlemente, Universal-Keilzinkenverbindungen, Schäftungsverbindungen und Verbundbauteile aus Brettschichtholz sowie
- Zimmermannsmäßige Verbindungen, wie Versätze, Zapfen und Holznagelverbindungen

4 Grundlagen der Bemessung im Holzbau

In diesem Abschnitt werden allgemeine Grundlagen zur Bemessung von Holzbauwerken nach der DIN EN 1995-1-1 zusammengestellt. Dazu zählen die prinzipielle Vorgehensweise der Nachweisführung nach dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept, einschließlich der Ermittlung der bemessungsmaßgebenden Einwirkungen, Schnittgrößen und Verformungen sowie der Tragwiderstände. Bemessungsregeln, die spezielle Konstruktionen betreffen, wie beispielsweise gekrümmte Träger, Träger veränderlicher Höhe, Fachwerke, Holztafeln etc., werden im Abschnitt Bemessungsbeispiele an den jeweiligen Beispielen erläutert.

Bei der Bemessung von Holzbauteilen nach DIN EN 1995-1-1 wird zwischen Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sowie im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit unterschieden. Der Nachweis der Tragfähigkeit basiert auf einer Gegenüberstellung von Be-

anspruchungen und Widerständen. Bei Holzbauteilen wird dieser Vergleich über Spannungen, bei mechanischen Verbindungen über Kräfte geführt. Das Prinzip der Bemessung ist für Bauteile und Verbindungen identisch. Aus den Einwirkungen sind am statischen System Schnittgrößen zu ermitteln. Bei Holzbauteilen ergeben diese dividiert durch die jeweiligen Querschnittswerte Spannungen und bei den Verbindungen Kräfte als Bemessungswerte der Beanspruchungen E_d . Diese sind dem Bemessungswert der Tragfähigkeit gegenüberzustellen. Der Bemessungswert der Tragfähigkeit R_d ergibt sich aus dem charakteristischen Wert der Tragfähigkeit dividiert durch den Teilsicherheitsbeiwert des Materials γ_M und multipliziert mit dem Modifikationsbeiwert k_{mod} . Der charakteristische Wert der Tragfähigkeit entspricht bei Holzbauteilen der charakteristischen Baustoffeigenschaft f_k bei Verbindungen der Kraft der charakteristischen Verbindungstragfähigkeit R_k . Bei der Ermittlung der Tragfähigkeit von Holzbauteilen sind ggf. tragfähigkeitsmindernde Einflüsse über Beiwerte k zu berücksichtigen.

Das allgemeine Verfahren der Bemessung von Holzbauteilen und Verbindungen ist in Bild 2 zusammengestellt.

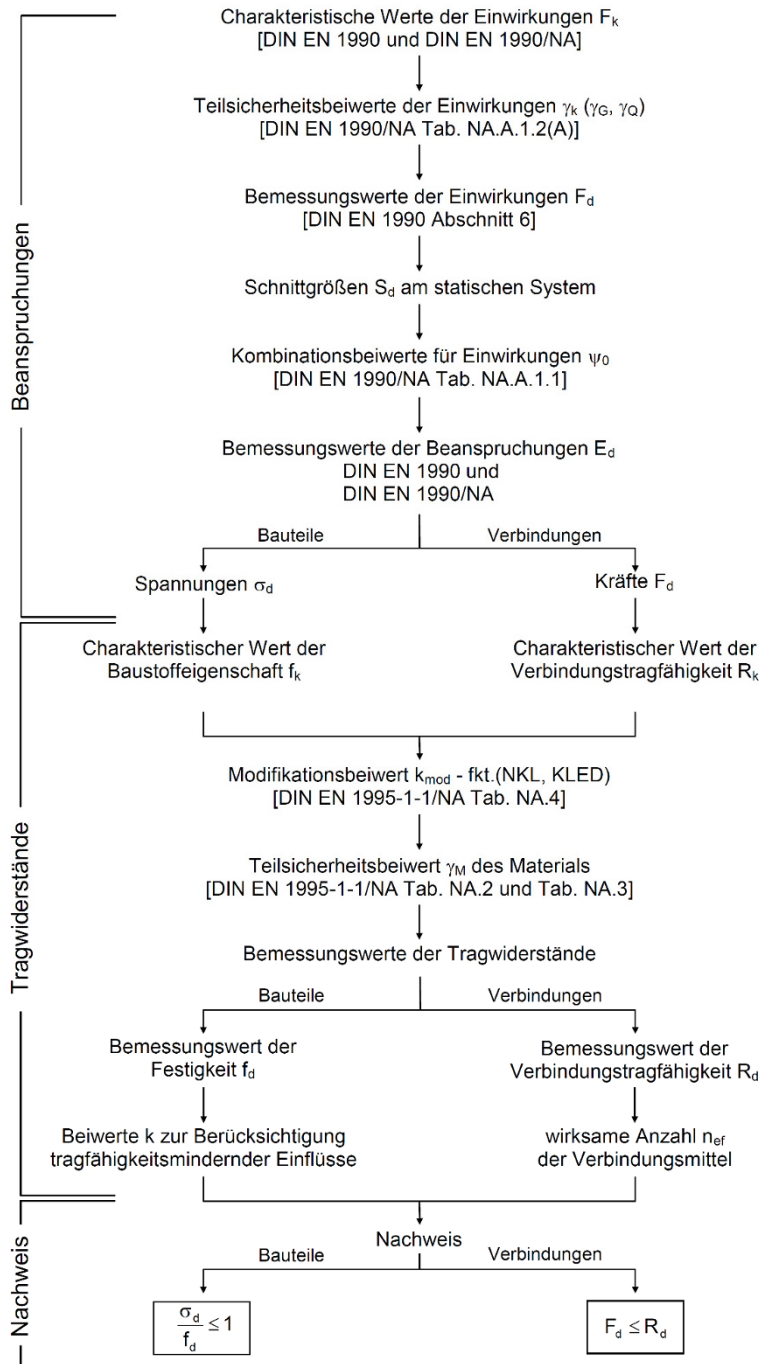


Bild 2: Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit für Holzbauteile und Verbindungen

Die Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit erfassen die Begrenzung der Verformungen und Schwingungen eines Tragwerks. In der Regel können beide Kriterien über einen Nachweis der Verformungen abgedeckt werden. Die Vorgehensweise zur Durchführung der Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit kann Bild 3 entnommen werden.

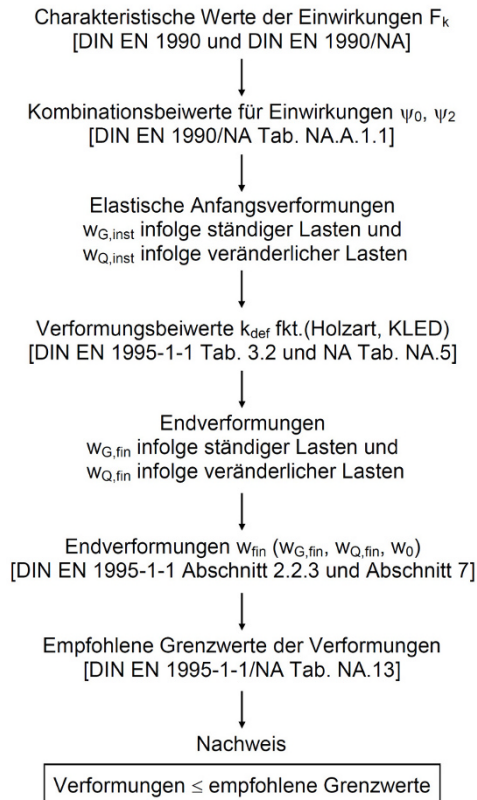


Bild 3: Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

4.1 Einwirkungen

Der Eurocode 5 basiert auf dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept. Er differenziert Teilsicherheiten sowohl für die Einwirkungen als auch für die Tragwiderstände. Die für eine Bemessung von Tragkonstruktionen zu berücksichtigenden Einwirkungen sind in den einzelnen Teilen der DIN 1991 zusammengestellt.

Tab. 2: Stand der Normung zu Einwirkungen auf Tragwerken

Norm	Titel
DIN EN 1991-1-1	Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke; Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau
DIN EN 1991-1-2	Allgemeine Einwirkungen; Brandeinwirkungen auf Tragwerke
DIN EN 1991-1-3	Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten
DIN EN 1991-1-4	Allgemeine Einwirkungen – Windlasten
DIN EN 1991-1-5	Allgemeine Einwirkungen – Temperatureinwirkungen
DIN EN 1991-1-6	Allgemeine Einwirkungen – Einwirkungen während der Bauausführung
DIN EN 1991-1-7	Allgemeine Einwirkungen – Außergewöhnliche Einwirkungen
DIN EN 1991-2	Verkehrslasten auf Brücken

Charakteristische Werte sind dadurch gekennzeichnet, dass sie einzelne mögliche Extremwerte nicht erfassen. Zur Erfüllung der angestrebten Sicherheit des Bemessungskonzepts unter Einbeziehung dieser Maxima sind die charakteristischen Werte mit Teilsicherheitsbeiwerten γ_F zu multiplizieren.

$$F_d = \gamma_F \cdot F_k \quad (1)$$

mit: F_d Bemessungswert einer Einwirkung
 F_k charakteristischer Wert einer Einwirkung
 γ_F Teilsicherheitsbeiwert für Einwirkungen

Hier bietet der Eurocode die Möglichkeit, unabhängig von der Größe der jeweiligen charakteristischen Einwirkung, die Sicherheit entsprechend der Art der Einwirkung sowie der Auswirkung auf das Tragwerk zu differenzieren. Für übliche Bemessungssituationen mit ungünstig wirkenden Lasten sind ständige Einwirkungen mit dem Faktor 1,35 und veränderliche Einwirkungen mit 1,5 zu multiplizieren. Der günstigere Teilsicherheitsbeiwert für die ständigen Lasten ist dadurch begründet, dass sich die Größe von Eigenlasten mit höherer Genauigkeit im Vergleich zu den deutlicher schwankenden Werten der veränderlichen Einwirkungen, wie beispielsweise Schnee und Wind, bestimmen lässt. Für ständige und veränderliche Einwirkungen sind die Teilsicherheitsbeiwerte für das Nachweiskriterium des Tragwerksversagens zusammengestellt.

Tab. 3: Teilsicherheitsbeiwerte γ_F für das Nachweiskriterium des Tragwerksversagens

Einwirkung	ständig γ_G	veränderlich γ_Q
günstig	1,0	0
ungünstig	1,35	1,5

Im Gegensatz zu den ständigen Einwirkungen belasten die veränderlichen Einwirkungen ein Tragwerk nur vorübergehend. Das gleichzeitige Auftreten aller veränderlichen Einwirkungen mit der Größe ihres charakteristischen Werts ist unwahrscheinlich und kann im Rahmen der Sicherheitsanforderungen ausgeschlossen werden. Daher ist eine vollständige Überlagerung aller charakteristischen Einwirkungen nicht erforderlich. Es werden repräsentative Einwirkungskombinationen gebildet, die die Wahrscheinlichkeit des Zusammenwirkens von ständigen und veränderlichen Lasten berücksichtigen. Die veränderliche charakteristische Einwirkung mit der größten Auswirkung auf die Tragfähigkeit ist dabei als $Q_{k,1}$ mit ihrem vollen Betrag anzusetzen. Sie wird als ungünstigste veränderliche Einwirkung bezeichnet. Alle weiteren Einwirkungen sind mit einem geringeren prozentualen Anteil durch Multiplikation mit einem ψ_0 -Wert, der kleiner 1 ist, zu berücksichtigen. Eine Überlagerung von Nutzlasten für Dächer (Personenlasten) mit Schneelasten ist nach DIN EN 1991-1-1/NA NDP zu 6.3.4.2 Tab. 6.10 nicht erforderlich.

Allgemein gültige Kombinationsregeln für Einwirkungen können für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit und für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit DIN EN 1990 entnommen werden. Die im Holzbau üblicherweise zu verwendende Einwirkungskombination ist für ständige und vorübergehende Bemessungssituationen zu ermitteln. Aus dieser Kombinationsregel ist der Bemessungswert der Beanspruchungen E_d für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit wie folgt zu berechnen:

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad (2)$$

- mit:
- G_k charakteristischer Wert der ständigen Einwirkung
 - $Q_{k,1}$ charakteristischer Wert der vorherrschenden unabhängigen veränderlichen Einwirkung
 - $Q_{k,i}$ charakteristische Werte weiterer unabhängiger veränderlicher Einwirkungen
 - γ_G Teilsicherheitsbeiwert der ständigen Einwirkungen nach DIN EN 1990/NA Tab. NA.1.2(A)
 - γ_Q Teilsicherheitsbeiwert der veränderlichen Einwirkungen nach DIN EN 1990/NA Tab. NA.1.2(A)
 - $\psi_{0,i}$ Kombinationsbeiwert der veränderlichen Einwirkungen nach DIN EN 1990/NA Tab. NA.1.1

Das mit der Umkreisung versehene Additionszeichen $\oplus$ sagt aus, dass die Einwirkungen für die Tragfähigkeit ungünstigst miteinander zu kombinieren, dabei jedoch nicht alle veränderlichen Einwirkungen zwingend aufzuaddieren sind. Die Größe des Tragwiderstandes ist beispielsweise von der Art der veränderlichen Einwirkungen abhängig, so dass ein geringerer Bemessungswert der Einwirkungen, der nicht alle veränderlichen Lasten berücksichtigt, bemessungsmaßgebend werden kann. Auf diese Zusammenhänge wird im Abschnitt „Tragwiderstände“ genauer eingegangen.

4.2 Schnittgrößen und Verformungen

Für die Ermittlung der Schnittgrößen und Verformungen aus den Einwirkungen am statischen System dürfen linear-elastisches Baustoffverhalten und für die Verbindungen eine

lineare Last-Verschiebungs-Beziehung angenommen werden, da die Arbeitslinie des Baustoffs Holz in weiten Bereichen linear ist und das Verformungsverhalten mechanischer Verbindungsmittel durch den Sekantenmodul beschrieben wird. Die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit sind mit unterschiedlichen Steifigkeitskennwerten durchzuführen. Für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Schnittgrößen nach DIN EN 1995-1-1 Abschnitt 2.4.1 mit den Mittelwerten der Steifigkeiten dividiert durch den Teilsicherheitsbeiwert γ_M des Materials zu ermitteln. Die Steifigkeit einer Verbindung wird durch das Verbindungsmittel selbst sowie die Rohdichte der miteinander verbundenen Hölzer bzw. Holzwerkstoffe beeinflusst. Zur Bestimmung der Verbindungssteifigkeit sind in DIN EN 1995-1-1 Tabelle 7.1 Verschiebungsmoduln K_{ser} in Abhängigkeit des Verbindungsmittels und der Rohdichte angegeben. Der Verschiebungsmodul einer Verbindung K_u ist im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN EN 1995-1-1 Gl. (2.1) mit 2/3 des Verschiebungsmoduls definiert. Durch diese Abminderung wird das nichtlineare Verhalten mechanischer Verbindungen auf die Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt. Die Rechenwerte als Mittelwerte der Verschiebungsmoduln K_{ser} sind für stiftförmige Verbindungsmittel in Tab. 4 zusammengestellt.

Tab. 4: Rechenwerte der Verschiebungsmoduln K_{ser} in N/mm je Scherfuge für stiftförmige Verbindungsmittel

Art des Verbindungsmittels	Holz-Holz / Holzwerkstoff-Holz / Stahl-Holz
Stabdübel Bolzen mit und ohne Lochspiel ^a Schrauben Nägel (vorgebohrt)	$\frac{\rho_m^{1,5}}{23} \cdot d$
Nägel (nicht vorgebohrt)	$\frac{\rho_m^{1,5}}{30} \cdot d^{0,8}$
Klammern	$\frac{\rho_m^{1,5}}{80} \cdot d^{0,8}$
Ringdübel Typ A nach EN 912 Scheibendübel Typ B nach EN 912	$\frac{\rho_m}{2} \cdot d_c$
Scheibendübel mit Zähnen: – Dübeltyp C1 bis C9 nach EN 912 – Dübeltyp C10 und C11 nach EN 912	$1,5 \cdot \frac{\rho_m}{4} \cdot d_c$ $\frac{\rho_m}{2} \cdot d_c$
^a Das Lochspiel ist zusätzlich zu der Verschiebung hinzuzurechnen. Bei Bauteilen mit unterschiedlichen charakteristischen Rohdichtekennwerten $\rho_{m,1}$ und $\rho_{m,2}$ sollte $\rho_m = \sqrt{\rho_{m,1} \cdot \rho_{m,2}}$ gesetzt werden.	

Die Berechnung der Verformungen für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit erfolgt mit den Mittelwerten der Steifigkeiten. Aufgrund des ausgeprägten Kriechverhaltens von Holzbaustoffen, ist im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit der zusätzliche Verformungsanteil aus dem Kriechen zu berücksichtigen. Werden Bauteile aus Baustoffen mit unterschiedlichen Kriecheigenschaften zusammengesetzt, so führt das aus dem Kriechen resultierende unterschiedliche Langzeitverhalten zu zusätzlichen Beanspruchungen im Grenzzustand der

Tragfähigkeit. Rechnerisch wird das Kriechen durch die Verformungsbeiwerte k_{def} berücksichtigt. Bei großer ständiger Druckbeanspruchung im feuchten Klima ist das Kriechverhalten von Holz sehr ausgeprägt. Daher ist bei druckbeanspruchten Bauteilen in den Nutzungsklassen 2 und 3 der Einfluss des Kriechens zu berücksichtigen, wenn der Lastanteil aus Druckbeanspruchung 70% des Bemessungswerts der Gesamtlast überschreitet. In diesen Fällen ist die Steifigkeit mit dem Faktor $1/(1+k_{\text{def}})$ abzumindern.

Die Schnittgrößenberechnung darf sowohl nach Theorie I. als auch nach Theorie II. Ordnung erfolgen. Führt der Einfluss des geometrisch nichtlinearen Verhaltens zu einer 10%-igen Vergrößerung der Schnittgrößen und Verformungen, so ist die Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung durchzuführen. Dies ist vor allem bei druckbeanspruchten Stäben zu berücksichtigen. Wird die Bedingung der 10%-igen Erhöhung einem Vergleich der Biegemomente nach Theorie I. und II. Ordnung zugrunde gelegt, folgt daraus eine Beziehung bei deren Einhaltung gilt:

$$M^{\text{II}} \leq 1,10 \cdot M^{\text{I}} \quad \text{für} \quad \ell_{\text{ef}} \cdot \sqrt{\frac{N_d \cdot \gamma_M}{E_{\text{mean}} \cdot I}} \leq 1,0 \quad (3)$$

mit: N_d Druckkraft des Stabs
 E_{mean} Mittelwert des Elastizitätsmoduls
 I Flächenträgheitsmoment 2. Grades
 ℓ_{ef} Knicklänge des Stabes
 γ_M Teilsicherheitsbeiwert des Materials

Alternativ zu einer Berechnung nach Theorie II. Ordnung kann bei räumlichen Tragwerken, für die das Tragverhalten bekannt ist, die Berechnung von Einzelstäben mit dem Ersatzstabverfahren erfolgen. Für diese Nachweise werden die Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung ermittelt und die Wirkung der Theorie II. Ordnung durch die Knickbeiwerte k_c und Kippbeiwerte k_{crit} berücksichtigt (vgl. Abschnitt 5.6).

Die für eine Schnittgrößenberechnung nach Theorie II. Ordnung benötigten Steifigkeitskennwerte sowie die geometrischen und strukturellen Imperfektionen sind in DIN EN 1995-1-1 angegeben. Bei der Ermittlung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung vergrößern die Normalkräfte aufgrund der vorhandenen Imperfektionen die Biegemomente. Somit sind für die Schnittgrößenberechnung alle Einwirkungen der entsprechenden Einwirkungskombination gleichzeitig am System anzusetzen. Die Kombination der Schnittgrößen aus Einzelberechnungen, wie sie häufig bei der Berechnung nach Theorie I. Ordnung angewendet wird, ist nicht möglich.

Werden die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung ermittelt, so sind für die Grenzzustände der Tragfähigkeit die Nachweise der Querschnittstragfähigkeit zu erbringen. Erfolgt die Berechnung nach Theorie I. Ordnung und ist aufgrund des nichtlinearen Verhaltens das Ersatzstabverfahren anzuwenden, so sind die in DIN EN 1995-1-1 Abschnitt 6 geregelten Nachweise für Stäbe nach dem Ersatzstabverfahren durchzuführen.

4.3 Bemessungswerte der Beanspruchungen

Für den Nachweis von Holzbauteilen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Bemessungswerte der Beanspruchungen als Spannungen aus den Schnittgrößen dividiert durch die jeweiligen Querschnittswerte zu ermitteln.

$$\sigma_d = \frac{S_d}{\text{Querschnittswert}} \quad (4)$$

mit: σ_d Bemessungswert der Beanspruchung (Spannung)

S_d Bemessungswert der Schnittgröße

Allgemein sind die Formelzeichen der Norm in Haupt- und Fußzeiger untergliedert. Beide Bezeichnungen sind zum überwiegenden Teil von den englischen Begriffen abgeleitet. So steht beispielsweise der Hauptzeiger „F“ für force – Kraft und der Fußzeiger „t“ für tension – Zug. Um die Vielfalt der Hauptzeiger möglichst gering zu halten, bekommen diese erst durch das Hinzufügen der Fußzeiger ihre spezielle Bedeutung. So werden Spannungen allgemein mit σ und Festigkeiten mit f bezeichnet. Beispielsweise wird durch das Angeben des Indizes „c“ aus der allgemeinen Spannung eine Druckspannung, die durch ein weiteres Hinzufügen einer Winkelangabe die Richtung der Spannung zur Faserrichtung des Holzes definiert. Bei allen mit dem Fußzeiger „d“ gekennzeichneten Werten handelt es sich um Bemessungswerte (Design-Werte).

Die Definition zu den Formelzeichen wird Bild 4 für den Bemessungswert der Druckspannung senkrecht zur Faserrichtung des Holzes gezeigt.

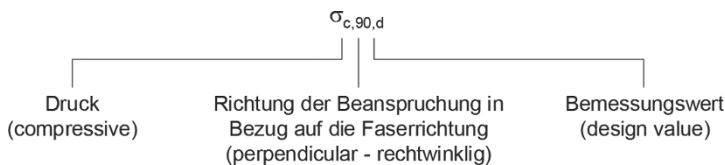


Bild 4: Definition der Formelzeichen nach DIN EN 1995-1-1

Die Ermittlung der Bemessungswerte der Beanspruchungen hat nach DIN EN 1995-1-1 Abschnitt 5.2 unter Verwendung der wirksamen Querschnittswerte unter Berücksichtigung eventuell vorhandener Querschnittsschwächungen zu erfolgen. Bei stiftförmigen Verbindungsmitteln ist bei vorgebohrten Hölzern der Bohrlochdurchmesser und bei nicht vorgebohrten der Stiftdurchmesser vom Ausgangsquerschnitt zu subtrahieren. Bei Nägeln in nicht vorgebohrten Hölzern mit einem Durchmesser bis 6 mm kann die Querschnittsschwächung unberücksichtigt bleiben. Dies gilt ebenso für Holzschrauben mit einem Durchmesser bis 8 mm. Löcher und Aussparungen in der Druckzone von Holzbauteilen bei Ausfüllung mit einem Baustoff gleicher oder höherer Steifigkeit stellen keine Querschnittsschwächung dar. Für alle anderen Fälle sind die Angaben für die Ermittlung der effektiven Querschnittswerte zu berücksichtigen.

4.4 Tragwiderstände

Die Tragwiderstände von Bauteilen werden als charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften angegeben. Bei diesen Festigkeiten handelt es sich um aus Versuchen ermittelten 5%-Quantilwerten. Dieser Wert ist dadurch gekennzeichnet, dass er aus einer Grundgesamtheit diejenige Größe der Tragfähigkeit angibt, die mindestens 95% aller Proben erreichen. Dies bedeutet jedoch gleichzeitig, dass 5% der Bauteile diese Festigkeit nicht erreichen. Daher sind die charakteristischen Festigkeitskennwerte mit einem Teilsicherheitsbeiwert γ_M zu multiplizieren. Er wird als Teilsicherheitsbeiwert des Materials bezeichnet. Die

Größe von γ_M hängt dabei von der Streuung der Versuchsergebnisse ab. Bei homogenen Werkstoffen, wie beispielsweise Stahl, liegen die einzelnen gemessenen Festigkeiten vergleichsweise dicht beieinander. Daher ist für Stahl, bei üblicherweise auf Biegung beanspruchten stiftförmigen Verbindungsmitteln, ein Teilsicherheitsfaktor von 1,1 ausreichend. Holz ist dagegen ein gewachsener Baustoff. Die Inhomogenität dieses Werkstoffs, insbesondere örtliche Fehlstellen, können Ursachen für ein vorzeitiges Versagen des Bauteils sein. Demzufolge ist die Streuung zwischen den einzelnen Versuchsergebnissen größer. Um für diesen Baustoff mit ausreichender Sicherheit die Festigkeitskennwerte zu erfassen, wurde der Teilsicherheitsbeiwert γ_M des Materials mit einem Faktor von 1,3 festgelegt. Er gilt sowohl für Voll-, Balkenschicht- und Brettschichtholz als auch für alle Holzwerkstoffe. Die Teilsicherheitsbeiwerte für die Festigkeitseigenschaften in ständigen und vorübergehenden Bemessungssituationen können DIN EN 1995-1-1/NA Tab. NA.2 und Tab. NA.3 entnommen werden. Für außergewöhnliche Bemessungssituationen sind alle Teilsicherheitsbeiwerte auf 1,0 zu reduzieren.

Die mechanischen Eigenschaften des Holzes werden entscheidend vom Umgebungsklima und der Dauer der Beanspruchung beeinflusst. Mit zunehmender Holzfeuchte nehmen die Festigkeiten ab und die Kriechverformungen unter Last zu. Beide Einflüsse werden bei der Ermittlung der Bemessungswerte der Tragwiderstände durch den Modifikationsbeiwert k_{mod} nach DIN EN 1995-1-1 Tab. 3.1 und DIN EN 1995-1-1/NA Tab. NA.4 berücksichtigt. Durch Multiplikation mit diesem Wert wird der charakteristische Wert der Tragfähigkeit abgemindert. Die Größe des k_{mod} -Werts hängt von der Nutzungsklasse (NKL) und der Klasse der Lasteinwirkungsdauer (KLED) ab.

Unter Berücksichtigung des Modifikationsbeiwerts k_{mod} sowie des Teilsicherheitsbeiwerts γ_M des Materials ergibt sich der Bemessungswert des Tragwiderstands zu:

$$X_d = \frac{k_{mod} \cdot X_k}{\gamma_M} \quad (5)$$

- mit: X_d Bemessungswert der Festigkeitseigenschaft
 k_{mod} Modifikationsbeiwert nach DIN EN 1995-1-1 Tab. 3.1 bzw. DIN EN 1995-1-1/NA Tab. NA.4
 X_k charakteristischer Wert der Festigkeitseigenschaft
 γ_M Teilsicherheitsbeiwert der Festigkeitseigenschaft nach DIN EN 1995-1-1/NA Tab. NA.2 bzw. Tab. NA.3

Die Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften für alle homogenen (h) und kombinierten (c) Brettschichthölzer sind in Tab. 5 und Tab. 6 sowie für Nadelholz der häufig verwendeten Festigkeitsklassen C16 bis C40 in Tab. 7 zusammengestellt.

In Tab. 8 sind für häufig verwendete Holzarten die Modifikationsbeiwerte k_{mod} zusammengestellt.

Tab. 5: Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte für homogenes Brettschichtholz der Festigkeitsklassen GL20h bis GL32h nach DIN 14080 Tabelle 5

Eigenschaft	Symbol	Festigkeitsklasse von Brettschichtholz						
		GL 20h	GL 22h	GL 24h	GL 26h	GL 28h	GL 30h	GL 32h
Biegefestigkeit	$f_{m,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Zugfestigkeit	$f_{t,0,g,k}$	16	17,6	19,2	20,8	22,3	24	25,6
	$f_{t,90,g,k}$	0,5						
Druckfestigkeit	$f_{c,0,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
	$f_{c,90,g,k}$	2,5						
Schubfestigkeit (Schub und Torsion)	$f_{v,g,k}$	3,5						
Rollschubfestigkeit	$f_{r,g,k}$	1,2						
Elastizitätsmodul	$E_{0,g,mean}$	8 400	10 500	11 500	12 100	12 600	13 600	14 200
	$E_{0,g,05}$	7 000	8 800	9 600	10 100	10 500	11 300	11 800
	$E_{90,g,mean}$	300						
	$E_{90,g,05}$	250						
Schubmodul	$G_{g,mean}$	650						
	$G_{g,05}$	540						
Rollschubmodul	$G_{r,g,mean}$	65						
	$G_{r,g,05}$	54						
Rohdichte	$\rho_{g,k}$	340	370	385	405	425	430	440
	$\rho_{g,mean}$	370	410	420	445	460	480	490

Tab. 6: Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte für kombiniertes Brettschichtholz der Festigkeitsklassen GL20c bis GL32c nach DIN 14080 Tabelle 4

Eigenschaft ^a	Symbol	Festigkeitsklasse von Brettschichtholz						
		GL 20c	GL 22c	GL 24c	GL 26c	GL 28c	GL 30c	GL 32c
Biegefestigkeit	$f_{m,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Zugfestigkeit	$f_{t,0,g,k}$	15	16	17	19	19,5	19,5	19,5
	$f_{t,90,g,k}$	0,5						
Druckfestigkeit	$f_{c,0,g,k}$	18,5	20	21,5	23,5	24	24,5	24,5
	$f_{c,90,g,k}$	2,5						
Schubfestigkeit (Schub und Torsion)	$f_{v,g,k}$	3,5						
Rollschubfestigkeit	$f_{r,g,k}$	1,2						
Elastizitätsmodul	$E_{0,g,mean}$	10 400	10 400	11 000	12 000	12 500	13 000	13 500
	$E_{0,g,05}$	8 600	8 600	9 100	10 000	10 400	10 800	11 200
	$E_{90,g,mean}$	300						
	$E_{90,g,05}$	250						
Schubmodul	$G_{g,mean}$	650						
	$G_{g,05}$	540						
Rollschubmodul	$G_{r,g,mean}$	65						
	$G_{r,g,05}$	54						
Rohdichte ^b	$\rho_{g,k}$	355	355	365	385	390	390	400
	$\rho_{g,mean}$	390	390	400	420	420	430	440

a Die in dieser Tabelle angegebenen Eigenschaften wurden nach DIN EN 14080 Abs. 5.1.5 auf der Grundlage der Aufbauten nach Tabelle 2 berechnet. Sofern unterschiedliche Aufbauten für eine bestimmte Festigkeitsklasse zu unterschiedlichen charakteristischen Werten führen, sind in der Tabelle die geringsten Werte aufgeführt.

b Berechnet als das gewichtete Mittel der Rohdichten der verschiedenen Lamellenbereiche, siehe DIN EN 14080 Abs. 5.1.5.3, 5. Absatz.

Tab. 7: Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte für Nadelholz und Laubholz nach DIN EN 338 Tabelle 1

		Nadelholz										Laubholz									
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50	D18	D24	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Festigkeitseigenschaften (in N/mm²)																					
Biegung	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	18	24	30	35	40	50	60	70
Zug in Faserrichtung	$f_{t0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30	11	14	18	21	24	30	36	42
Zug rechtwinklig zur Faserrichtung	$f_{t90,k}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Druck in Faserrichtung	$f_{c0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	18	21	23	25	26	29	32	34
Druck rechtwinklig zur Faserrichtung	$f_{c90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	7,5	7,8	8,0	8,1	8,3	9,3	10,5	13,5
Schub	$f_{v,k}$	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,4	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,5	5,0
Steifigkeitseigenschaften (in kN/mm²)																					
Mittelwert des Elastizitätsmoduls in Faserrichtung	$E_{0,mean}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16	9,5	10	11	12	13	14	17	20
5 %-Quantil des Elastizitätsmoduls in Faserrichtung	$E_{0,05}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7	8	8,5	9,2	10,1	10,9	11,8	14,3	16,8
Mittelwert des Elastizitätsmoduls rechtwinklig zur Faserrichtung	$E_{90,mean}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,63	0,67	0,73	0,80	0,86	0,93	1,13	1,33
Mittelwert des Schubmoduls	G_{mean}	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	0,59	0,62	0,69	0,75	0,81	0,88	1,06	1,25
Rohdichte (in kg/m³)																					
Rohdichte	ρ_k	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460	475	485	530	540	550	620	700	900
Mittelwert der Rohdichte	$\rho_{k,mean}$	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550	570	580	640	650	660	750	840	1 080
ANMERKUNG 1 Die oben angegebenen Werte für die Zug-, Druck- und Schubfestigkeit, das 5 %-Quantil des Elastizitätsmoduls, der Mittelwert des Elastizitätsmoduls rechtwinklig zur Faserrichtung und der Mittelwert des Schubmoduls wurden mit den in Anhang A angegebenen Gleichungen berechnet.																					
ANMERKUNG 2 Die tabellierten Eigenschaften gelten für Holz mit einem bei 20 °C und 65 % relativer Luftfeuchte üblichen Feuchtegehalt.																					
ANMERKUNG 3 Es kann sein, dass Bauholz der Klasse C45 und C50 nicht immer zur Verfügung steht.																					
ANMERKUNG 4 Die charakteristischen Werte für die Schubfestigkeit werden entsprechend EN 408 für Holz ohne Risse angegeben. Die Auswirkung von Rissen sollte in Bemessungsnormen behandelt werden.																					

Tab. 8: Modifikationsbeiwerte k_{mod} für ausgewählte Holzbaustoffe

Baustoffe	Klasse der Lasteinwirkungsdauer	Nutzungsklasse		
		1	2	3
Vollholz, Brettschichtholz, Balkenschichtholz, Furnierschichtholz, Brettsperrholz und Baufurniersperrholz	ständig	0,60	0,60	0,50
	lang	0,70	0,70	0,55
	mittel	0,80	0,80	0,65
	kurz	0,90	0,90	0,70
	sehr kurz	1,10	1,10	0,90

Zur Berücksichtigung der aus der Einbausituation resultierenden Einflüsse auf die Holzfeuchte werden in DIN EN 1995-1-1 Abschnitt 2.3.1.3 drei Nutzungsklassen unterschieden. In die Nutzungsklasse 1 werden Bauteile in allseitig geschlossenen und beheizbaren Räumen eingeordnet. Diese Einbausituation ist durch ein Klima gekennzeichnet, dessen Temperatur ca. 20°C beträgt und bei dem die relative Luftfeuchte mit Ausnahme weniger Wochen im Jahr 65% nicht übersteigt. Unter diesen Bedingungen stellt sich in den meisten Nadelhölzern eine mittlere Ausgleichsfeuchte von 12% ein.

Zur Nutzungsklasse 2 gehören alle Bauteile in offenen, überdachten Konstruktionen, die nicht direkt der Witterung ausgesetzt sind. Diese Bauteile erreichen eine mittlere Ausgleichsfeuchte von 20%. Sie stellt sich bei einem Umgebungsklima von 20°C und einer relativen Luftfeuchte von überwiegend 85% ein.

Der Nutzungsklasse 3 werden alle frei der Witterung ausgesetzten Bauteile, für die sich infolge der Einbausituation eine mittlere Ausgleichsfeuchte von mehr als 20% einstellt, zugeordnet. Hierzu zählen beispielsweise Brücken, Masten und ähnliche Bauwerke.

Tab. 9: Zuordnung von Nutzungsklassen

Nutzungsklasse	Einbausituation	Klimabedingungen	Ausgleichsfeuchte
1	Bauteile in geschlossenen, beheizbaren Bereichen	Temperatur 20°C und relative Luftfeuchte 65%, mit Ausnahme weniger Wochen im Jahr	$\leq 12\%$
2	Bauteile in offenen, überdachten Konstruktionen	Temperatur 20°C und relative Luftfeuchte 85%, mit Ausnahme weniger Wochen im Jahr	$\leq 20\%$
3	Bauteile in offenen, frei der Witterung ausgesetzten Konstruktionen	Klimabedingungen, die zu höheren Feuchtegehalten führen	$> 20\%$

Prinzipiell ist für alle Bauteile neben der in Tab. 9 empfohlenen Zuweisung anhand der Einbausituation das jeweilige Umgebungsklima zu beachten. So können sich beispielsweise bei tragenden Bauteilen im Innern von Schwimmhallen, obwohl es sich um eine geschlossene, beheizte Konstruktion handelt, aufgrund der hohen Luftfeuchte mittlere Ausgleichsfeuchten einstellen, die oberhalb von 12% liegen und somit nicht der Nutzungsklasse 1 entsprechen. Bei der Einstufung der Bauteile in Nutzungsklassen ist grundsätzlich sicherzustellen, dass die vorhandene Einbausituation über die gesamte Nutzungsdauer des Tragwerks gewährleistet wird. Ist dies nicht der Fall, sollte der Ermittlung der Festigkeiten eine höhere Nutzungsklasse zugrunde gelegt werden.

Weiterhin gilt es zu beachten, dass die Einbaufeuchte des Holzes zur Vermeidung von Schäden möglichst nahe an der Ausgleichsfeuchte liegt. Insbesondere sollten Bauteile, die für eine spätere Verwendung in den Nutzungsklassen 1 und 2 vorgesehen sind, während Transport und Montage vor großer Feuchtigkeitsaufnahme geschützt werden. Eine rasche Trocknung nach Nutzungsbeginn des Bauwerks durch eine Beheizung kann zu erheblichen Schädigungen und Tragfähigkeitsverlusten infolge starker Rissbildungen führen. Tab. 10 gibt einen Überblick über die Verwendbarkeit von Holz und Holzwerkstoffen in den verschiedenen Nutzungsklassen.

Tab. 10: Verwendbarkeit von Holz und Holzwerkstoffen in den Nutzungsklassen (NKL)

Holz/ Holzwerkstoff		NKL 1	NKL 2	NKL 3
Vollholz				
Keilgezinktes Vollholz				
Brettschichtholz				
Balkenschichtholz				
Brettsperrholz		Nach Zulassung		
Sperrholz	„Trocken“			
	„Feucht“			
	„Außen“			
OSB-Platten	OSB/2			
	OSB/3, OSB/4			
Kunstharzgebundene Spanplatten	P4, P6			
	P5, P7			
Zementgebundene Spanplatten				
Faserplatten	MHB.LA2			
	HB.HLA2			
Gipskartonplatten	GKB, GKF			
	GKBI, GKFI			

Neben der Holzfeuchte wird die Festigkeit wie eingangs beschrieben durch die Dauer der Beanspruchungen beeinflusst. Im Gegensatz zu den ständigen Einwirkungen belasten die veränderlichen Einwirkungen ein Tragwerk nur vorübergehend. Ihre Größe schwankt während der Nutzungsdauer und erreicht, gemessen an dieser, nur für eine geringe Zeitspanne ihren charakteristischen Wert. Diese Zeitspanne fasst alle Zeiten während der Nutzungsdauer zusammen, an denen die jeweilige Einwirkung mit ihrem charakteristischen Wert auftritt. Sie wird als akkumulierte Dauer bezeichnet. Da die Festigkeit unter Dauerlast ca. 40% geringer ist als die Kurzzeitfestigkeit, ist dieser Einfluss bei der Bemessung von Holzkonstruktionen zu berücksichtigen. Nach DIN EN 1995-1-1 Abschnitt 2.3.1.2 werden vereinfacht fünf Klassen der Lasteinwirkungsdauern in Abhängigkeit der akkumulierten Dauer der charakteristischen Lasteinwirkung unterschieden.

Der Bemessungswert E_d einer Einwirkung, ermittelt aus den Einwirkungskombinationen ist nur so lange mit seinem vollen Wert als Belastung vorhanden, wie die kürzeste Einwirkung aus der jeweiligen Kombination auftritt. Daher ist bei Kombinationen aus Einwirkungen, die zu unterschiedlichen Klassen der Lasteinwirkungsdauer gehören, die Einwirkung mit der kürzesten Dauer für die Ermittlung der Festigkeitseigenschaften maßgebend. Zu beachten ist, dass mit zunehmender Dauer der Lasteinwirkungen der Bemessungswert R_d der Festigkeit abnimmt. Daher ist es möglich, dass eine Einwirkungskombination bemessungsmaßgebend wird, die nicht den maximalen Bemessungswert der Beanspruchung liefert. Dies soll an folgendem Beispiel verdeutlicht werden:

Gegeben ist ein Holzbalken aus Nadelholz der Festigkeitsklasse C24. Der charakteristische Wert der Biegefestigkeit beträgt nach DIN EN 338 Tab. 1:

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

Das Bauteil ist mit ständigen und veränderlichen Einwirkungen unterschiedlicher Klassen der Lasteinwirkungsdauern wie folgt belastet:

$q_{G,k}$	ständig
$q_{Q,1,k}$	veränderlich – kurz
$q_{Q,2,k}$	veränderlich – mittel

Der maximale Bemessungswert der Einwirkungen ergibt sich aus der Kombination nach DIN EN 1990 Gl. (6.9b) i.V.m. Gl. (6.10) für:

$$q_{d,1} = 1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_{Q,2,k} + 1,5 \cdot \psi_{0,2} \cdot q_{Q,1,k} \quad (6)$$

Diesem Bemessungswert der Einwirkungen ist aufgrund der maßgebenden Klasse der Lasteinwirkungsdauer „kurz“ folgende Festigkeit zugeordnet:

$$f_{m,d,1} = \frac{k_{mod,1} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (7)$$

$$k_{mod,1} = 0,9 \quad \text{DIN EN 1995-1-1 Tab. 3.1}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad \text{DIN EN 1995-1-1/NA Tab. NA.2}$$

$$f_{m,d,1} = \frac{0,9 \cdot 24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2 \quad (8)$$

Der veränderlichen Last der Klasse der Lasteinwirkungsdauer „mittel“ ist ein geringerer k_{mod} -Wert von 0,8 zugeordnet. Somit ergibt sich für eine Kombination in der nur die mittlere veränderliche Einwirkung $q_{Q,2,k}$ berücksichtigt wird, ein geringerer Tragwiderstand. Diese Kombination ist daher zusätzlich wie folgt zu berücksichtigen:

$$q_{d,2} = 1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_{Q,2,k} \quad (9)$$

Diesem Bemessungswert der Einwirkungen ist aufgrund der maßgebenden Klasse der Lasteinwirkungsdauer „mittel“ folgende Festigkeit zugeordnet:

$$f_{m,d,2} = \frac{k_{mod,2} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (10)$$

$$k_{mod,2} = 0,8 \quad \text{DIN EN 1995-1-1 Tab. 3.1}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad \text{DIN EN 1995-1-1/NA Tab. NA.2}$$

$$f_{m,d,2} = \frac{0,8 \cdot 24}{1,3} = 14,8 \text{ N/mm}^2 \quad (11)$$

Das Verhältnis beider Bemessungswerte der Festigkeiten beträgt:

$$\frac{f_{m,d,1}}{f_{m,d,2}} = \frac{16,6}{14,8} = 1,12 \quad (12)$$

Dies bedeutet, dass bei einem Verhältnis von $q_{d,1}/q_{d,2}$ kleiner als 1,12 der Nachweis für $q_{d,2}$ trotz des geringeren Bemessungswerts der Einwirkungen aufgrund der geringeren Festigkeit bemessungsmaßgebend ist. Daher sind nach DIN EN 1995-1-1 Abs. 3.1.3 (2) stets alle möglichen Einwirkungskombinationen zu überprüfen.

Dem Lastfall Eigenlasten ist aufgrund der ständigen Einwirkung die geringste Festigkeit verglichen mit den anderen Klassen der Lasteinwirkungsdauern zugeordnet. Demgegenüber steht jedoch bei dem Baustoff Holz auch ein geringer Anteil der Eigenlast an der Gesamtsumme der möglichen Einwirkungen, so dass dieser Lastfall selten maßgebend wird. Der Bemessungswert der Einwirkungen aus der Eigenlast müsste einen Anteil am Gesamtbe-

messungswert unter Berücksichtigung aller weiteren Einwirkungen von ca. 60% übersteigen.

5 Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit

Bei der Bemessung von Holzbauteilen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind nach Abschnitt 6 in DIN EN 1995-1-1 der Nachweis der Querschnittstragfähigkeit sowie bei Stabilitätsgefährdeten Bauteilen ein Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren zu führen. Die allgemeine Vorgehensweise der Nachweisführung kann Bild 2 entnommen werden. Dabei sind die Bemessungswerte der Beanspruchungen als Spannungen σ_d den Bemessungswerten des Tragwiderstands f_d gegenüberzustellen. Je nach Beanspruchungsart sind Nachweise für Zug, Druck, Biegung, kombinierter Beanspruchung aus Normalkraft und Biegung sowie Schub und Torsion zu führen. Im Folgenden wird auf Besonderheiten der einzelnen Nachweise näher eingegangen.

5.1 Zug

Die Nachweise sind unter Berücksichtigung eventuell vorhandener Querschnittsschwächungen für den Nettoquerschnitt zu führen. Für Bauteile die aufgrund exzentrischer Krafteinleitungen Zusatzmomente erhalten, sind diese für den Nachweis zu berücksichtigen. Diese Beanspruchungen treten beispielsweise in den Laschen eines Zugstoßes auf. Nach DIN EN 1995-1-1/NA NCI NA.8.1.6 (NA.1) dürfen diese Zusatzmomente bei symmetrisch ausgeführten Anschlüssen mit Schrauben, Bolzen, Passbolzen und Nägeln in nicht vorgebohrten Löchern vereinfacht durch eine Abminderung des Bemessungswertes der Zugfestigkeit auf 2/3 der Ausgangsfestigkeit berücksichtigt werden.

$$f_{t,0,d,red} = \frac{2}{3} \cdot f_{t,0,d} \quad (13)$$

mit: $f_{t,0,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit nach DIN EN 338 bzw. DIN EN 14080

Bei allen anderen Verbindungsmitteln darf dieser vereinfachte Nachweis bei Anordnung zusätzlicher ausziehender Verbindungsmittel entsprechend den vorgegebenen Anforderungen ebenfalls angewendet werden.

Für Zugbeanspruchungen die unter einem Winkel α zur Faserrichtung auftreten sind bei Holzwerkstoffen wie OSB-Platten, Sperrholz, Brettsperrholz und Furnierschichtholz mit Querlagen Interaktionen aus Spannungen parallel und senkrecht zur Faser sowie Schubspannungen zu berücksichtigen. Diese Spannungs kombinationen werden für den Nachweis nach DIN EN 1995-1-1/NA NCI NA.6.2.5 über den Abminderungsfaktor k_α erfasst, mit dem die Zugfestigkeit parallel zur Faserrichtung des Holzes zu multiplizieren ist.

5.2 Druck

Für druckbeanspruchte Bauteile sind je nach Richtung der Beanspruchung zur Faserrichtung des Holzes Nachweise für Druck parallel, senkrecht oder unter einem Winkel α zur Faserrichtung zu führen. Dabei sind Querschnittsschwächungen, sofern sie nicht mit einem Material höherer Festigkeit und Steifigkeit ausgefüllt sind, zu berücksichtigen.

Der Querdrucknachweis für Beanspruchungen senkrecht zur Faserrichtung berücksichtigt kein Tragwerksversagen sondern im Wesentlichen die Begrenzung der Eindrückungen in das Holz.

Forschungsergebnisse haben gezeigt, dass sich Teilflächenbelastungen rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes günstig auf das Tragverhalten im Vergleich zu vollflächigen Beanspruchungen auswirken. Daher darf bei der Ermittlung der wirksamen Querdruckfläche A_{ef} die tatsächliche Aufstandslänge auf jeder Seite um bis zu 30 mm erhöht werden. Die Erhöhung darf jedoch nicht mehr als die tatsächliche Aufstandslänge sowie das Maß des vorhandenen Überstandes betragen. Durch das konstante Maß von 30 mm wird neben der günstig wirkenden Teilflächenbelastung gleichzeitig der positive Einfluss kurzer Druckflächen auf die Tragfähigkeit rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes berücksichtigt. Je kürzer die vorhandene Aufstandslänge ist, desto deutlicher wirkt sich die Erhöhung der tatsächlichen Druckfläche auf die wirksame Querdruckfläche aus. Dieser Zusammenhang wird an nachfolgendem Beispiel an der Erhöhung der wirksamen Aufstandslänge bei einer Verdoppelung der vorhandenen Aufstandslänge bei gleicher Schwellen- bzw. Balkenbreite b verdeutlicht. Eine Verdopplung der Aufstandslänge führt nur zu einer Erhöhung der effektiven Aufstandslänge auf das 1,63-fache. Bei konstanter Breite gilt dieses Verhältnis auch für die wirksamen Querdruckflächen.

$$\ell_1 = 100 \text{ mm} \quad \text{Aufstandslänge 1}$$

$$\ell_2 = 200 \text{ mm} \quad \text{Aufstandslänge 2}$$

$$\begin{aligned} \ell_{ef,1} &= \ell_1 + 2 \cdot 30 \text{ mm} \\ &= 100 \text{ mm} + 2 \cdot 30 \text{ mm} = 160 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ell_{ef,2} &= \ell_2 + 2 \cdot 30 \text{ mm} \\ &= 200 \text{ mm} + 2 \cdot 30 \text{ mm} = 260 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\ell_2 = 2 \cdot \ell_1 \quad \text{aber} \quad \ell_{ef,2} = 1,63 \cdot \ell_{ef,1}$$

Das Beispiel zeigt, dass die mögliche Erhöhung der Querdruckflächen mit zunehmender Aufstandslänge abnimmt und somit bei großen Teilflächenbelastungen von untergeordneter Bedeutung bleibt.

Die Tragfähigkeit von Holz bei Druckbeanspruchungen rechtwinklig zur Faserrichtung wird zusätzlich durch den Abstand der Teilflächenbelastungen zueinander beeinflusst. Je größer der Abstand der Aufstandsflächen zueinander ist, desto weniger beeinflussen sich Querdruckbeanspruchungen infolge der Lastausbreitung. Dieser Effekt darf bei der Bemessung durch eine Erhöhung der Querdruckfestigkeit $f_{c,90,d}$ mit dem Querdruckbeiwert $k_{c,90}$ zwischen 1,0 und 1,75 berücksichtigt werden. Hierbei wird zwischen Schwellendruck und Auflagerdruck unterschieden. Der Auflagerdruck zeigt im Vergleich zum Schwellendruck eine nochmals günstigere Auswirkung aufgrund der Lastanordnung und der damit verbundenen Lastausbreitung. Daher sind bei gleichen Abständen ℓ_1 der Teilflächenbelastungen die Querdruckbeiwerte für den Auflagerdruck stets größer.

Bei einer Druckbeanspruchung unter einem Winkel α zur Faserrichtung des Holzes ist, wie auch bei Zugbeanspruchungen, eine Kombination aus Spannungen parallel und rechtwinklig zur Faserrichtung zu berücksichtigen. Daher gehen in die Bedingungsgleichung zur Ermittlung der Druckfestigkeit unter einem Winkel α sowohl die Druckfestigkeit parallel als auch senkrecht ein. Ebenso wie für den Nachweis einer Druckbeanspruchung rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes darf bei einer Beanspruchung unter einem Winkel α der Nachweis unter Verwendung einer wirksamen Querdruckfläche geführt werden.

Mit Zunahme des Winkels zwischen Kraft und Faserrichtung nimmt die Druckfestigkeit deutlich ab. Sie beträgt für einen Winkel von 45° nur 20% der Tragfähigkeit in Faserrichtung und für einen Winkel von 90° nur 12%. Dieser Zusammenhang ist für Vollholz der Festigkeitsklasse C24 bei einer Verwendung in den Nutzungsklassen 1 und 2 bei einer maßgebenden Klasse der Lasteinwirkungsdauer mittel in Bild 5 dargestellt.

$f_{c,0,d} = 12,92 \text{ N/mm}^2$	100%
$f_{c,45,d} = 2,60 \text{ N/mm}^2$	20%
$f_{c,90,d} = 1,54 \text{ N/mm}^2$	12%

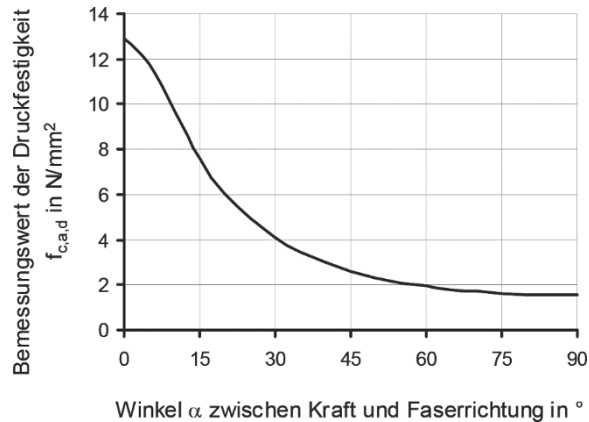


Bild 5: Bemessungswert der Druckfestigkeit von Vollholz der Festigkeitsklasse C24 in Abhängigkeit der Kraft- zur Faserrichtung (NKL 1 und 2, KLED mittel)

5.3 Biegung

Der Nachweis der Querschnittstragfähigkeit zweiachsig auf Biegung beanspruchter Holzbauteile ist über eine lineare Interaktionsgleichung beider Spannungsanteile geregelt.

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{oder} \quad k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (14)$$

Die maximale Biegedruckspannung wird bei einem Rechteckquerschnitt nur in der äußers-ten Faser einer Querschnittsecke erreicht, in der sich die maximalen Biegedruckanteile bei-der Biegeanteile addieren. Die größte Biegezugspannung stellt sich demzufolge in der dia-gonal gegenüberliegenden äußeren Querschnittsfaser ein. Die Spannungen der benach-barten Fasern sind geringer. Bei einachsiger Biegung treten die maximalen Biegespan-nungsanteile entlang der gesamten gegenüberliegenden Querschnittsränder auf. Daher darf im Falle zweiachsiger Biegung auf eine vollständige Interaktion der Spannungsanteile für Rechteckquerschnitte aus Voll-, Brett- und Balkenschichtholz mit einem Seitenverhältnis $h/b \leq 4$ verzichtet werden. Es ist jeweils ein Spannungsanteil mit einem k_m -Faktor von 0,7 abzumindern. Für Kreisquerschnitte sind keine Abminderungen zulässig.

5.4 Normalkraft und Biegung

Bei einer kombinierten Beanspruchung aus Druck und Biegung kann das plastische Arbeitsvermögen des Holzes im Druckbereich ausgenutzt werden. Aufgrund dieser Eigenschaft ist das Holz in der Lage, Spannungsspitzen in weniger beanspruchte Bereiche umzulagern. Diese positive Auswirkung auf die Tragfähigkeit wird durch eine Quadrierung und somit Verringerung des Druckanteils berücksichtigt.

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{oder} \quad \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (15)$$

Bei einer kombinierten Beanspruchung aus Zug und Biegung ist eine vollständige Überlagerung aller Spannungsanteile anzuwenden.

Sowohl für Biegung und Druck als auch für Biegung und Zug sind gegebenenfalls Querschnittsschwächungen zu berücksichtigen, vgl. Abschnitt 04.3.

5.5 Schub

Eine gleichmäßig verteilte Lasteinleitung auf einem Träger bewirkt gleichzeitig eine Querdrukspannung. Diese wirkt sich positiv auf das Tragverhalten bei Schubbeanspruchungen aus. Zur Berücksichtigung dieses Effekts darf für den Nachweis der Schubspannung als maßgebende Querkraft V_d der abgeminderte Wert im Abstand der Trägerhöhe h vom Auflager rand angesetzt werden.

Beim gleichzeitigen Auftreten von zweiachsiger Biegung und gegebenenfalls Torsionsanteilen ist eine Interaktion aller Spannungsanteile durchzuführen.

$$\frac{\tau_{\text{tor},d}}{k_{\text{shape}} \cdot f_{v,d}} + \left(\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1 \quad (16)$$

5.6 Nachweis für Stäbe nach dem Ersatzstabverfahren

Die Tragfähigkeit druckbeanspruchter Bauteile nimmt mit Zunahme der bezogenen Knick schlankheit $\lambda_{\text{rel},c}$ ab. Beim Nachweis knickgefährdeter Stäbe nach dem Ersatzstabverfahren wird diesem Tragverhalten durch eine Abminderung der Druckfestigkeit durch Multiplikation mit dem Knickbeiwert k_c Rechnung getragen.

Mit Zunahme des bezogenen Kippschlankheitsgrades $\lambda_{\text{rel},m}$ nimmt die Biegetragfähigkeit ab. Dieser Einfluss wird durch eine Verminderung des Bemessungswertes der Biegefestigkeit durch Multiplikation mit dem Kippbeiwert k_m berücksichtigt.

Bei Biegestäben ist zusätzlich die Auflagerverdrehung zu verhindern. Dies kann durch einen Aussteifungsverband bzw. eine Gabellagerung erfolgen.

6 Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit

Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit wird nach DIN EN 1995-1-1 über die Begrenzung auftretender Verformungen geführt. Bei Decken unter Wohnräumen sollte, um Unbehagen verursachende Schwingungen zu vermeiden, die Durchbiegung auf 6 mm begrenzt werden. Genaue Schwingungsuntersuchungen sind nur bei besonderen Bauwerken wie beispielsweise Brücken oder Decken über und unter Veranstaltungsräumen erforderlich.

Für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind in DIN 1990 und DIN EN 1995-1-1 Einwirkungskombinationen geregelt. Im Vergleich zum Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ohne Teilsicherheitsbeiwerte für die Einwirkungen und das Material zu führen.

Im Hinblick auf die mögliche Auswirkung einer Verformung auf angrenzende Bauteile wird zwischen zwei Einwirkungskombinationen, der charakteristischen (seltenen) und der quasiständigen Einwirkungskombination, unterschieden. Die Einwirkungskombination für die charakteristische (seltene) Bemessungssituation ist immer dann anzuwenden, wenn Schäden an angrenzenden, häufig darunter befindlichen Bauteilen infolge von zu starken Verformungen oder Lastenleitungen in nicht tragende Bauteile vermieden werden sollen. Dies ist häufig der Fall bei Decken über leichten Trennwänden oder darunter befindlichen großen Öffnungen mit Verglasungen, aber auch bei direkt am Bauteil befestigten Installationsleitungen. Für diese Einwirkungskombination ist neben dem Kombinationsbeiwert $\psi_{2,i}$ auch der höhere Kombinationsbeiwert $\psi_{0,i}$ zu berücksichtigen.

Der Nachweis der Verformungen für die quasiständige Bemessungssituation ist immer dann zu führen, wenn Schäden an Einbauten nicht zu erwarten sind und ausschließlich Anforderungen an das Erscheinungsbild und die Benutzbarkeit gestellt werden. Für diese Einwirkungskombination ist ausschließlich der kleinere Kombinationsbeiwert $\psi_{2,i}$ zu verwenden, so dass diese zu deutlich geringeren Verformungen führt. Häufig vorkommende veränderliche Einwirkungen wie Windlasten, Schneelasten für Orte bis 1000 m über NN und Personenlasten auf Dächern sind für die Ermittlung der Verformungen in dieser Einwirkungskombination nicht zu berücksichtigen ($\psi_{2,i} = 0$).

Tab. 11: Kombinationsbeiwerte $\psi_{0,i}$ und $\psi_{2,i}$ für im Holzbau häufig vorkommende Einwirkungen

Einwirkung		$\psi_{0,i}$	$\psi_{2,i}$
Nutzlasten	Wohn- und Aufenthaltsräume	0,7	0,3
	Büroräume	0,7	0,3
	Versammlungsräume	0,7	0,6
	Verkaufsräume	0,7	0,6
	Lagerräume	1,0	0,8
Verkehrslasten	Dächer	0	0
Schnee- und Eislasten	Orte bis 1000 m über NN	0,5	0
	Orte über 1000 m über NN	0,7	0,2
Windlasten		0,6	0

Bei denen in DIN EN 1995-1-1/NA Tabelle NA.13 angegebenen Grenzwerten der Verformungen handelt es sich um empfohlene Werte. Die vertretbaren Verformungen sind in der Regel von der Nutzung eines Bauwerks abhängig und daher zwischen dem Bauherren und dem Tragwerksplaner im Einzelfall abzustimmen.

7 Nachweis der Tragfähigkeit von Verbindungen

7.1 Allgemeines

Der Nachweis der Tragfähigkeit von Verbindungen wird im Holzbau für metallische und zimmermannsmäßige Verbindungen, mit Ausnahme von Versätzen, über einen Vergleich der Kräfte aus Beanspruchung und Tragfähigkeit der Verbindung geführt. Die allgemeine Vorgehensweise der Bemessung dieser Verbindungen kann Bild 2 entnommen werden. Der Nachweis der Tragfähigkeit von Versätzen erfolgt über einen Spannungsvergleich. Das Bemessungsprinzip entspricht im Wesentlichen dem Nachweis für Druckbeanspruchungen unter einem Winkel α . Eine Vergrößerung der Druckfläche ist jedoch nicht zulässig, da der Bemessungswert der Druckfestigkeit unter dem Winkel α mit um den Faktor 2 erhöhten Druck- und Schubfestigkeiten berechnet wird.

Als stiftförmige Verbindungsmittel im Sinne der Norm gelten Nägel, Stabdübel, Passbolzen, Bolzen, Gewindestangen, Schrauben und Klammern. Die genannten Verbindungsmittel können in Holz-Holz- und in Holz-Holzwerkstoff-Verbindungen eingesetzt werden.

Bei der Verwendung von Stabdübeln, Passbolzen, Bolzen und Nägeln sind auch Holz-Stahlblech-Verbindungen möglich. Für stiftförmige Verbindungsmittel werden Regelungen zur Ermittlung der Tragfähigkeit senkrecht zur Stiftachse auf Abscheren, in Stiftachse auf Herausziehen sowie bei kombinierter Beanspruchung aus beiden Anteilen angegeben.

Die Ermittlung der Tragfähigkeit stiftförmiger metallischer Verbindungsmittel rechtwinklig zur Stiftachse erfolgt auf der Grundlage der von Johansen [24] abgeleiteten Fließgelenktheorie für Holzverbindungen. Diese Methode basiert auf der Annahme eines ideal plastischen Verhaltens von Holz unter Lochleibungsbeanspruchung sowie der Stifte unter Biegebeanspruchung. Ein sprödes Verhalten des Werkstoffs Holz wird dabei ausgeschlossen. Die möglichen Versagensfälle, die durch das Erreichen der Lochleibungsfestigkeit des Holzes sowie der Ausbildung von Fließgelenken im Stahlstift oder durch eine Kombination beider Versagenkriterien eintreten können, sind in Bild 6 dargestellt.

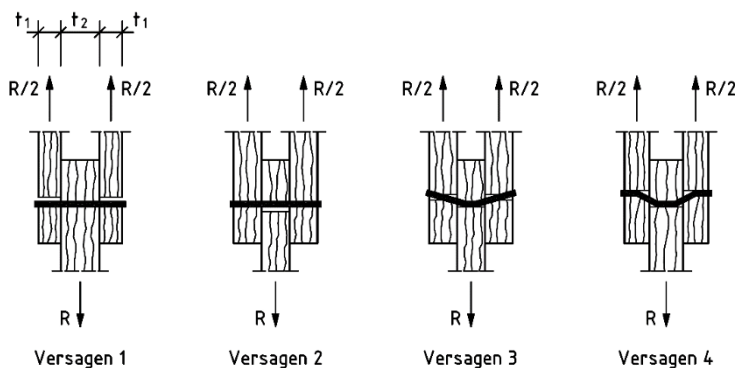


Bild 6: Versagensfälle zweischnittiger auf Abscheren beanspruchter Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln

Aufgrund der allgemeinen Annahmen, die der Tragfähigkeitsermittlung zugrunde liegen, gelten die Regelungen auch für stiftförmige Verbindungsmittel aus anderen Metallen, wie beispielsweise Aluminium. Das Versagen dieser Stifte darf nicht durch einen Spröddbruch, das heißt bei Biegewinkeln kleiner 45° , eintreten. Um ein sprödes, ohne Vorankündigung

eintretendes Versagen zu vermeiden, sind teilweise veränderte Mindestabstände der Verbindungsmittel untereinander einzuhalten sowie viele in Kraftrichtung hintereinander geschaltete Verbindungsmittel zu vermeiden. Ein duktiles Verhalten stellt sich insbesondere für Stifte niedriger Festigkeitsklassen sowie bei ausreichenden Holzdicken gemessen am Durchmesser des Stahlstifts ein. Das Verhältnis der Holzdicke zum Stiftdurchmesser sollte mindestens 6 betragen.

Zum Nachweis der Tragfähigkeit von Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln werden im Nationalen Anhang zu DIN EN 1995-1-1 Abschnitt NCI NA.8.2.4 Regelungen für ein sogenanntes Vereinfachtes Verfahren angegeben. Die Tragfähigkeit wird dabei unter der Annahme eines Versagens der Verbindung infolge Fließgelenkausbildung des Verbindungsmittels berechnet.

$$F_{vR,k} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad (17)$$

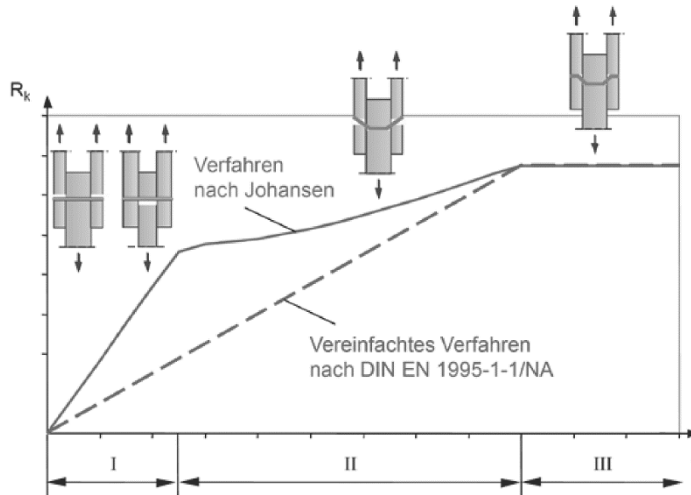
mit: $F_{vR,k}$ charakteristischer Wert der Tragfähigkeit je Scherfuge und Verbindungsmittel

$M_{y,Rk}$ charakteristischer Wert des Fließmoments des Verbindungsmittels

$f_{h,1,k}$ charakteristischer Wert der Lochleibungsfestigkeit des Seitenholzes

d Durchmesser des Verbindungsmittels

β Verhältnis der Lochleibungsfestigkeiten der verbundenen Teile $f_{h,2,k}/f_{h,1,k}$



- I Lochleibungsversagen der Seitenhölzer bzw. des Mittelholzes
- II Lochleibungsversagen in Kombination mit einer Fließgelenkausbildung im Bereich des Mittelholzes
- III Lochleibungsversagen in Kombination mit einer Fließgelenkausbildung im Bereich der Seitenhölzer sowie des Mittelholzes

Bild 7: Vergleich des genauen Verfahrens nach DIN EN 1995-1-1 (Johansen) mit dem vereinfachten Verfahren nach DIN EN 1995-1-1/NA

Diese Versagensart tritt nur ein, wenn eine ausreichende Holzdicke oder Lochleibungsfestigkeit des Holzes vorhanden sind, siehe Bild 7. Anderenfalls tritt zusätzlich und bei kleinen

Holzdecken sowie geringen Festigkeiten ausschließlich Lochleibungsversagen des Holzes auf. Um sicherzustellen, dass diese Versagensfälle nicht bemessungsmaßgebend sind, sind Mindestholzdicken t_{req} einzuhalten. Können diese nicht nachgewiesen werden, ist die Tragfähigkeit der Verbindung mit dem kleinsten Verhältniswert t/t_{req} abzumindern.

In die Bestimmungsgleichung zur Ermittlung der Verbindungstragfähigkeit gehen das Fließmoment des Verbindungsmittels, die Lochleibungsfestigkeit des Holzes sowie der Stiftdurchmesser ein. Das Fließmoment ist von der Zugfestigkeit des verwendeten Stahls sowie dem Stiftdurchmesser abhängig. Es beträgt beispielsweise für Verbindungen mit Stabdübeln und Passbolzen:

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} \quad (18)$$

mit: $f_{u,k}$ charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Stahls
 d Durchmesser des Stabdübels

Die Lochleibungsfestigkeit hängt neben der Rohdichte des Holzes und dem Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung ebenfalls vom Durchmesser des Stahlstiftes ab und beträgt in Faserrichtung des Holzes für Verbindungen mit Stabdübeln und Passbolzen:

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,001 \cdot d) \cdot \rho_k \quad (19)$$

mit: ρ_k charakteristischer Wert der Rohdichte des Holzes

Der lineare Einfluss der Rohdichte des Holzes und der Zugfestigkeit des Stahlstiftes auf die Tragfähigkeit des Verbindungsmittels je Scherfuge nach Gl. (17) gibt dem Tragwerksplaner die Möglichkeit, schnell die Steigerung x der Tragfähigkeit bei Veränderung der Festigkeitsklassen des Holzes bzw. des Stahls bei konstantem Stahldurchmesser über die folgende Beziehung zu ermitteln:

$$x = \left(\sqrt{\frac{f_{u,k,2} \cdot \rho_{k,2}}{f_{u,k,1} \cdot \rho_{k,1}}} - 1 \right) \cdot 100 \quad \text{in \%} \quad (20)$$

mit: x Steigerung der Tragfähigkeit in %

Dies soll an dem folgenden Beispiel erläutert werden. Für die Verbindung zweier Holzbau-teile wurde für einen Stiftdurchmesser die Stahlsorte S235 sowie ein Brettschichtholz GL24h gewählt.

$$\begin{aligned} f_{u,k,1} &= 360 \text{ N/mm}^2 && \text{nach DIN EN 1993-1-1 Tabelle 3.1} \\ \rho_{k,1} &= 385 \text{ kg/m}^3 && \text{nach DIN EN 14080 Tabelle 5} \end{aligned}$$

In einem zweiten Bemessungsschritt wird die Festigkeitsklasse des Holzes auf GL32h erhöht.

$$\begin{aligned} f_{u,k,2} &= 360 \text{ N/mm}^2 && \text{nach DIN EN 1993-1-1 Tabelle 3.1} \\ \rho_{k,2} &= 440 \text{ kg/m}^3 && \text{nach DIN EN 14080 Tabelle 5} \end{aligned}$$

Die Steigerung der Tragfähigkeit bei einer Verwendung von Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL32h gegenüber der ursprünglichen Verbindung mit einem Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL24h beträgt ca. 7 %:

$$x = \left(\sqrt{\frac{360 \cdot 440}{360 \cdot 385}} - 1 \right) \cdot 100 = 6,9\% \quad (21)$$

Wird in einem dritten Bemessungsschritt neben der Festigkeitsklasse des Holzes auf GL32h auch die Stahlsorte auf S355 erhöht, ergibt sich bereits eine Steigerung der Tragfähigkeit um ca. 25 %.

$$f_{u,k,2} = 490 \text{ N/mm}^2 \quad \text{nach DIN EN 1993-1-1 Tabelle 3.1}$$

$$\rho_{k,2} = 440 \text{ kg/m}^3 \quad \text{nach DIN EN 14080 Tabelle 5}$$

$$x = \left(\sqrt{\frac{490 \cdot 440}{360 \cdot 385}} - 1 \right) \cdot 100 = 24,7\% \quad (22)$$

Neben den Vereinfachten Regelungen des Nationalen Anhangs werden in der DIN EN 1995-1-1 sogenannte Genaue Nachweisverfahren zur Ermittlung der charakteristischen Tragfähigkeiten auf Abscheren beanspruchter Verbindungsmittel geregelt, siehe Bild 7. Entsprechend dieser Methode sind für einschnittige Verbindungen sechs Versagensfälle und für zweischnittige Verbindungen vier Versagensfälle zu überprüfen. Es handelt sich dabei um das Versagen infolge Lochleibung, Fließgelenkausbildung oder Kombinationen beider Versagensmechanismen. Der Versagensfall, der die geringste Tragfähigkeit aufweist ist bemessungsmaßgebend. Ein Nachweis von Mindestholzdicken ist bei Anwendung dieser Regelungen nicht erforderlich. Die Mindestabstände der Verbindungsmittel müssen jedoch eingehalten werden.

Für Dübel besonderer Bauart erfolgt ein rechnerischer Nachweis, in dem neben dem Dübel besonderer Bauart bei Scheibendübeln mit Zähnen und Dornen auch der Bolzen einen Anteil an der Gesamttragfähigkeit der Verbindungseinheit leistet. Somit ist es möglich, die Größe der Verbindungstragfähigkeit nicht ausschließlich über den Dübel sondern ebenso über die Wahl der Festigkeitsklasse des Bolzens zu steuern. Bei allen übrigen Dübeln besonderer Bauart kann nur der Dübel in Rechnung gestellt werden.

Die Verfahren der DIN EN 1995-1-1 und dem Nationalen Anhang NA zum Nachweis von Verbindungen bieten dem Anwender insgesamt die Möglichkeit, die Vielfalt der Festigkeitsklassen von Vollholz, Brettchichholz bzw. Holzwerkstoffen sowie unterschiedliche Stahlfestigkeiten zu berücksichtigen und zur Erzielung einer optimalen Tragfähigkeit sinnvoll miteinander zu kombinieren.

8 Bemessung von Holzbauteilen und Verbindungen für den Brandfall

8.1 Einführung

Für die Bemessung von Holzbauteilen und Verbindungen im Brandfall steht national derzeit die DIN 4102-4:1994-03 zur Verfügung. Daneben besteht auch weiterhin die Möglichkeit, nach DIN EN 1363-1:1999 die Tragfähigkeit und den Raumabschluss zu prüfen. Die Regelungen dieser europäischen Norm entsprechen im Prinzip der bekannten Prüfung nach DIN 4102-2:1977-09.

Da mit der Einführung der Eurocodes alle national widersprechenden Regelungen zurückgezogen werden sollen, wird im Jahr 2015 eine neue Fassung der DIN 4102-4 als sogenannte Restnorm erscheinen. In dieser Norm werden demnach die tabellierten Vorgaben von Mindestquerschnittsbreiten zum Erreichen der geforderten Feuerwiderstandsdauer in Abhängigkeit des Ausnutzungsgrades der Bemessung unter Normaltemperaturen sowie des Abstützungsabstandes des betrachteten Bauteils für Holzbauteile nach DIN 4102-4 in der Fassung von 1994 sowie die Bemessungsverfahren nach DIN 4102-22 nicht mehr enthalten sein, da der Eurocode 5 für den Nachweis von Holzbauteilen im Brandfall Bemessungsverfahren zur Verfügung stellt. Dies gilt ebenfalls für den Nachweis von Verbindungen im Brandfall. Auch hier werden nur noch Regelungen enthalten sein, die über den Eurocode 5 nicht abgedeckt sind.

Erhalten bleiben die geprüften und tabellierten Konstruktionen für Wand-, Dach- und Deckenaufbauten. Diese werden zusätzlich um neue, zeitgemäße Konstruktionsaufbauten ergänzt.

8.2 Brandschutzbemessung von Holzbauteilen nach DIN 1995-1-2

Eine Bemessung von Holzbauteilen unter Normaltemperaturen nach DIN EN 1995-1-1 erfordert einen Nachweis im Brandfall nach DIN EN 1995-1-2. Diese Norm bietet dem Anwender die Möglichkeit einer Brandschutzbemessung von Holzbauteilen nach dem Verfahren mit ideellen Restquerschnitten oder alternativ mit reduzierten Festigkeiten und Steifigkeiten am verbleibenden Restquerschnitt (Bild 8). Sowohl bei der Bemessung mit ideellen Restquerschnitten als auch bei der Bemessung mit reduzierten Festigkeiten und Steifigkeiten ist der Nachweis im Brandfall unter Verwendung veränderter Querschnittswerte zu führen. Die Nachweisformen entsprechen prinzipiell denen der DIN EN 1995-1-1. Es sind lediglich die temperaturabhängigen Querschnitts- und Materialeigenschaften zu berücksichtigen.

Bei der Bemessung mit ideellen Restquerschnitten werden die Festigkeiten und Steifigkeiten des verbleibenden Restquerschnitts nicht in Abhängigkeit der Temperatureinwirkung verringert. Der Verlust an Festigkeit und Steifigkeit unter Brandbeanspruchung wird durch eine erhöhte Abbrandtiefe berücksichtigt. Der Nachweis erfolgt somit nicht für den eigentlich verbleibenden Restquerschnitt sondern für einen ideellen Restquerschnitt.

Bei der Bemessung mit reduzierten Festigkeiten und Steifigkeiten wird die Tragfähigkeit des Restquerschnitts unter Berücksichtigung der Abnahme der Festigkeiten und Steifigkeiten in Abhängigkeit von der mittleren Temperatur des verbleibenden Restquerschnitts ermittelt. Die verminderten Tragfähigkeiten für Biegung, Druck und Zug sowie die verminderten Elastizitäts- und Schubmodulin sind unter Verwendung des Faktors p/A_r , dem Verhältnis von beflamtem Umfang zur Restquerschnittsfläche, zu bestimmen. Der Faktor p/A_r berücksichtigt indirekt die mittlere Temperatur des verbleibenden Restquerschnitts. Die Berücksichtigung einer erhöhten Abbrandtiefe ist bei dieser Vorgehensweise dementsprechend nicht erforderlich.

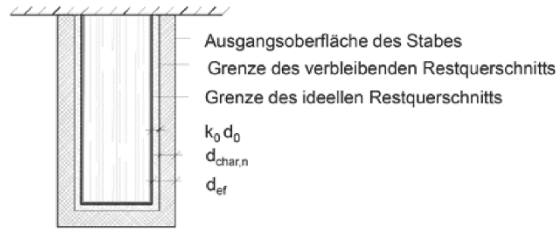


Bild 8: Definition von verbleibendem und ideellem Restquerschnitt am Beispiel dreiseitiger Brandbeanspruchung

In Analogie zur Bemessung unter Normaltemperaturen werden die Bemessungswerte der Einwirkungen im Brandfall auf der Grundlage des semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts nach DIN EN 1990 ermittelt. Der Brandfall ist als außergewöhnliche Bemessungssituation zu betrachten.

$$E_{dA} = \sum \left(\sum_{j \geq 1} \gamma_{GA,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{PA} \cdot P_k \oplus A_d \oplus \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (23)$$

Vereinfacht dürfen die Einwirkungen im Brandfall aus dem Bemessungswert der Einwirkungen bei Normaltemperatur ermittelt werden. Abweichend von den übrigen Baustoffen, bei denen der Bemessungswert der Einwirkungen im Brandfall mit 70% des Bemessungswertes unter Normaltemperaturen festgelegt wurde, darf die Bemessung im Holzbau mit einem auf 60 % abgeminderten Wert erfolgen. Im Vergleich zu den übrigen Baustoffen wie beispielsweise Stahl und Beton, ist diese Regelung auf den geringen Eigengewichtsanteil an der Gesamtbelastung zurückzuführen. Es gilt:

$$E_{dA} = \eta_{fi} \cdot E_d = 0,60 \cdot E_d \quad (24)$$

mit:

E_{dA} Bemessungswert der Einwirkungen im Brandfall

E_d Bemessungswert der Einwirkungen für ständige und vorübergehende Bemessungssituationen für den Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit gemäß DIN EN 1990

$$E_d = \sum \left(\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_P \cdot P_k \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (25)$$

η_{fi} Faktor zur Berücksichtigung verminderter Sicherheitsbeiwerte im Brandfall

Die Ermittlung des Bemessungswertes der Einwirkungen nach der vereinfachten Methode führt im Vergleich zur Anwendung der genauen Gleichung (23) im Allgemeinen zu deutlich höheren Einwirkungen, da die meisten veränderlichen Einwirkungen im Brandfall nur mit einem geringen prozentualen Anteil zu berücksichtigen bzw. ganz zu vernachlässigen sind. Für kleine Querschnitte wird aufgrund des im Vergleich zum Ausgangsquerschnitt geringen Restquerschnitts für eine geforderte Feuerwiderstandsdauer häufig die Bemessung im Brandfall gegenüber der Bemessung unter Normaltemperaturen maßgebend. Für diese Querschnitte ist es sinnvoll, die Bemessungsschnittgrößen im Brandfall nach der genauen Methode nach Gleichung (23) zu bestimmen. Für große Querschnitte ist in der Regel die „kalte“ Bemessung maßgebend, so dass hier der Brandfall sehr schnell auf der Grundlage des vereinfachten Bemessungswertes der Einwirkungen nach Gleichung (24) überprüft werden kann. Die Unterschiede sollen anhand eines Beispiels gezeigt werden.

Betrachtet wird ein unter 45° geneigter Sparren mit einer Lasteinflussbreite von 1 m, der sich in 16 m Höhe über Gelände befindet.

Charakteristische Einwirkungen als Streckenlasten senkrecht zum Sparren:

$$g_{k,90} = 0,707 \text{ kN/m}$$

$$s_{k,90} = 0,235 \text{ kN/m}$$

$$w_{k,90} = 0,560 \text{ kN/m}$$

Bemessungswert der Einwirkungen (maßgebend ist die Kombination mit Windlast als führende veränderliche Einwirkung) nach Gleichung (25):

$$\begin{aligned} q_{d,90} &= 1,35 \cdot g_{k,90} + 1,5 \cdot w_{k,90} + 1,5 \cdot 0,5 \cdot s_{k,90} \\ &= 1,35 \cdot 0,707 + 1,5 \cdot 0,56 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 0,235 = 1,92 \text{ kN/m} \quad (\Rightarrow 100 \%) \end{aligned}$$

Bemessungswert der Einwirkungen im Brandfall (maßgebend ist die Kombination mit Windlast als führende veränderliche Einwirkung) nach Gleichung (23):

$$\begin{aligned} q_{d,90,fi} &= 1,0 \cdot g_{k,90} + 0,5 \cdot w_{k,90} + 0 \cdot s_{k,90} \\ &= 1,0 \cdot 0,707 + 0,5 \cdot 0,56 + 0 \cdot 0,235 = 0,99 \text{ kN/m} \quad (\Rightarrow 50 \%) \end{aligned}$$

vereinfachter Bemessungswert der Einwirkungen im Brandfall nach Gleichung (24):

$$q_{d,90,fi} = 0,60 \cdot q_{d,90} = 0,60 \cdot 1,92 = 1,15 \text{ kN/m} \quad (\Rightarrow 60 \%)$$

Die Festigkeiten im Brandfall werden auf der Grundlage der 20%-Quantilwerte unter Normaltemperaturen direkt aus den in DIN EN 338 angegebenen 5%-Quantilwerten ermittelt. Die 20%-Quantilwerte sind für das Bemessungsverfahren mit ideellem Restquerschnitt direkt als Festigkeitskenngrößen der Bemessung zugrunde zu legen. Für den Nachweis mit reduzierten Festigkeiten und Steifigkeiten sind diese Werte in Abhängigkeit vom Verhältnis des beflamten Umfangs des Restquerschnitts zur Restquerschnittsfläche abzumindern. Alle Nachweise für den Brandfall erfolgen in Analogie zu den Nachweisformen der Bemessung unter Normaltemperaturen nach DIN EN 1995-1-1. Ein Stabilitätsversagen druckbeanspruchter Bauteile wird nach dem Ersatzstabverfahren unter Ansatz des Knickbeiwertes $k_{c,fi}$ und für biegebeanspruchte Bauteile unter Verwendung des Kippbeiwerts $k_{crit,fi}$ unter Berücksichtigung der temperaturabhängigen Querschnitts- und Materialeigenschaften berücksichtigt.

Der Nachweis von Holzbauteilen im Brandfall nach der DIN EN 1995-1-2 gliedert sich für beide Nachweismöglichkeiten in fünf wesentliche Bemessungsschritte (Bild 9).

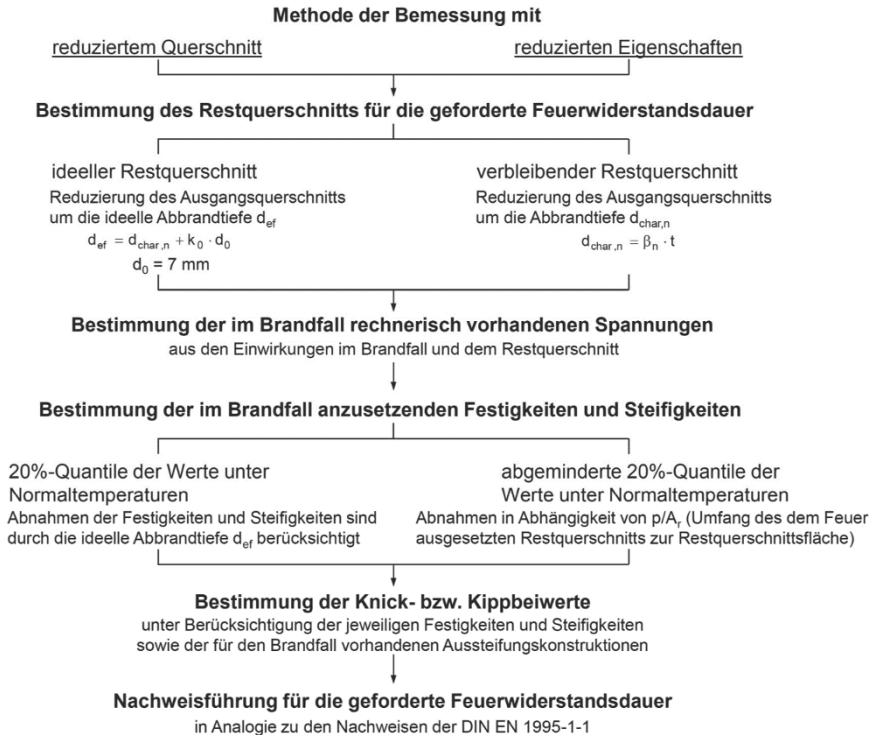


Bild 9: Ablauf der Brandschutzbemessung von Holzbauteilen nach DIN EN 1995-1-2

8.3 Brandschutzbemessung von Verbindungen nach DIN 1995-1-2

Für den Nachweis von Verbindungen im Brandfall haben sich keine wesentlichen Änderungen ergeben. Wie bislang bereits aus den Regelungen der DIN 4102-22 bekannt, werden charakteristische Tragfähigkeiten ermittelt, die für stiftförmige Verbindungsmittel beispielsweise folgende Kriterien berücksichtigen:

- Abbrand und Temperaturerhöhung innerhalb der Verbindung
- Versagen des Holzes infolge Lochleibung
- Versagen des Verbindungsmittels über die Einhaltung von Mindestwerten d/t_1

Die Regelungen nach DIN EN 1995-1-2 zum Nachweis von Holzverbindungen für den Brandfall gelten für symmetrische zweischnittige Holz-Holz- und Holz-Stahl-Verbindungen mit metallischen Verbindungsmitteln. Ähnlich wie bei der Bemessung von Holzbauteilen bietet die europäisch harmonisierte Norm auch für den Nachweis von Verbindungen für den Brandfall ein Vereinfachtes und ein Genaueres Verfahren an. Die Regelungen gelten jeweils für geschützte und ungeschützte Verbindungen. Es soll an dieser Stelle nur auf ungeschützte Verbindungen mit stiftförmigen metallischen Verbindungen näher eingegangen werden. Hinsichtlich der weiteren Verbindungen sowie der Ausführung von geschützten Verbindungen wird auf die ausführlichen Erläuterungen im Holz Brandschutz Handbuch [25] verwiesen.

Anhand eines vereinfachten Verfahrens können Feuerwiderstandsdauern von maximal 30 Minuten durch konstruktive Maßnahmen, wie eine Erhöhung der Seitenholzabmessungen bzw. der End- und Randabstände der Verbindungsmittel, erreicht werden. Durch die Anwendung einer genaueren Methode mit reduzierten Beanspruchungen lassen sich, mit Ausnahme von Verbindungen mit Nägeln oder Schrauben, Feuerwiderstandsdauern von maximal 30 Minuten sowie für Stabdübelverbindungen von 40 Minuten ohne weitere konstruktive Maßnahmen nachweisen.

Es ist erwiesen, dass ungeschützte Verbindungen, die unter Normaltemperaturen nach DIN EN 1995-1-1 bemessen wurden, ohne weiteren Nachweis bei Einhaltung vorgegebener Verbindungsmitteldurchmesser und Seitenholzdicken einen Feuerwiderstand von mindestens 15 Minuten und für Stabdübelverbindungen von 20 Minuten aufweisen.

Tab. 12: Feuerwiderstandsdauer ungeschützter Verbindungen mit Seitenteilen aus Holz nach DIN EN 1995-1-2

Verbindungsmittel	Feuerwiderstandsdauer $t_{d,fi}$ in min	Mindestabmessungen d und t_1 in mm
Nägel	15	$d \geq 2,8$
Schrauben	15	$d \geq 2,8$
Stabdübel	20	$t_1 \geq 45$
Bolzen	15	$t_1 \geq 45$
Ring- und Scheibendübel	15	$t_1 \geq 45$

Durch Erhöhung der Seitenholzabmessungen bzw. der End- und Randabstände der Verbindungsmittel können für Verbindungen mit Stabdübeln, Nägeln oder Schrauben die Feuerwiderstandsdauern erhöht werden. Es ist eine maximale Erhöhung bis auf 30 Minuten zulässig. Hierfür sind sowohl die unter Normaltemperaturen erforderlichen End- und Randabstände der Verbindungsmittel a_3 und a_4 als auch die vorhandene Dicke des Seitenholzes t_1 um einen Wert a_{fi} zu erhöhen (Tab. 13). Da die Angaben der Tab. 12 auch für Verbindungen gelten, die mit den Mindestanforderungen an End- und Randabstände nach DIN EN 1995-1-1 ausgeführt werden, bezieht sich das Maß der Erhöhung auf die erforderlichen und nicht auf die tatsächlich vorhandenen Abstände. Entspricht das vorhandene Maß bereits mindestens der Summe aus dem erforderlichen Abstand unter Normaltemperaturen und dem Erhöhungswert a_{fi} ist keine weitere Veränderung der Verbindungsgeometrie erforderlich. Folgende Bedingungen sind einzuhalten:

$$a_{3(4)} \geq a_{3(4),req} + a_{fi} \quad (26)$$

$a_{3(4),req}$ erforderliche Abstände nach DIN EN 1995-1-1, Abschnitt 8
 a_{fi} Maß der Erhöhung nach DIN EN 1995-1-2, Gleichung (6.1)

Mit zunehmender Seitenholzdicke nimmt die Tragfähigkeit einer Verbindung in den Versagensfällen 1 bis 3 der Johansen-Beziehungen aufgrund des Einflusses der Lochleibungsfestigkeit zu. Der Versagensfall 4 ist durch ein Erreichen der Traglast infolge Fließgelenkausbildung des Stahlstiftes gekennzeichnet. Er ist somit unabhängig von der Dicke der Seitenholzbauteile. Eine Vergrößerung führt zu keiner Erhöhung der Tragfähigkeit der Verbindung. Daher ist für den Brandfall ab einer vorhandenen Seitenholzdicke t_1 , die der Summe aus der erforderlichen Dicke t_{req} für das Erreichen des Versagensfalles 4 und dem Wert der Erhöhung a_{fi} entspricht, keine weitere Vergrößerung der Dicke des Seitenholzes zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten erforderlich. In allen übrigen

Fällen ist die vorhandene Seitenholzdicke t_1 um den Wert a_{fi} nach Gleichung (6.1) der DIN EN 1995-1-2 zu erhöhen.

Verbindungen mit Bolzen oder Dübeln besonderer Bauart sind zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten entweder geschützt auszuführen oder nach dem genaueren Verfahren der Methode mit reduzierten Beanspruchungen nachzuweisen. Es ist zu beachten, dass durch die Erhöhungen der Bauteilabmessungen sowie der Rand- und Endabstände der Verbindungsmittel eine maximale Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten erreicht werden kann. Für größere Widerstandsdauern ist der Nachweis mit der Methode der reduzierten Beanspruchungen zu führen.

Tab. 13: Erhöhung a_{fi} zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten nach DIN EN 1995-1-2, Gleichung (6.1)

Verbindungsmittel	Erhöhungsfaktor a_{fi} in mm	
	Vollholz aus Nadelholz	Brettschichtholz
Nägels	18	16
Schrauben	18	16
Stabdübel	12	11

Die Methode der Bemessung mit reduzierten Beanspruchungen bietet für ungeschützte Verbindungen die Möglichkeit, höhere Feuerwiderstandsdauern als nach dem vereinfachten Verfahren nach DIN EN 1995-1-2, Tabelle 6.1 zu erreichen, ohne die Geometrie der Verbindung gegenüber der Bemessung unter Normaltemperaturen ändern zu müssen. Mit Ausnahme von Verbindungen mit Nägeln und Schrauben lassen sich nach DIN EN 1995-1-2, Abschnitt 6.2.2.1 (3) Feuerwiderstandsdauern von maximal 30 Minuten und für Stabdübelverbindungen von 40 Minuten erzielen. Ungeschützte Verbindungen mit Nägeln und Schrauben können ohne weitere Maßnahmen Feuerwiderstandsdauern von maximal 20 Minuten erreichen (Tab. 14). Für höhere Feuerwiderstandsdauern sind die Verbindungen entweder geschützt auszuführen oder alternativ die Abmessungen der Seitenhölzer sowie der End- und Randabstände der Verbindungsmittel zu erhöhen. Insgesamt können durch Anwendung dieser Methode Feuerwiderstandsdauern bis zu 60 Minuten nachgewiesen werden. Bis zu einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten gelten für die Erhöhungen die Regelungen der vereinfachten Methode nach Gleichung (6.1) der DIN EN 1995-1-2. Für Feuerwiderstandsdauern größer als 30 Minuten sind die Endabstände der Verbindungsmittel um das doppelte Maß zu vergrößern. Dies gilt ebenso für Mittelholzbauteile einer Verbindung, wie beispielsweise beim Zugstoß.

Tab. 14: Maximale Gültigkeitsdauer ungeschützter Verbindungen nach DIN EN 1995-1-2, Abschnitt 6.2.2.1 (3)

Verbindung	Maximale Gültigkeitsdauer ungeschützter Verbindungen in min
Nägels und Schrauben	20
Bolzen, Holz-Holz mit $d \geq 12$ mm	30
Bolzen, Stahl-Holz mit $d \geq 12$ mm	30
Stabdübel, Holz-Holz ^a mit $d \geq 12$ mm	40
Stabdübel, Stahl-Holz ^a mit $d \geq 12$ mm	30
Dübel besonderer Bauart nach DIN EN 912	30
^a Werte gelten für Verbindungen mit einem Bolzen je vier Stabdübel	

Die Methode mit reduzierten Beanspruchungen bietet zwei alternative Verfahren für den Nachweis einer ausreichenden Tragfähigkeit von Verbindungen für eine angestrebte Feuerwiderstandsdauer. Das eine Verfahren sieht den Nachweis der Tragfähigkeit für eine angestrebte Feuerwiderstandsdauer vor und das andere die Ermittlung der vorhandenen Feuerwiderstandsdauer für eine vorgegebene Verbindung in Abhängigkeit ihres Ausnutzungsgrades unter Normaltemperaturen.

Durch Anwendung der Gleichungen (6.5) und (6.6) kann für eine erforderliche Feuerwiderstandsdauer die korrespondierende Tragfähigkeit für den Brandfall aus der Tragfähigkeit unter Normaltemperaturen ermittelt werden. In Abhängigkeit der Art der Verbindung sowie der angestrebten Feuerwiderstandsdauer ergibt sich aus Gleichung (6.6) die Abminderung der Beanspruchbarkeit für den Brandfall. Dabei ist zu beachten, dass die Ausgangsfestigkeit für den Brandfall im Gegensatz zu einer Bemessung unter Normaltemperaturen mit dem 20%-Quantilwert der Festigkeit anzusetzen ist. Gemäß dieser Regelung fehlt in der Gleichung (6.5) der Faktor k_{fi} nach Tabelle 2.1 der Norm. Dieser wird zukünftig über eine Änderung A1 zur DIN EN 1995-1-2 in die Gleichung aufgenommen. Die Gleichung zur Ermittlung des charakteristischen mechanischen Widerstandes eines Verbindungsmittels auf Abscheren für den Brandfall lautet dementsprechend:

$$F_{v,Rk,fi} = \eta \cdot F_{v,Rk} \quad (27)$$

η	Abminderungsfaktor $\eta = e^{-k \cdot t_{d,fi}}$
k	Parameter zur Berücksichtigung der Verbindung nach DIN EN 1995-1-2, Tabelle 6.3
$t_{d,fi}$	Feuerwiderstandsdauer in min
$F_{v,Rk}$	charakteristische Beanspruchbarkeit der Verbindung unter Normaltemperatur nach DIN EN 1995-1-1
$F_{v,Rk,fi}$	charakteristische Beanspruchbarkeit der Verbindung im Brandfall

Bei der zweiten Methode kann für eine unter Normaltemperaturen nachgewiesene Verbindung die erreichbare Feuerwiderstandsdauer ermittelt werden. Die vorhandene Feuerwiderstandsdauer wird anhand der Gleichung (6.7) in Abhängigkeit der Verbindungsart, der Beanspruchung im Brandfall sowie der Ausnutzung der Verbindung unter Normaltemperaturen bestimmt. Diese Gleichung wurde aus den Gleichungen (6.5) und (6.6) unter der Bedingung abgeleitet, dass für die maximale Feuerwiderstandsdauer die Auslastung des Nachweises für den Brandfall 100% beträgt.

$$t_{d,fi} = -\frac{1}{k} \cdot \ln \frac{\eta_{fi} \cdot \eta_0 \cdot k_{mod} \cdot \gamma_{M,fi}}{\gamma_M \cdot k_{fi}} \quad (28)$$

k	Parameter zur Berücksichtigung der Verbindung nach DIN EN 1995-1-2, Tabelle 6.3
η_{fi}	Abminderungsfaktor zur Ermittlung der Beanspruchung im Brandfall nach DIN EN 1995-1-2, Gleichung (2.8)
k_{mod}	Modifikationsbeiwert nach DIN EN 1995-1-1, Tabelle 3.1
η_0	Ausnutzungsgrad der Bemessung unter Normaltemperaturen
$\gamma_{M,fi}$	Teilsicherheitsbeiwert für Holz für den Brandfall
	$\gamma_{M,fi} = 1,0$

γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für die Verbindung unter Normaltemperatur nach DIN EN 1995-1-1, Abschnitt 2.4.1
k_{fi}	Faktor zur Ermittlung des 20%-Quantilwertes der Festigkeit nach DIN EN 1995-1-2, Tabelle 2.1

Die Gleichung (6.7) zur Ermittlung der vorhandenen Feuerwiderstandsdauer lässt sich aus den Gleichungen (6.5) und (6.6) der DIN EN 1995-1-2 herleiten. Hinsichtlich dieser Herleitung wird auf Ausführungen im Holz Brandschutz Handbuch verwiesen. Es ist somit zu beachten, dass beide Verfahren zu dem gleichen Ergebnis führen und somit jeweils nur eines der angegebenen Verfahren verwendet werden muss.

Es ist jedoch zu beachten, dass die maximal erzielbare Feuerwiderstandsdauer durch die in Tabelle 6.3 der DIN EN 1995-1-2 angegebene maximale Gültigkeitsdauer für ungeschützte Verbindungen begrenzt ist. Gemäß der Tabelle können ungeschützte Verbindungen mit Nägeln und Schrauben ohne weitere Maßnahmen eine Feuerwiderstandsdauer von maximal 20 Minuten erreichen, Verbindungen mit Stabdübeln von 40 Minuten und alle anderen von 30 Minuten. Für Verbindungen mit Nägeln und Schrauben ohne überstehende Köpfe lässt sich die Feuerwiderstandsdauer durch eine Vergrößerung der Rand- und Endabstände der Verbindungsmittel auf bis zu 30 Minuten erhöhen. Rechnerisch können sich unter Anwendung der Gleichung (28) größere Feuerwiderstandsdauern ergeben. Diese dürfen für den Nachweis nicht angesetzt werden. Die vorhandene Feuerwiderstandsdauer ergibt sich als der Minimalwert aus:

$$t_{d,fi} = \min \begin{cases} t_{d,fi} & \text{Gleichung 6.7 der DIN EN 1995-1-2} \\ t_{d,fi} & \text{Tabelle 6.3 der DIN EN 1995-1-2} \end{cases} \quad (7.40)$$

Insgesamt ist festzustellen, dass die Bemessung nach der Methode mit reduzierten Beanspruchungen im Vergleich zu den Regelungen nach DIN 4102-22 zu konservativen Ergebnissen führt. Das Einparametermodell nach Gleichung (6.6) gilt sehr gut für Seitenhölzer mit vergleichsweise geringer Dicke. Bei breiteren Laschen muss zunächst eine Schwächung der Holzbauteile eintreten, ehe die Verbindung insgesamt beeinflusst wird. Dieses Tragverhalten ließe sich durch ein Zweiparametermodell wesentlich genauer erfassen. Auch Nagel- und Schraubenverbindungen mit entsprechend dimensionierten Seitenholzteilen oder einer größeren Anzahl von Verbindungsmitteln können ungeschützt praktisch durchaus Feuerwiderstandsdauern von 30 Minuten erreichen. Derzeit liegen jedoch nicht genügend abgesicherte Daten vor, um ein solches Verfahren in zusätzlicher Abhängigkeit der Geometrie der Verbindung abzuleiten.

Bemessungsbeispiele nach DIN EN 1995-1-1 und DIN EN 1995-1-2

**Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken –
Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln
für den Hochbau**

Beispiel A.1.1

Zugbemessung

Aufgabenstellung

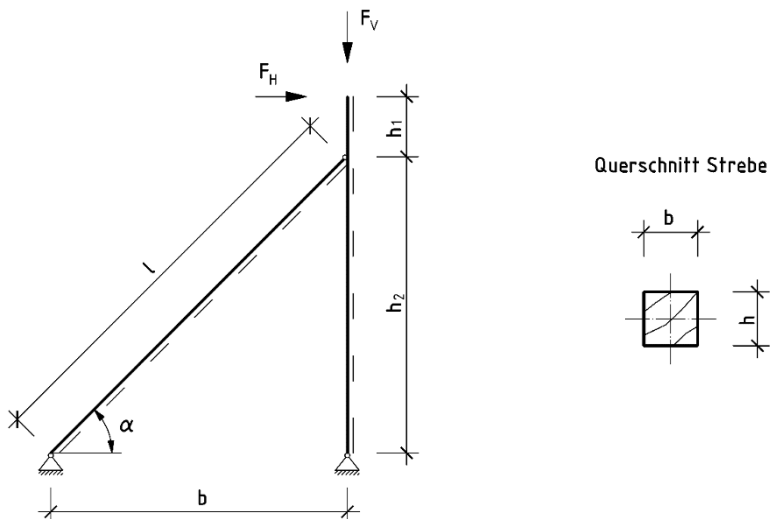


Bild A.1.1-1

$F_{V,G,k} = 5,50 \text{ kN}$ (ständig)

$F_{V,Q,k} = 9,50 \text{ kN}$ (veränderlich-kurz)

$F_{H,Q,k} = 15 \text{ kN}$ (veränderlich-kurz)

Nutzungsklasse 2

$\ell = 3,54 \text{ m}$

$h_1 = 0,50 \text{ m}$

$h_2 = 2,50 \text{ m}$

$b = 2,50 \text{ m}$

$\alpha = 45^\circ$

Strebe: $b/h = 12/12 \text{ cm}$

Festigkeitsklasse C24

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen	
$F_{V,G,d} = \gamma_G \cdot F_{V,G,k} = 1,35 \cdot 5,5$	= 7,4 kN
$F_{V,Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{V,Q,k} = 1,5 \cdot 9,5$	= 14,3 kN

$$F_{H,Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{H,Q,k} = 1,5 \cdot 15 = 22,5 \text{ kN}$$

$$F_{V,d} = F_{V,G,d} + F_{V,Q,d} = 7,4 + 14,3 = 21,7 \text{ kN}$$

$$F_{H,d} = F_{H,Q,d} = 22,5 \text{ kN}$$

Bemessungswerte der Schnittgrößen

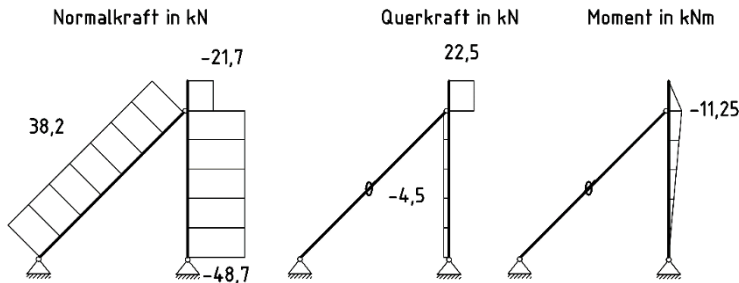


Bild A.1.1-2

bemessungsmaßgebende Schnittgröße der Strebe

$$N_{t,0,d} = 38,2 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

Der Anschluss der Strebe an den Stiel wird mit Holzlaschen $b/h = 3/12$ cm und Nägeln 6/110 ausgeführt. Die Nagelverbindungen werden zur Verhinderung der Spaltgefahr vorgebohrt. Bei vorgebohrten Hölzern sind beim Nachweis Querschnittsschwächungen durch die Verbindungsmittel zu berücksichtigen.

$$A = b \cdot h = 12 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^2$$

$$\Delta A = n \cdot d \cdot b$$

$$n = 3$$

$$d = 0,6 \text{ cm}$$

$$\Delta A = 3 \cdot 0,6 \cdot 12,0 = 21,6 \text{ cm}^2$$

$$A_n = A - \Delta A = 144 - 21,6 = 122,4 \text{ cm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{t,0,d}}{A_n} = \frac{38,2 \cdot 10^3}{122,4 \cdot 10^2} = 3,1 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Baustoffeigenschaften

$$f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Festigkeiten

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

Theorie I. Ordnung

[11] 5.2 (3)

Nagelfehlflächen
Anzahl Nagelfehl-
flächen je Schnitt
Nageldurchmesser

[13] Tab. 1

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{t,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{14}{1,3} = 9,7 \text{ N/mm}^2$$

[12] Tab. NA.2

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{3,1}{9,7} = 0,32 < 1,0$$

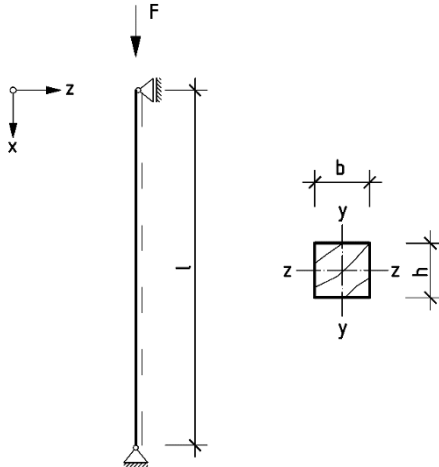
Nachweis erbracht

[11] Gl. (6.1)

Beispiel A.1.2

Einteiliger Druckstab

Aufgabenstellung



$F = F_{G,k} + F_{Q,k}$
 $F_{G,k} = 65 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 25 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 3,50 \text{ m}$
 $b/h = 18/18 \text{ cm}$
 Festigkeitsklasse C24

Bild A.1.2-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte für Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 65 = 87,8 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 25 = 37,5 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{c,0,d} = F_{G,d} + F_{Q,d} = 87,8 + 37,5 = 125,3 \text{ kN}$$

Theorie I. Ordnung

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h = 18 \cdot 18 = 324,0 \text{ cm}^2$$

$$i = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{18}{\sqrt{12}} = 5,2 \text{ cm}$$

 Trägheitsradius
 $i = i_y = i_z$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{c,0,d}}{A} = \frac{125,3 \cdot 10^3}{324 \cdot 10^2} = 3,9 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$\begin{aligned} f_{c,0,k} &= 21,0 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,\text{mean}} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,05} &= 2/3 \cdot E_{0,\text{mean}} = 2/3 \cdot 11000 = 7333 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$\begin{aligned} f_d &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \\ k_{\text{mod}} &= 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lastenwirkungsdauer: mittel} \end{array} \\ \gamma_M &= 1,3 \\ f_{c,0,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Bei druckbeanspruchten Bauteilen der Nutzungs-kategorie 2, bei denen der Bemessungswert des ständigen Lastanteils 70 % des Bemessungswerts der Gesamtlast überschreitet, ist der Einfluss des Kriechens zu berücksichtigen. Die Berücksichtigung erfolgt durch eine Abminderung der Steifigkeit um den Faktor $1/(1+k_{\text{def}})$.

$$F_{G,d} = 87,8 \text{ kN} > 87,7 \text{ kN} = 0,7 \cdot 125,3 \text{ kN} = 0,7 \cdot N_{c,0,d}$$

Knickbeiwert k_c

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}}; 1 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.25)/(6.26)}$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05} \cdot \frac{1}{(1+k_{\text{def}})}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.21)}$$

$$\lambda = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i} = \frac{350}{5,20} = 67,3$$

$$k_{\text{def}} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 2} \end{array}$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{67,3}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,0 \cdot (1+0,8)}{7333}} = 1,54$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.27)/(6.28)}$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz} \quad [11] \text{ Gl. (6.29)}$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,54 - 0,3) + 1,54^2] = 1,81$$

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{1,81 + \sqrt{1,81^2 - 1,54^2}}; 1 \right\} = \min\{0,36; 1\} = 0,36$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{3,9}{0,36 \cdot 12,9} = 0,84 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.23)/(6.24)}$$

[13] Tab. 1

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 6.3.2

[12] NCI NA.5.9

Schlankheit für Eulerstab 2

[11] Tab. 3.2

Beispiel A.1.3

Zweiteiliger Rahmenstab mit Zwischenhölzern

Aufgabenstellung

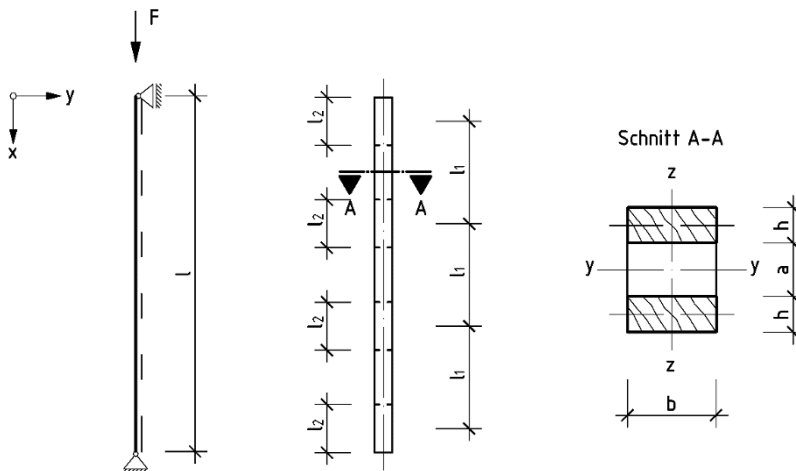


Bild A.1.3-1

$F_{G,k} = 40 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 20 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2

$\ell = 4,0 \text{ m}$
 $\ell_1 = 1,12 \text{ m}$ und $\ell_2 = 0,65 \text{ m}$

Stäbe $2 \times b/h = 2 \times 20/8 \text{ cm}$
 Zwischenhölzer $b/a = 20/12 \text{ cm}$
 Festigkeitsklasse C24
 Verbindung mit Dübeln besonderer Bauart

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 40 = 54,0 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 20 = 30,0 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 54 + 30 = 84,0 \text{ kN}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab.
NA.A.1.2(A)

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{c,0,d} = F_d = 84,0 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot 20 \cdot 8 = 320 \text{ cm}^2$$

$$I_z = \frac{2 \cdot b^3 \cdot h}{12} = \frac{2 \cdot 20^3 \cdot 8}{12} = 10667 \text{ cm}^4$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{c,0,d}}{A} = \frac{84 \cdot 10^3}{320 \cdot 10^2} = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 2/3 \cdot E_{0,mean} = 2/3 \cdot 11000 = 7333 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Schlankheit für das Knicken um die z-Achse

$$\lambda_z = \frac{\ell_{ef,z}}{\sqrt{I_z/A}} = \frac{400}{\sqrt{10667/320}} = 69,3$$

$$\ell_{ef,z} = \ell = 400 \text{ cm}$$

Schlankheit für das Knicken um die y-Achse

$$\lambda_{ef,y} = \sqrt{\lambda^2 + \eta \cdot \frac{n}{2} \cdot \lambda_1^2}$$

$$\lambda = \ell_y \cdot \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{tot}}}$$

$$\ell_y = 400 \text{ cm}$$

$$A_{tot} = 2 \cdot A = 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot 20 \cdot 8 = 320 \text{ cm}^2$$

Theorie I. Ordnung

Druck

[13] Tab. 1

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] C.3

Knicklänge für Eulerfall 2

[11] C.3.2

[11] Gl. (C.10)

[11] Gl. (C.11)

Knicklänge

[11] Gl. (C.6)

$$I_{\text{tot}} = \frac{b \cdot [(2 \cdot h + a)^3 - a^3]}{12}$$

$$= \frac{20 \cdot [(2 \cdot 8 + 12)^3 - 12^3]}{12} = 33707 \text{ cm}^4$$

[11] Gl. (C.7)

$$\lambda = 400 \cdot \sqrt{\frac{320}{33707}} = 39,0$$

kürzeste Lasteinwirkungsdauer: veränderlich - mittel

$$\eta = 2,5$$

$$n = 2$$

[11] Tab. C.1

Anzahl der Einzelstäbe

$$\lambda_1 = \max \left\{ 30; \frac{\ell_1 \cdot \sqrt{12}}{h} \right\}$$

$$= \max \left\{ 30; \frac{112 \cdot \sqrt{12}}{8} \right\} = \max \{30; 49,9\} = 48,4$$

[11] Gl. (C.12)

$$\lambda_{\text{ef},y} = \sqrt{39,0^2 + 2,5 \cdot \frac{2}{2} \cdot 49,9^2} = 85,8$$

Gl. (C.10) gilt nur unter folgenden Voraussetzungen:

[11] C.3.1 (2)

- ungerade Felderanzahl ≥ 3 $3 \geq 3$ Anforderung erfüllt
- $a/h \leq 3$ $12/8 = 1,5 \leq 3$ Anforderung erfüllt
- $\ell_2/a \geq 1,5$ $65/12 = 4,5 \geq 3$ Anforderung erfüllt
- in jeder Fuge Querverbindung/Stab mehr als zwei Dübel Anforderung erfüllt
- an den Stabenden in jeder Fuge Querverbinder/Stab mehr als vier Nägel in einer Reihe hintereinander Anforderung erfüllt

maßgebende Schlankheit

$$\lambda_{\text{ef}} = \max \left\{ \lambda_z; \lambda_{\text{ef},y} \right\} = \max \left\{ 69,3; 85,8 \right\} = 85,8$$

Knickbeiwert k_c

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}}; 1 \right\}$$

[11] Gl. (6.25)

$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2]$$

[11] Gl. (6.27)

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz}$$

[11] Gl. (6.29)

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.21)

$$= \frac{85,8}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7333}} = 1,46$$

$$\lambda = \lambda_{\text{ef}} = 85,8$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,46 - 0,3) + 1,46^2] = 1,68$$

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{1,68 + \sqrt{1,68^2 - 1,46^2}}; 1 \right\} = \min \{ 0,40; 1 \} = 0,40$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{2,6}{0,40 \cdot 12,9} = 0,50 < 1,0$$

[11] 6.3.2

[11] Gl. (6.23)

Tragsicherheitsnachweis für die Verbindungen

[11] C.2.2

Bemessungswert der Querkraft, die über die ganze Stablänge angesetzt wird

$$V_d = F_{c,d} / (60 \cdot k_c) \quad \text{für } 60 \leq \lambda_{ef} = 88,0$$

[11] Gl. (C.5)

$$V_d = 84 / (60 \cdot 0,38) = 3,68 \text{ kN}$$

Die Querverbindungen sind für folgende Schubkräfte T_d nachzuweisen

$$T_d = \frac{V_d \cdot \ell_1}{a_1} = \frac{3,68 \cdot 112}{20} = 20,6 \text{ kN}$$

Tragsicherheitsnachweis auf Schub für die Zwischenhölzer

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{T_d}{l_2 \cdot k_{cr} \cdot b}$$

[11] Gl. (6.13a)

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{20,6 \cdot 10^3}{54 \cdot 0,5 \cdot 20 \cdot 10^2} = 0,57 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,57}{2,5} = 0,23 \leq 1,0$$

[11] Gl. (6.13)

Tragsicherheitsnachweis für die Dübel besonderer Bauart

[11] 8.10

Dübeltyp C1 mit Dübeldurchmesser $d_c = 117 \text{ mm}$

Aufgrund der erforderlichen Länge wird anstelle eines Bolzens eine Gewindestange M20 der Festigkeitsklasse 5.6 verwendet.

[12] Tab NA.16

$$F_{v,Rk} = F_{v,Rk,c} + F_{v,Rk,b}$$

[11] 8.10 (1)

charakteristische Tragfähigkeit des Dübels

$$F_{v,Rk,c} = 18 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot d_c^{1,5}$$

[11] Gl. (8.72)

$$k_1 = \min \{ 1; t_1 / (3 \cdot h_e); t_2 / (5 \cdot h_e) \}$$

[11] Gl. (8.73)

$$h_e = 14,3 \text{ mm}$$

$$t_1 = 80 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm}$$

$$k_1 = \min \{ 1; 1,86; 1,66 \} = 1,0$$

$$k_2 = \min\{1; a_{3,t} / (1,5 \cdot d_c)\} \quad [11] \text{ Gl. (8.74)}$$

$$a_{3,t} = \max\{1,1 \cdot d_c; 7 \cdot d; 80 \text{ mm}\} = 140 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (8.75)}$$

$$k_2 = \min\{1; 0,80\} = 0,80$$

$$k_3 = \min\{1,5; \rho_k / 350\} \quad [11] \text{ Gl. (8.78)}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$k_3 = 1,0$$

$$F_{v,Rk,c} = 18 \cdot 1,0 \cdot 0,80 \cdot 1,0 \cdot 117^{1,5} \cdot 10^{-3} = 18,2 \text{ kN}$$

charakteristische Tragfähigkeit der Gewindestange

$$F_{v,Rk,b} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.102)}$$

Nachweis der Mindestholzdicken

Infolge der Stabilitätsbeanspruchung erhalten beide Dübel besonderer Bauart, die durch eine Gewindestange gesichert werden, Beanspruchungen unterschiedlichen Vorzeichens, so dass die Verbindungseinheit rechnerisch in zwei einschnittige Verbindungen entlang der Symmetrieachse geteilt wird.

$$t_{1(2),req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,1(2),k} \cdot d}} \quad [12] \text{ Gl. (NA.103)}$$

$$\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k} = 23/23 = 1 \quad [12] \text{ NCI NA.8.2.4}$$

$$f_{h,1(2),k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad [11] \text{ Gl. (8.31)}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k \quad [11] \text{ Gl. (8.32)}$$

$$= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 20) \cdot 350 = 23,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d \quad [11] \text{ Gl. (8.33)}$$

$$= 1,35 + 0,015 \cdot 20 = 1,65$$

$$\alpha = 0$$

$$f_{h,1(2),k} = f_{h,0,k} = 23,0 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} \quad [11] \text{ Gl. (8.30)}$$

Gewindestangen der Festigkeitsklasse

5.6 nach DIN EN 1993-1-8

$$f_{u,k} = 500 \text{ N/mm}^2 \quad [23] \text{ Tab. 3.1}$$

$$d = 0,5 \cdot (16,8 + 19,7) = 18,3 \text{ mm} \quad [12] \text{ NCI NA.8.5.3}$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 500 \cdot 18,3^{2,6} = 287400 \text{ Nmm}$$

$$t_{1(2),req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 1}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{287,4 \cdot 10^3}{23 \cdot 20}} = 98,1 \text{ mm}$$

$$t_2 = a / 2 = 120 / 2 = 60,0 \text{ mm}$$

$$t_2 = 60,0 \text{ mm} < 98,1 \text{ mm} = t_{2,req} \quad \text{Anforderung nicht erfüllt}$$

Da die Dicke der Zwischenhölzer geringer ist als die Mindestdicke, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit mit dem Verhältniswert $t_2/t_{2,req}$ abzumindern.

$$F_{v,Rk,b} = \frac{60}{98,1} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{1+1}} \cdot \sqrt{2 \cdot 287,4 \cdot 10^3 \cdot 23 \cdot 20} = 9,9 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit der Verbindungseinheit

$$F_{v,Rd,c} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk,c}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 18,2}{1,3} = 11,2 \text{ kN}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2}$$

Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel

$$\gamma_M = 1,3$$

$$F_{v,Rd,b} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk,b}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 9,9}{1,1} = 7,2 \text{ kN}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2}$$

Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel

$$\gamma_M = 1,1$$

$$F_{v,Rd} = F_{v,Rd,c} + F_{v,Rd,b} = 11,2 + 7,2 = 18,4 \text{ kN}$$

$$F_{Rd} = n_{ef} \cdot F_{v,Rd} = 2 \cdot 18,4 = 36,8 \text{ kN}$$

$$n_{ef} = \left[2 + \left(1 - \frac{n}{20} \right) \cdot (n-2) \right] \cdot \frac{90-\alpha}{90} + n \cdot \frac{\alpha}{90}$$

$$= [2 + (0,9) \cdot 0] \cdot 1 + 0 = 2$$

hier: $n=2$ und $\alpha=0^\circ$

Nachweis

$$T_d = 20,6 < 36,8 = F_{Rd} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.2)

[11] Gl. (2.17)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[12] Gl. (NA.106)

[11] Tab. 3.1

[12] Gl. (NA.106)

[11] 8.10 (1)

[11] 8.9 (12)

[11] Gl. (8.71)

Konstruktive Anforderungen

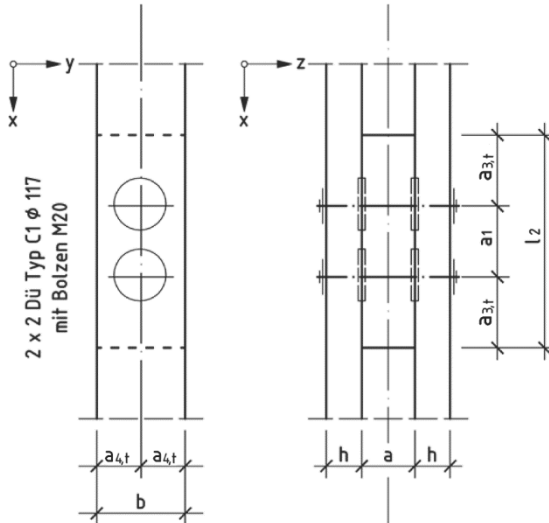


Bild A.1.3-2

Mindestabstände der Dübel besonderer Bauart

[11] 8.10 (7) – (10)
[11] Tab. 8.8

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1, \text{req}} = (1,2 + 0,3 \cdot \cos \alpha) \cdot d_c = 1,5 \cdot d_c$$

$$= 1,5 \cdot 117 = \underline{176 \text{ mm} < 180 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholende in Faserrichtung

$$a_{2, \text{req}} = 2,0 \cdot d_c$$

$$= 2,0 \cdot 117 = \underline{234 \text{ mm} < 235 \text{ mm}} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4, \text{t, req}} = (0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c = 0,8 \cdot d_c$$

$$= 0,8 \cdot 117 = \underline{93,6 \text{ mm} < 100 \text{ mm}} = a_{4, \text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestabstände der Gewindestangen

[11] Tab. 8.4

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1, \text{req}} = (4 + \cos \alpha) \cdot d_b = 5 \cdot d_b$$

$$= 5 \cdot 20 = \underline{100 \text{ mm} < 180 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a_{3, \text{t, req}} = \max(7 \cdot d_b ; 80 \text{ mm})$$

$$= 7 \cdot 20 = \underline{140 \text{ mm} < 180 \text{ mm}} = a_{3, \text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4, \text{t, req}} = \max[(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_b ; 3 \cdot d_b] = 4 \cdot d_b$$

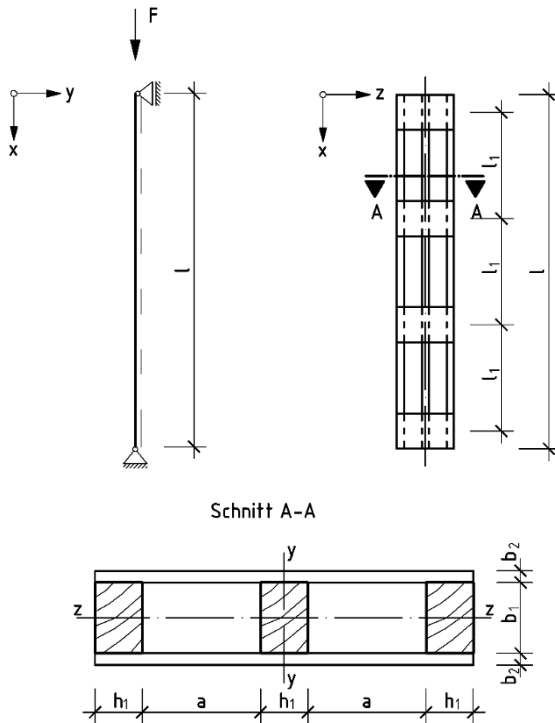
$$= 4 \cdot 20 = \underline{80 \text{ mm} < 100 \text{ mm}} = a_{4, \text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Die Abstände der Dübel sind maßgebend und werden eingehalten.

Beispiel A.1.4

Dreiteiliger Rahmenstab mit Bindehölzern

Aufgabenstellung



$F_{G,k} = 25 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 15 \text{ kN/m}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 6,0 \text{ m}$
 $\ell_1 = 1,8 \text{ m}$
 $\ell_2 = 0,6 \text{ m}$
 $a = 0,3 \text{ m}$
 Stäbe $3 \times b_1/h_1 = 18/12 \text{ cm}$
 Bindehölzer $b_2/l_2 = 3,0/60 \text{ cm}$
 Furniersperrholz nach DIN EN 636
 Festigkeitsklasse C24
 Nägel Na 42/110 (nicht vorgebohrt)

Bild A.1.4-1

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen	
$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 25$	= 33,8 kN
$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 15$	= 22,5 kN
$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 33,8 + 22,5$	= 56,3 kN

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{c,0,d} = F_d = 56,3 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = 3 \cdot b \cdot h = 3 \cdot 18 \cdot 12 = 648 \text{ cm}^2$$

$$I_z = \frac{b^3 \cdot (3 \cdot h)}{12} = \frac{18^3 \cdot 3 \cdot 12}{12} = 17496 \text{ cm}^4$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{c,0,d}}{A} = \frac{56,3 \cdot 10^3}{648 \cdot 10^2} = 0,87 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

Vollholz der Festigkeitsklasse C24

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

Sperrholz der Biegefestigkeitsklassen F 25/10

$$f_{v,k} = 8 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21,0}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{8}{1,3} = 4,9 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Schlankheit für das Knicken um die z-Achse

$$\lambda_z = \frac{\ell_{ef,z}}{\sqrt{I_z/A}} = \frac{600}{\sqrt{17496/648}} = 115,5$$

$$\ell_{ef,z} = \ell = 600 \text{ cm}$$

Schlankheit für das Knicken um die y-Achse

$$\lambda_{ef,y} = \sqrt{\lambda^2 + \eta \cdot \frac{n}{2} \cdot \lambda_1^2}$$

$$\lambda = \ell_y \cdot \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{tot}}}$$

Theorie I. Ordnung

[13] Tab. 1

DIN EN 636

DIN EN 1058

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 6.3.2

[11] C.3

Knicklänge für den Eulerfall 2

[11] C.3.2

[11] Gl. (C.10)

[11] Gl. (C.11)

$$\ell_y = 600 \text{ cm}$$

$$A_{\text{tot}} = 3 \cdot A = 3 \cdot b_1 \cdot h_1 = 3 \cdot 18 \cdot 12 = 648 \text{ cm}^2$$

$$I_{\text{tot}} = \frac{b_1 \cdot [(3 \cdot h_1 + 2 \cdot a)^3 - (h_1 + 2 \cdot a)^3 + h_1^3]}{12}$$

$$= \frac{18 \cdot [(3 \cdot 12 + 2 \cdot 30)^3 - (12 + 2 \cdot 30)^3 + 12^3]}{12} = 769824 \text{ cm}^4$$

$$\lambda = 600 \cdot \sqrt{\frac{648}{769824}} = 17,4$$

maßgebende Lasteinwirkungsdauer: veränderlich-mittel

$$\eta = 4,5$$

$$n = 3 \quad \text{Anzahl der Einzelstäbe}$$

$$\lambda_1 = \max \left\{ 30; \frac{\ell_1 \cdot \sqrt{12}}{h} \right\}$$

$$= \max \left\{ 30; \frac{180 \cdot \sqrt{12}}{12} \right\} = \max \{30; 52\} = 52$$

$$\ell_1 = 180 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{ef},y} = \sqrt{17,4^2 + 4,5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 52^2} = 136,1$$

Gl. (C.10) gilt nur unter folgenden Voraussetzungen:

- ungerade Felderanzahl ≥ 3 $3=3$ Anforderung erfüllt
- $a/h \leq 6$ $30/12 = 2,5 < 6$ Anforderung erfüllt
- $\ell_2/a \geq 2$ $60/30 = 2 = 2$ Anforderung erfüllt
- in jeder Fuge Querverbindung/Stab mehr als vier Nägel Anforderung erfüllt
- an den Stabenden in jeder Fuge Querverbinder/Stab mehr als vier Nägel in einer Reihe hintereinander Anforderung erfüllt

maßgebende Schlankheit

$$\lambda_{\text{ef}} = \max \left\{ \lambda_z; \lambda_{\text{ef},y} \right\} = \max \left\{ 115,5; 136,1 \right\} = 136,1$$

Knickbeiwert

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}; 1,0 \right\}$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2]$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz}$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{\lambda_{\text{ef},y}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

Knicklänge

[11] Gl. (C.8)

[11] Gl. (C.9)

[11] Tab. C.1

[11] Gl. (C.12)

[11] C.3.1 (2)

[11] Gl. (6.25)

[11] Gl. (6.27)

[11] Gl. (6.29)

[11] Gl. (6.21)

$$= \frac{136,1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}} = 2,31$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (2,31 - 0,3) + 2,31^2] = 3,37$$

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{3,37 + \sqrt{3,37^2 - 2,31^2}}; 1,0 \right\} = 0,17$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{0,87}{0,17 \cdot 12,9} = 0,40 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

Tragsicherheitsnachweis für die Verbindungen

Bemessungswert der Querkraft, die über die ganze Stablänge als wirksam angesetzt wird

$$V_d = F_{c,d} / (60 \cdot k_c) \quad \text{für } 60 \leq \lambda_{ef} = 136,1 \quad [11] \text{ C.3.3}$$

$$= 56,3 \cdot 10^3 / (60 \cdot 0,17) = 5520 \text{ N} \quad [11] \text{ Gl. (C.5)}$$

Die Querverbindungen sind für folgende Schubkräfte T_d nachzuweisen

$$T_d = \frac{V_d \cdot \ell_1}{a_1} = \frac{5520 \cdot 180}{42} = 23657 \text{ N} \quad [11] \text{ Gl. (C.13)}$$

Tragsicherheitsnachweis auf Schub für die Bindehölzer

bemessungsmaßgebende Schubkraft: $0,5 \cdot T_d$ [11] Bild C.2

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{0,5 \cdot T_d}{\ell_2 \cdot b} = 1,5 \cdot \frac{0,5 \cdot 23657}{60 \cdot 3,0 \cdot 10^2} = 0,99 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,99}{4,9} = 0,20 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

Tragsicherheitsnachweis für die Nägel

Der Anschluss wird mit 2 x 24 glattschaftigen Nägeln 42/110 mit einer Mindestzugfestigkeit von 600 N/mm² ausgeführt.

Beanspruchung eines Nagels infolge der Schubkraft $T_d/2$ [11] Bild C.2

$$F_{T,d} = \frac{T_d}{2 \cdot 2 \cdot n} = \frac{23657}{2 \cdot 2 \cdot 24} = 246 \text{ N}$$

Beanspruchung eines Nagels infolge des Biegemomentes aus der Schubkraft $T_d/2$

$$M_d = \frac{T_d}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2}{3} \cdot a_1 = \frac{23657}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 42 \cdot 10^{-2} = 1656 \text{ Nm}$$

$$F_{M,d} = \frac{M_d}{h_3} \cdot f$$

$$h_3 = 11 \cdot a_1 = 11 \cdot 4,2 \cdot 10^{-2} = 0,46 \text{ m}$$

$$a_1 = 42 \text{ mm}$$

Nagelbildhöhe
Nagelabstand in
Faserrichtung

$$f = \frac{6 \cdot (n_x - 1)}{n_x \cdot (n_x + 1) \cdot n_z}$$

$$\text{Nagelreihen: } n_x = 12 \\ n_z = 2$$

$$f = \frac{6 \cdot (12 - 1)}{12 \cdot (12 + 1) \cdot 2} = 0,21$$

$$F_{M,d} = \frac{1656}{0,46} \cdot 0,21 = 756 \text{ N}$$

resultierende Beanspruchung eines Nagels

$$F_{R,d} = \sqrt{F_{T,d}^2 + F_{M,d}^2} = \sqrt{246^2 + 756^2} = 795 \text{ N}$$

Tragfähigkeit eines Nagels

$$F_{v,Rk} = A \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$A = 0,9$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 4,2^{2,6} = 7511 \text{ Nmm}$$

$$f_{h,1,k} = 0,11 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} = 0,11 \cdot 400 \cdot 4,2^{-0,3} = 28,6 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 4,2 \text{ mm}$$

$$\rho_k = 400 \text{ kg/m}^3$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

Mindestholzdicken der Sperrholzplatten

$$t_{1,req} = 7 \cdot d = 7 \cdot 4,2 = 29,4 \text{ mm}$$

$$t_{1,req} = 29,4 \text{ mm} < 30 \text{ mm} = t_1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Mindestholzdicken der Stäbe C24

$$t_{2,req} = 9 \cdot d = 9 \cdot 4,2 = 37,8 \text{ mm}$$

$$t_{2,req} = 37,8 \text{ mm} < 90 \text{ mm} = t_2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Die Mindestdicken der BFU-Platten und der Stäbe werden eingehalten. Eine Abminderung des charakteristischen Werts der Tragfähigkeit ist nicht erforderlich.

$$F_{v,Rk} = 0,9 \cdot \sqrt{2 \cdot 7511 \cdot 28,6 \cdot 4,2} = 1209 \text{ N}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 1209}{1,1} = 879,3 \text{ N}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel}$$

$$\gamma_M = 1,1$$

Nachweis

$$\frac{F_{R,d}}{F_{v,Rd}} = \frac{795}{879,3} = 0,90 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Die Nägel sind in einer Reihe rechtwinklig zur Faserrichtung mindestens 1d gegeneinander versetzt anzuordnen.

in x-Richtung
in z-Richtung

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.7)

[12] Gl. (NA.123)

[12] Tab. NA.14

[11] Gl. (8.14)

[11] Gl. (8.20)

Nageldurchmesser

DIN EN 1058

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.10)

[12] Tab. NA.14

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)

[12] Gl. (NA.121)

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.2)

[12] Gl. (NA.113)

[11] Tab. 3.1

[12] Gl. (NA.113)

[11] 8.3.1.1 (8)

Mindestbauteildicken zur Berücksichtigung der Spaltgefahr bei Nagelverbindungen ohne Vorbohrung

$$t = \max \left\{ 14 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{200} \right\}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$t = \max \left\{ 14 \cdot 4,2; (13 \cdot 4,2 - 30) \cdot \frac{400}{200} \right\} = \max \{ 58,8; 43,1 \} \\ = 58,8 \text{ mm} < 90 \text{ mm} = 0,5 \cdot b = 0,5 \cdot 180 = t_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Die Nägel können ohne Vorbohrung eingeschlagen werden.

Konstruktive Anforderungen

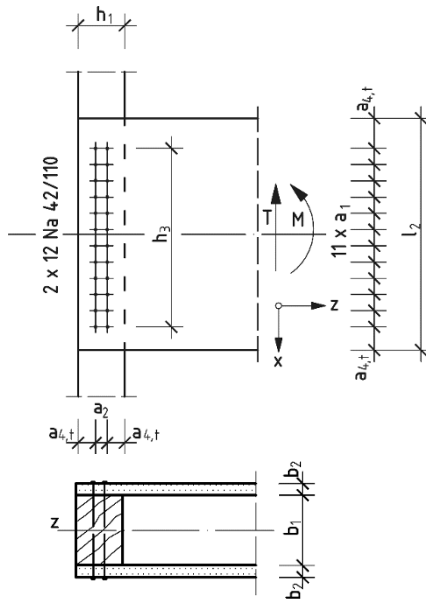


Bild A.1.4-2

Mindestnagelabstände für die Stäbe C24

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1, \text{req}} = (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = 10 \cdot 4,2 \\ = 42 \text{ mm} = 42 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, \text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 4,2 = 21 \text{ mm} < 30 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a_{4, \text{c, req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 4,2 = 21 \text{ mm} < 69 \text{ mm} = a_{4, \text{c}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

[11] 8.3.1.2 (7)

[11] Gl. (8.19)

[13] Tab. 1

[11] 8.3.1.2 (5)

[11] Tab. 8.2

[11] Bild 8.7

$$\begin{aligned} a_{4,t,req} &= (5 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d = 7 \cdot 4,2 \\ &= \underline{29 \text{ mm} < 45 \text{ mm}} \quad = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Mindestnagelabstände für die BFU-Platten

[11] 8.3.1.3 (2)

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 4,2 = \underline{13 \text{ mm} < 45 \text{ mm}} = a_{2,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

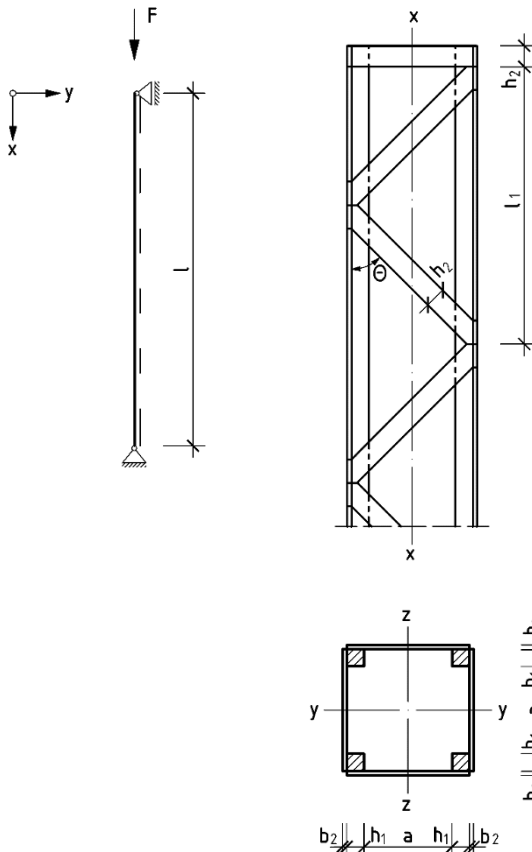
Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{4,t,req} &= (3 + 4 \cdot \sin \alpha) \cdot d = 7 \cdot 4,2 \\ &= \underline{29 \text{ mm} < 45 \text{ mm}} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Beispiel A.1.5

Gelenkig gelagerter Gitterstab

Aufgabenstellung



$F_{G,k} = 60 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 40 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 6,0 \text{ m}$
 $a = 50 \text{ cm}$
 $\theta = 45^\circ$
 Stäbe $4 \times b_1/h_1 = 10/10 \text{ cm}$
 Streben $b_2/h_2 = 2,4/12 \text{ cm}$
 Festigkeitsklasse C24
 Nägel Na 42/110 (vorgebohrt)

Bild A.1.5-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 60 = 81 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 40 = 60 \text{ kN}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 81 + 60 = 141 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{c,0,d} = F_d = 141 \text{ kN}$$

Querschnittswert

$$A_f = 4 \cdot b_1 \cdot h_1 = 4 \cdot 10 \cdot 10 = 400 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{c,0,d}}{A} = \frac{141 \cdot 10^3}{400 \cdot 10^2} = 3,53 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21,0}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

maßgebende Schlankheit

Da es sich um einen doppelt symmetrischen Querschnitt handelt, erfolgt die Berechnung der Schlankheit nur um die y-Achse (stofffreie Achsen).

$$\lambda_{ef} = \max \left\{ \frac{2 \cdot \ell_y}{h} \sqrt{1 + \mu}; 1,05 \cdot \frac{2 \cdot \ell_y}{h} \right\}$$

$$h = a + h_1 = 50 + 10 = 60 \text{ cm}$$

$$\ell_y = \ell = 600 \text{ cm}$$

$$\mu = 25 \cdot \frac{h \cdot E_{mean} \cdot A_f}{\ell_y^2 \cdot n \cdot K_{u,mean} \cdot \sin 2\theta}$$

$$K_{u,mean} = \frac{2}{3} \cdot K_{ser}$$

Theorie I. Ordnung

[13] Tab. 1

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 6.3.2

[11] C.4.2

[11] Gl. (C.14)

[1] 10.5.3

Knicklänge für den Eulerfall 2

[11] Gl. (C.18)

[11] Gl. (2.1)

$K_{\text{ser}} = \frac{\rho_m^{1,5}}{23} \cdot d$	[11] Tab. 7.1
$\rho_k = 420 \text{ kg}^3$ $d = 4,2 \text{ mm}$	[13] Tab. 1 Nageldurchmesser
$K_{\text{ser}} = \frac{420^{1,5}}{23} \cdot 4,2 = 1572 \text{ N/mm}$	
$K_{\text{u,mean}} = \frac{2}{3} \cdot 1572 = 1048 \text{ N/mm}$	
$n = 9$	Nagelanzahl je Strebenanschluss Neigung der Streben
$\theta = 45^\circ$	
$\mu = 25 \cdot \frac{60 \cdot 10 \cdot 11000 \cdot 400 \cdot 10^2}{(600 \cdot 10)^2 \cdot 9 \cdot 1048 \cdot \sin(2 \cdot 45^\circ)} = 19,4$	
$\lambda_{\text{ef}} = \max \left\{ \frac{2 \cdot 600}{60} \cdot \sqrt{1 + 19,4}; 1,05 \cdot \frac{2 \cdot 600}{60} \right\}$ $= \max \{90,3; 21,0\} = 90,3$	
Gl. (C.14) gilt nur unter folgenden Voraussetzungen:	[11] C.4.1 (2)
- ungerade Felderanzahl ≥ 3 $7 > 3$ Anforderung erfüllt	
- in jeder Scherfuge des Strebenanschlusses mindestens vier Nägel $9 > 4$ Anforderung erfüllt	
- $\lambda_1 = \frac{\ell_1}{i_{\min}} \leq 60$ $\frac{165}{0,289 \cdot 10} = 57 < 60$ Anforderung erfüllt	Schlankheit des Einzelstabes
Knickbeiwert	
$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}}; 1,0 \right\}$	[11] Gl. (6.25)
$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2]$	[11] Gl. (6.27)
$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz}$	[11] Gl. (6.29)
$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$	[11] Gl. (6.21)
$= \frac{90,3}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}} = 1,53$	
$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,53 - 0,3) + 1,53^2] = 1,79$	
$k_c = \min \left\{ \frac{1}{1,79 + \sqrt{1,79^2 - 1,53^2}}; 1,0 \right\} = 0,37$	
Nachweis	
$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{3,53}{0,37 \cdot 12,9} = 0,74 < 1,0$	Nachweis erbracht [11] Gl. (6.23)

Tragsicherheitsnachweis für die Vergitterungen

[11] C.3.3

Bemessungswert der Querkraft, die über die ganze Stablänge als wirksam angesetzt wird

$$V_d = F_{c,d} / (60 \cdot k_c) \quad \text{für } 60 \leq \lambda_{ef} = 90,3$$

$$= 141 / (60 \cdot 0,32) = 7,34 \text{ kN}$$

[11] Gl. (C.5)

Die Querverbindungen sind für folgende Strebenkräfte S_d nachzuweisen

$$S_d = \frac{V_d}{2 \cdot \sin \theta} = \frac{7,34}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 5,19 \text{ kN}$$

Tragsicherheitsnachweis auf Schub für die Pfosten

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{7,34 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 400 \cdot 10^2} = 0,55 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (6.13a)

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,55}{2,5} = 0,22 < 1,0$$

Nachweis erbracht

[11] Gl. (6.13)

Nachweis der Vergitterungen nach dem Ersatzstabverfahren

$$\lambda_v = \frac{\ell_{ef,v}}{i_{min,v}}$$

$$\ell_{ef,v} = \frac{h}{\cos 45^\circ} = \frac{60}{\cos 45^\circ} = 84,9 \text{ cm}$$

[11] Bild C.3

$$h = a_1 = 60 \text{ cm}$$

$$i_{min,v} = 0,289 \cdot b = 0,289 \cdot 2,4 = 0,69 \text{ cm}$$

$$\lambda_v = \frac{84,9}{0,69} = 123,0$$

Knickbeiwert k_c

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}}; 1,0 \right\}$$

[11] Gl. (6.25)

$$k = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2)$$

[11] Gl. (6.27)

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz}$$

[11] Gl. (6.29)

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda_v}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.21)

$$= \frac{123,0}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}} = 2,09$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (2,09 - 0,3) + 2,09^2] = 2,86$$

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{2,86 + \sqrt{2,86^2 - 2,09^2}}; 1,0 \right\} = 0,21$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{S_d}{A_v} = \frac{5,19 \cdot 10^3}{2,4 \cdot 12 \cdot 10^2} = 1,80 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{1,80}{0,21 \cdot 12,9} = 0,66 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

Tragsicherheitsnachweis für die Nägel

Der Anschluss der Streben an die Pfosten wird mit je 9 glattschaftigen Nägeln 42/110 mit einer Mindestzugfestigkeit von 600 N/mm² ausgeführt.

Beanspruchung eines Nagels infolge der Strebenkraft S_d

$$F_d = \frac{S_d}{n} = \frac{5,19}{9} = 0,58 \text{ kN}$$

Tragfähigkeit eines Nagels

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.120)}$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 4,2^{2,6} = 7511 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

$$f_{h,1,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k \quad [11] \text{ Gl. (8.16)}$$

$$d = 4,2 \text{ mm}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$f_{h,1,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 4,2) \cdot 350 = 27,5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot 7511 \cdot 27,5 \cdot 4,2} = 1317 \text{ N} \quad \text{Nageldurchmesser} \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 4,2 = 37,8 \text{ mm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.121)}$$

$$t_{\text{req}} = 37,8 \text{ mm} > 24 \text{ mm} \quad = t_1 = b_2 \quad \text{Anforderung}$$

nicht erfüllt

$$t_{\text{req}} = 37,8 \text{ mm} < 86 \text{ mm} \quad = t_2 = \ell_{Na} - t_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

derung erfüllt

$$t_2 = \ell_{Na} - h_1 = 110 - 24 = 86 \text{ mm}$$

Da die Dicke der Streben geringer ist als die Mindestdicke, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit mit dem Verhältniswert $t_1/t_{1,\text{req}}$ abzumindern.

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.2)

$$F_{v,Rk,red} = F_{v,Rk} \cdot \frac{t_1}{t_{\text{req}}} = 1317 \cdot \frac{24}{37,8} = 836 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.7)

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{v,Rk,red}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{836}{1,1} = 608 \text{ N}$$

$$\gamma_M = 1,1$$

[12] Gl. (NA.113)

Nachweis für die Nägel

$$\frac{F_d}{F_{v,Rd}} = \frac{580}{608} = 0,95 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Die Nägel sind in einer Reihe rechtwinklig zur Faserrichtung mindestens $1d$ gegeneinander versetzt anzuordnen.

[11] 8.3.1.1 (8)

Konstruktive Anforderungen

[11] 8.3.1.2 (5)

[11] Tab. 8.2

[11] Bild 8.7

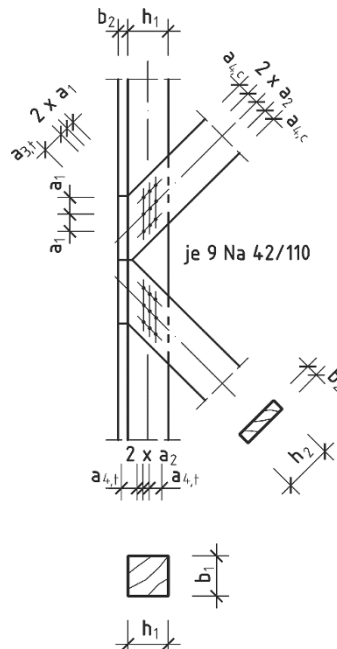


Bild A.1.5-2

Mindestnagelabstände für die Vergitterung

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (4 + \cos \alpha) \cdot d = (4 + \cos 0^\circ) \cdot 4,2$$

$$= 21,0 \text{ mm} < 21,2 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = (3 + \sin \alpha) \cdot d = (3 + \sin 0^\circ) \cdot 4,2$$

$$= 12,6 \text{ mm} < 30 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a_{3,t,req} = (7 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (7 + 5 \cdot \cos 0^\circ) \cdot 4,2$$

$$= 50,4 \text{ mm} < 56,6 \text{ mm} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 4,2$$

$$= \underline{12,6 \text{ mm} < 30 \text{ mm}} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestnagelabstände für die Pfosten

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (4 + \cos \alpha) \cdot d = (4 + \cos 45) \cdot 4,2$$

$$= \underline{19,8 \text{ mm} < 42,4 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = (3 + \sin \alpha) \cdot d = (3 + \sin 45) \cdot 4,2$$

$$= \underline{15,6 \text{ mm} \cong 15 \text{ mm}} = a_2$$

geringfügige, vernachlässigbare Überschreitung

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,t,req} = (3 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (3 + 2 \cdot \sin 45) \cdot 4,2$$

$$= \underline{18,5 \text{ mm} < 30 \text{ mm}} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Beispiel A.2.1

Einfeldbalken

Aufgabenstellung

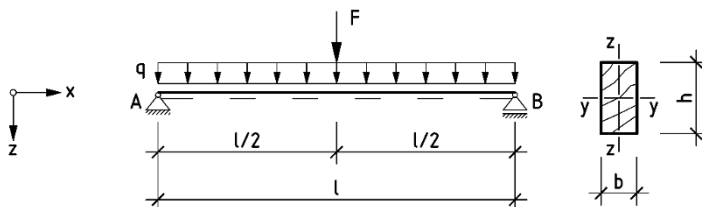


Bild A.2.1-1

 $F_{G,k} = 3,50 \text{ kN (ständig)}$
 $q_{G,k} = 0,75 \text{ kN/m (ständig)}$
 $q_{Q,k} = 2,50 \text{ kN/m (veränderlich-mittel)}$

Nutzungsklasse 2

 $\ell = 4,0 \text{ m}$
 $b/h = 12/24 \text{ cm}$

Festigkeitsklasse C24

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen	
$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 3,50 = 4,7 \text{ kN}$	[1] Tab. A1.2(B)
$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 0,75 = 1,0 \text{ kN/m}$	
$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 2,50 = 3,8 \text{ kN/m}$	
$F_d = F_{G,d} = 4,7 \text{ kN}$	Theorie I. Ordnung
$q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 1,0 + 3,8 = 4,8 \text{ kN/m}$	
bemessungsmaßgebende Schnittgrößen	
$M_{y,d} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} + \frac{F_d \cdot \ell}{4} = \frac{4,8 \cdot 4,0^2}{8} + \frac{4,7 \cdot 4,0}{4} = 14,3 \text{ kNm}$	betragsmäßig
$V_{z,d} = \frac{q_d \cdot \ell}{2} + \frac{F_d}{2} = \frac{4,8 \cdot 4,0}{2} + \frac{4,7}{2} = 12,0 \text{ kN}$	

Querschnittswerte

$$\begin{aligned}
 A &= b \cdot h = 12 \cdot 24 &= 288 \text{ cm}^2 \\
 W_y &= \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{12 \cdot 24^2}{6} &= 1152 \text{ cm}^3 \\
 I_y &= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12 \cdot 24^3}{12} &= 13824 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\begin{aligned}
 \sigma_{m,y,d} &= \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{14,3 \cdot 10^6}{1152 \cdot 10^3} &= 12,4 \text{ N/mm}^2 \\
 \tau_d &= 1,5 \cdot \frac{V_{z,d}}{A} = 1,5 \cdot \frac{12,0 \cdot 10^3}{144 \cdot 10^2} &= 1,25 \text{ N/mm}^2 \\
 A &= b_{ef} \cdot h = k_{cr} \cdot b \cdot h = 0,5 \cdot 12 \cdot 24 &= 144 \text{ cm}^2 \\
 k_{cr} &= \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5
 \end{aligned}$$

[11] Gl. (6.13a)
[12] NDP Zu 6.1.7(2)

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$\begin{aligned}
 f_{m,y,k} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,k} &= 4,0 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,mean} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,05} &= 7400 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[13] Tab. 1

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$\begin{aligned}
 f_d &= k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \\
 k_{mod} &= 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2} \\
 \gamma_M &= 1,3 \quad \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \\
 f_{m,y,d} &= k_{mod} \cdot \frac{f_{m,y,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{24}{1,3} &= 14,8 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,d} &= k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} &= 2,5 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[1] Gl.(3)
[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Tab. 3.1
[12] Tab. NA.2

Tragsicherheitsnachweis für Biegedrillknicken

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}}$$

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

[11] 6.3.3
[12] Gl. (NA.58)
[11] Gl. (6.34)
[11] Gl. (6.30)

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{ef} = 0,8 \cdot \ell = 0,8 \cdot 4,0 = 3,20 \text{ m} \quad [11] \text{ Tab. 6.1}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 120^2}{240 \cdot 3,2 \cdot 10^3} \cdot 7400 = 108,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{108,2}} = 0,47$$

$$k_{crit} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{12,4}{1 \cdot 14,8} = 0,84 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

[11] 6.1.7

Die Abschnitte [12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5) und (NA.6) finden hier keine Anwendung.

[12] NCI Zu 6.1.7

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,25}{2,5} = 0,50 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[2] 6.5

Kombinationsregeln für Einwirkungen

Die Anfangsverformungen u_{inst} werden für die charakteristische Kombination der Einwirkungen nach DIN EN 1990 Abschnitt 6.5.3 (2) a berechnet. Die Endverformungen für die quasi-ständige Kombination nach DIN EN 1990 Abschnitt 6.5.3 (2) c ermittelt.

[11] 2.2.3 (2) u. (3)

Anfangsverformungen

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

[2] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad [2] \text{ Gl. (6.14b)}$$

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$\begin{aligned} w_{G,inst} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{G,k} \cdot \ell^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} + \frac{1}{48} \cdot \frac{F_{G,k} \cdot \ell^3}{E_{0,mean} \cdot I_y} \\ &= \frac{5}{384} \cdot \frac{0,75 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^4}{11000 \cdot 13824 \cdot 10^4} + \frac{1}{48} \cdot \frac{3,5 \cdot 10^3 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^3}{11000 \cdot 13824 \cdot 10^4} \\ &= 1,6 + 3,1 = 4,7 \text{ mm} \end{aligned}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot \ell^4}{E_{0,mean} \cdot I_y}$$

$$= \frac{5}{384} \cdot \frac{2,5 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^4}{11000 \cdot 13824 \cdot 10^4} = 5,5 \text{ mm}$$

keine Überhöhung im lastfreien Zustand

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

Endverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def})$$

$$k_{def} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 2} \end{array}$$

$$= 4,7 \cdot (1 + 0,8) = 8,5 \text{ mm}$$

Endverformung infolge veränderlicher Last

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Nutzlast der Kategorie B (Büro).

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def})$$

$$\psi_{2,1} = 0,3$$

$$w_{Q,fin} = 5,5 \cdot (1 + 0,3 \cdot 0,8) = 6,8 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 8,5 + 6,8 = 15,3 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

$$w_{inst} = 4,7 + 5,5 = 10,2 \text{ mm} = \ell / 392$$

Nachweis erbracht

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 200$$

$$w_{fin} = 15,3 \text{ mm} = \ell / 261$$

Nachweis erbracht

[11] 7.2

[2] 6.5.3

[2] Gl. (6.16b)

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

[11] Tab. 3.2

[11] 2.2.3 (5)

[11] Gl. (2.4)

[1] Tab. A.1.1

[11] 2.2.3 (5)

[11] Gl. (2.2)

[11] 7.2 (2)

[12] Tab. NA.13

[12] Tab. NA.13

Beispiel A.2.2

Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt

Aufgabenstellung

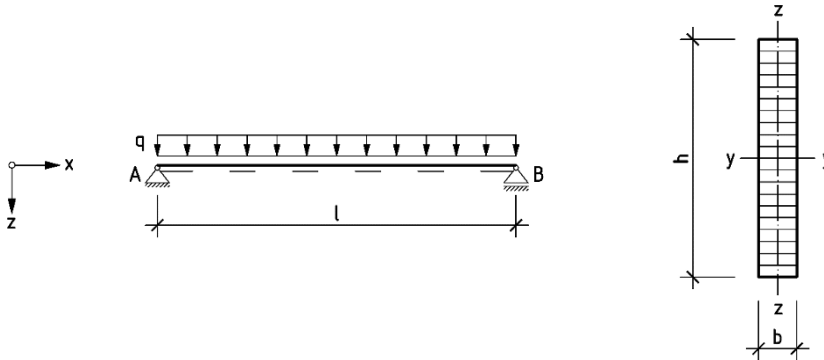


Bild A.2.2-1

$q_{G,k} = 2,50 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{N,k} = 0,75 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 $q_{S,k} = 5,00 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2

$\ell = 20 \text{ m}$
 $b/h = 16/120 \text{ cm}$
 $e = 3,33 \text{ m}$ Verbandspfetten

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,50$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen	
$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 2,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(B)
$q_{N,d} = \gamma_Q \cdot q_{N,k} = 1,50 \cdot 0,75$	Eigengewicht
$q_{S,d} = \gamma_Q \cdot q_{S,k} = 1,50 \cdot 5,0$	Nutzlasten (Dächer)
$q_d = q_{G,d} + q_{S,d} = 3,38 + 7,50$	Schnee
$= 10,9 \text{ kN/m}$	[9] und [10]
Aufgrund der Dachneigung treten Einwirkungen aus Wind ausschließlich als Windsog auf, der als günstig wirkende veränderliche Einwirkung in diesem Beispiel nicht berücksichtigt wird. Eine Überlagerung von Nutzlasten der Kategorie H (Dächer) mit Schneelasten ist nicht erforderlich. Da beide veränderliche Einwirkungen der Klasse der Lasteinwirkungsdauer (KLED) kurz angehören, ergibt sich der maßgebende Bemessungswert der Einwirkungen für eine Kombination aus Eigengewicht und Schnee.	
	[3] 3.3.2 (1)

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$M_d = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{10,9 \cdot 20^2}{8} = 545,0 \text{ kNm}$$

$$V_{A,d} = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{10,9 \cdot 20}{2} = 109,0 \text{ kN}$$

maßgebende Querkraft im Abstand h vom Auflagerrand

$$V_d = \frac{2 \cdot V_{A,d}}{\ell} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - h \right) = \frac{2 \cdot 109,0}{20} \cdot \left(\frac{20}{2} - 1,20 \right) = 95,9 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h = 16 \cdot 120 = 1920 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{16 \cdot 120^2}{6} = 38400 \text{ cm}^3$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{16 \cdot 120^3}{12} = 2,30 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_y} = \frac{545,0 \cdot 10^6}{38400 \cdot 10^3} = 14,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{V_{A,d}}{A_{ef}} \quad (\text{Auflagerpressung})$$

$$A_{ef} = b \cdot (\ell_A + 30 \text{ mm})$$

$$b = 16 \text{ cm}$$

$$\ell_A = 20 \text{ cm}$$

$$A_{ef} = 16 \cdot (20 + 30 \cdot 10^{-1}) = 368 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{109,0 \cdot 10^3}{368 \cdot 10^2} = 2,96 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{b \cdot k_{cr} \cdot h}$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{95,9 \cdot 10^3}{16 \cdot 0,71 \cdot 120 \cdot 10^2} = 1,06 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{m,g,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,g,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,g,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,g,mean} = 11500 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{g,mean} = 650 \text{ N/mm}^2$$

Theorie I. Ordnung

[12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5)

[11] Gl. (6.4)

[11] 6.1.5

[11] Gl. (6.13a)

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

[14] Tab. 5

$$E_{0,9,05} = 9600 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{05} = 540 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lastenwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.3

$$f_{m,y,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,42 \text{ N/mm}^2$$

Tragsicherheitsnachweis für Biegedrillknicken

[11] 6.3.3

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,y,d}}$$

[12] Gl. (NA.58)

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases}$$

[11] Gl. (6.34)

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}}$$

[11] Gl. (6.30)

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05}$$

[11] Gl. (6.32)

Der Binder wird seitlich durch die Verbandspfetten gehalten.

$$\ell_{\text{ef}} = 0,9 \cdot \ell = 0,9 \cdot 3,33 = 3,0 \text{ m}$$

[11] Tab. 6.1

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 160^2}{1200 \cdot 3,0 \cdot 10^3} \cdot 9600 \cdot 1,4 = 74,5 \text{ N/mm}^2$$

Bei der Ermittlung von $\sigma_{m,\text{crit}}$ darf das Produkt der Steifigkeiten mit dem Faktor 1,4 multipliziert werden.

 [12] NCI Zu 6.3.3 (2)
Anmerkung 1

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{24,0}{74,5}} = 0,57$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{14,2}{1 \cdot 16,6} = 0,86 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

[11] 6.1.7

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,06}{2,42} = 0,44 < 1,0$$

Nachweis erbracht

[11] Gl. (6.13)

**Nachweis der Auflagerpressung
(Druck rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes)**

[11] 6.1.5

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.3)

 $k_{c,90} = 1,75$ Querdruckbeiwert

[11] 6.1.5 (4)

Die vertikalen Einwirkungen werden an den Auflagerpunkten der Pfetten in den Binder eingeleitet.

$$e = 3,33 \text{ m}$$

$$\ell_1 = e - \ell_A / 2 - b_{Pf} / 2$$

$$\ell_A = 0,20 \text{ m}$$

$$b_{Pf} = 0,12 \text{ m}$$

Auflagerlänge

Pfettenbreite

$$\ell_1 = 3,33 - 0,20/2 - 0,12/2 = 3,17 \text{ m}$$

$$2 \cdot h = 2 \cdot 1,20 = 2,40 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \ell_1 = 3,17 \text{ m} > 2,40 \text{ m} = 2 \cdot h \\ \ell_A = 200 \text{ mm} < 400 \text{ mm} \end{array} \right\} k_{c,90} = 1,75$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,96}{1,75 \cdot 1,73} = 0,98 < 1$$

Nachweis erbracht

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[11] 7.2

Eine Überlagerung von Nutzlasten der Kategorie H (Dächer) mit Schneelasten ist nicht erforderlich.

[4] 6.2 (6)

Anfangsverformungen**Kombinationsregeln für Einwirkungen**

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

[1] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.14b)

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$\begin{aligned} w_{G,inst} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{G,k} \cdot \ell^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} \\ &= \frac{5}{384} \cdot \frac{2,5 \cdot (20,0 \cdot 10^3)^4}{11600 \cdot 2,30 \cdot 10^6 \cdot 10^4} = 19,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{S,k} \cdot \ell^4}{E_{0,mean} \cdot I_y}$$

$$= \frac{5}{384} \cdot \frac{5,0 \cdot (20,0 \cdot 10^3)^4}{11600 \cdot 2,30 \cdot 10^6 \cdot 10^4} = 39,0 \text{ mm}$$

keine Überhöhung im lastfreien Zustand

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

Endverformung infolge ständiger Lasten

charakteristische Einwirkungskombination

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 19,5 \cdot (1 + 0,8) = 35,1 \text{ mm}$$

$$k_{def} = 0,8 \rightarrow \text{Brettschichtholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 2}$$

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Schneelast für Orte mit einer Höhe von mehr als 1000 m über NN.

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \\ \psi_2 = 0,2$$

$$w_{Q,fin} = 39,0 \cdot (1 + 0,2 \cdot 0,8) = 45,2 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 35,1 + 45,2 = 80,3 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

$$w_{inst} = 19,5 + 39,0 = 58,5 \text{ mm} = \ell / 342 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 200 \quad \text{[12] Tab. NA.13}$$

$$w_{fin} = 80,3 \text{ mm} = \ell / 249 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Eine Bemessung des Brettschichtholzträgers für den Brandfall (F30) erfolgt in Beispiel D.1.

[1] 8.3

[2] 6.5.3

[2] Gl. (6.16b)

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

[11] Tab. 3.2

[11] 2.2.3 (5)

[1] Tab A.1.1

[11] Gl. (2.4)

[1] Tab A.1.1

[11] 2.2.3 (5)

[11] Gl. (2.2)

[11] 7.2 (2)

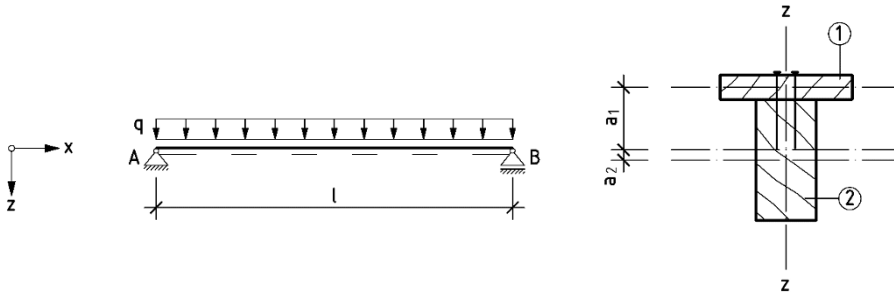
[12] Tab. NA.13

[12] Tab. NA.13

Beispiel A.2.3

Zusammengesetzter Biegestab

Aufgabenstellung



$q_{G,k} = 0,70 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 2,45 \text{ kN/m}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 1

$\ell = 4,00 \text{ m}$
 $b_1/h_1 = 22/4 \text{ cm}$
 $b_2/h_2 = 10/20 \text{ cm}$
 Festigkeitsklasse C24
 Nägel Na 60/120
 (vorgebohrt, 2-reihig, $a = 72 \text{ mm}$)

Bild A.2.3-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 0,70 = 0,95 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 2,45 = 3,68 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 0,95 + 3,68 = 4,63 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen und Auflagerkräfte

$$M_{y,d} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{4,63 \cdot 4,0^2}{8} = 9,3 \text{ kNm}$$

$$V_{z,d} = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{4,63 \cdot 4,0}{2} = 9,3 \text{ kN}$$

$$A = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{4,63 \cdot 4,0}{2} = 9,3 \text{ kN}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Theorie I. Ordnung

Querschnittswerte

$$\begin{aligned}
 A_1 &= b_1 \cdot h_1 = 22 \cdot 4 &= 88 \text{ cm}^2 \\
 I_{y1} &= \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{22 \cdot 4^3}{12} &= 117 \text{ cm}^4 \\
 I_{z1} &= \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} = \frac{4 \cdot 22^3}{12} &= 3549 \text{ cm}^4 \\
 W_{y1} &= \frac{b_1 \cdot h_1^2}{6} = \frac{22 \cdot 4^2}{6} &= 58,7 \text{ cm}^3 \\
 A_2 &= b_2 \cdot h_2 = 10 \cdot 20 &= 200 \text{ cm}^2 \\
 I_{y2} &= \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} &= 6667 \text{ cm}^4 \\
 I_{z2} &= \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12} = \frac{20 \cdot 10^3}{12} &= 1667 \text{ cm}^4 \\
 W_{y2} &= \frac{b_2 \cdot h_2^2}{6} = \frac{10 \cdot 20^2}{6} &= 667 \text{ cm}^3 \\
 A_{\text{tot}} &= A_1 + A_2 = 88 + 200 &= 288 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$\begin{aligned}
 f_{c,0,k} &= 21,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{t,0,k} &= 14,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{m,k} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,k} &= 4,0 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,\text{mean}} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,05} &= 7400 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[13] Tab. 1

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$\begin{aligned}
 f_d &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \\
 k_{\text{mod}} &= 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 1} \\
 &\quad \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \\
 \gamma_M &= 1,3 \\
 f_{c,0,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} \\
 &= 12,9 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{t,0,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{14}{1,3} \\
 &= 8,6 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{m,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{24}{1,3} \\
 &= 14,8 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} \\
 &= 2,46 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Nachweis für den Anfangszustand

Wirksame Biegesteifigkeit des Verbundquerschnitts

$$(E \cdot I)_{\text{ef},y} = \sum_{i=1}^2 E_i \cdot I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2$$

$$I_{\text{ef},y} = \sum_{i=1}^2 I_i + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \cdot \frac{E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot \ell^2}}$$

$$s_1 = \frac{a}{2} = \frac{72}{2} = 36 \text{ mm}$$

$$K_1 = \frac{K_{u,\text{mean}}}{\gamma_M}$$

$$K_{u,\text{mean}} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}}$$

$$K_{\text{ser}} = \frac{\rho_m^{1,5}}{23} \cdot d$$

$$\rho_k = 420 \text{ kg/m}^3$$

$$K_{\text{ser}} = \frac{420^{1,5}}{23} \cdot 6 = 2245 \text{ N/mm}$$

$$K_{u,\text{mean}} = \frac{2}{3} \cdot 2245 = 1497 \text{ N/mm}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$K_1 = \frac{1497}{1,3} = 1151 \text{ N/mm}$$

$$\frac{K_1}{s_1} = \frac{1151}{36} = 32,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_1 = \frac{E_{0,\text{mean},1}}{\gamma_M} = \frac{11000}{1,3} = 8462 \text{ N/mm}^2$$

$$E_2 = E_1 = 8462 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 \cdot 36}{1151 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^2}} = 0,41$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{(\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{0,41 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 \cdot (4,0 + 20,0) \cdot 10}{(0,41 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 + 1,0 \cdot 8462 \cdot 200 \cdot 10^2)} = 18,3 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{(h_1 + h_2)}{2} - a_2 = \frac{(4,0 + 20,0) \cdot 10}{2} - 18,3 = 101,7 \text{ mm}$$

$$I_{\text{ef},y} = I_{y1} + I_{y2} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2$$

[11] B.2

[11] B.2 (1)

[11] Gl. (B.1)

für $E_1 = E_2 = E$

[11] Gl. (B.5)

halber Nagelab-
stand, da 2-reihig

[12] Gl. (NA.1)

[11] Gl. (2.1)

[11] Tab. 7.1

[13] Tab. 1

[12] Tab. NA.2

Fugensteifigkeit

[11] Gl. (2.15)

[11] Gl. (B.4)

[11] Gl. (B.6)

[11] Bild B.1

$$\begin{aligned}
 &= 117 + 6667 + 0,41 \cdot 88 \cdot (101,7 \cdot 10^{-1})^2 \\
 &\quad + 1,0 \cdot 200 \cdot (18,3 \cdot 10^{-1})^2 = 11185 \text{ cm}^4 \\
 (E \cdot I)_{\text{ef},y} &= 8462 \cdot 11185 \cdot 10^4 = 9,47 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}^2
 \end{aligned}$$

Bemessungswert der Normalkraft in Querschnitt 1

$$\begin{aligned}
 N_{1,d} &= \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot \gamma_1 \cdot a_1 \cdot E_1 \cdot A_1 & [11] \text{ Gl. (B.7)} \\
 &= \frac{9,3 \cdot 10^6}{9,47 \cdot 10^{11}} \cdot 0,41 \cdot 101,7 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 = 30493 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Bemessungswert des Moments in Querschnitt 1

$$\begin{aligned}
 M_{1,y,d} &= \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot E_1 \cdot I_{y1} & [11] \text{ Gl. (B.8)} \\
 &= \frac{9,3 \cdot 10^6}{9,47 \cdot 10^{11}} \cdot 8462 \cdot 117 \cdot 10^4 = 97228 \text{ Nmm}
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\begin{aligned}
 \sigma_{c,0,d} &= \frac{N_{1,d}}{A_1} = \frac{30493}{88 \cdot 10^2} = 3,47 \text{ N/mm}^2 \\
 \sigma_{m,y,d} &= \frac{M_{1,y,d}}{W_{y1}} = \frac{97228}{58,7 \cdot 10^3} = 1,66 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Nachweis für Querschnitt 1 (Druck und Biegung)

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \left(\frac{3,47}{12,9} \right)^2 + \frac{1,66}{14,8} = 0,18 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.19)}$$

Bemessungswert der Normalkraft in Querschnitt 2

$$\begin{aligned}
 N_{2,d} &= \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 & [11] \text{ Gl. (B.7)} \\
 &= \frac{9,3 \cdot 10^6}{9,47 \cdot 10^{11}} \cdot 1,0 \cdot 18,3 \cdot 8462 \cdot 200 \cdot 10^2 = 30415 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Bemessungswert des Moments in Querschnitt 2

$$\begin{aligned}
 M_{2,y,d} &= \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot E_2 \cdot I_{y2} & [11] \text{ Gl. (B.8)} \\
 &= \frac{9,3 \cdot 10^6}{9,47 \cdot 10^{11}} \cdot 8462 \cdot 6667 \cdot 10^4 = 5540340 \text{ Nmm}
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{2,d}}{A_2} = \frac{30415}{200 \cdot 10^2} = 1,52 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{2,y,d}}{W_{y2}} = \frac{5540340}{667 \cdot 10^3} = 8,31 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Querschnitt 2 (Zug und Biegung)

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{1,52}{8,6} + \frac{8,31}{14,8} = 0,74 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.17)}$$

Bemessungswert der Schubspannung in Querschnitt 2

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} \cdot 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2}{(E \cdot I)_{ef,y} \cdot b_2} \quad [11] \text{ Gl. (B.9)}$$

$$h = \frac{h_2}{2} + a_2 = \frac{200}{2} + 18,3 = 118,3 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{9,3 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 8462 \cdot 100 \cdot 118,3^2}{9,47 \cdot 10^{11} \cdot 100} = 0,58 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis Querschnitt 2 (Schub)

$$\frac{\tau_{2,max,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,58}{2,46} = 0,24 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

Nachweis für den Endzustand

[11] B.2

Wirksame Biegesteifigkeit des Verbundquerschnitts

[11] B.2 (1)

$$(E \cdot I)_{ef,y} = \sum_{i=1}^2 E_i \cdot I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2 \quad [11] \text{ Gl. (B.1)}$$

$$I_{ef,y} = \sum_{i=1}^2 I_i + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2 \quad \text{für } E_1 = E_2 = E$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot \ell^2}} \quad [11] \text{ Gl. (B.5)}$$

$$K_1 = \frac{K_{u,mean}}{\gamma_M \cdot (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot k_{def})} \quad [11] \text{ Gl. (2.12) i.V.m. [11] 2.3.2.2 (3)}$$

$$k_{def} = 0,6 \rightarrow \text{Vollholz Nutzungsklasse: 1} \quad [11] \text{ Tab. 3.2}$$

$$\psi_2 = 0,3 \text{ veränderlich-mittel (Kategorie B)}$$

$$K_1 = \frac{1497}{1,3 \cdot (1 + 0,3 \cdot 2 \cdot 0,6)} = 847 \text{ N/mm}$$

$$\frac{K_1}{s_1} = \frac{847}{36} = 1723,5 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Fugensteifigkeit}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 \cdot 36}{847 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^2}} = 0,339$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{(\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{0,339 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 \cdot (4,0 + 20,0) \cdot 10}{(0,339 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 + 1,0 \cdot 8462 \cdot 200 \cdot 10^2)} = 15,6 \text{ mm}$$

[11] Gl. (B.6)

$$a_1 = \frac{(h_1 + h_2)}{2} - a_2 = \frac{(4,0 + 20,0) \cdot 10}{2} - 15,6 = 104,4 \text{ mm}$$

[11] Bild B.1

$$I_{\text{ef},y} = I_{y1} + I_{y2} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2$$

$$= 117 + 6667 + 0,339 \cdot 88 \cdot (104,4 \cdot 10^{-1})^2$$

$$+ 1,0 \cdot 200 \cdot (15,6 \cdot 10^{-1})^2 = 10522 \text{ cm}^4$$

$$(E \cdot I)_{\text{ef},y} = 8462 \cdot 10522 \cdot 10^4 = 8,9 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}^2$$

Bemessungswert der Normalkraft in Querschnitt 1

$$N_{1,d} = \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot \gamma_1 \cdot a_1 \cdot E_1 \cdot A_1$$

$$= \frac{9,3 \cdot 10^6}{8,9 \cdot 10^{11}} \cdot 0,339 \cdot 104,4 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 = 27539 \text{ N}$$

[11] Gl. (B.7)

Bemessungswert des Moments in Querschnitt 1

$$M_{1,y,d} = \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot E_1 \cdot I_{y1}$$

$$= \frac{9,3 \cdot 10^6}{8,9 \cdot 10^{11}} \cdot 8462 \cdot 117 \cdot 10^4 = 103455 \text{ Nmm}$$

[11] Gl. (B.8)

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{1,d}}{A_1} = \frac{27539}{88 \cdot 10^2} = 3,13 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{1,y,d}}{W_{y1}} = \frac{103455}{58,7 \cdot 10^3} = 1,76 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Querschnitt 1 (Druck und Biegung)

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \left(\frac{3,13}{12,9} \right)^2 + \frac{1,76}{14,8} = 0,18 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] Gl. (6.19)

Bemessungswert der Normalkraft in Querschnitt 2

$$N_{2,d} = \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},y}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2$$

$$= \frac{9,3 \cdot 10^6}{8,9 \cdot 10^{11}} \cdot 1,0 \cdot 15,6 \cdot 8462 \cdot 200 \cdot 10^2 = 27588 \text{ N}$$

[11] Gl. (B.7)

Bemessungswert des Moments in Querschnitt 2

$$M_{2y,d} = \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{ef,y}} \cdot E_2 \cdot I_{y2} \quad [11] \text{ Gl. (B.8)}$$

$$= \frac{9,3 \cdot 10^6}{8,9 \cdot 10^{11}} \cdot 8462 \cdot 6667 \cdot 10^4 = 5895171 \text{ Nmm}$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{2,d}}{A_2} = \frac{27588}{200 \cdot 10^2} = 1,38 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{2y,d}}{W_{y2}} = \frac{5895171}{667 \cdot 10^3} = 8,84 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Querschnitt 2 (Zug und Biegung)

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{1,38}{8,6} + \frac{8,84}{14,8} = 0,76 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.17)}$$

Bemessungswert der Schubspannung in Querschnitt 2

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} \cdot 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2}{(E \cdot I)_{ef,y} \cdot b_2} \quad [11] \text{ Gl. (B.9)}$$

$$h = \frac{h_2}{2} + a_2 = \frac{200}{2} + 15,6 = 115,6 \text{ mm} \quad [11] \text{ Bild B.1}$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{9,3 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 8462 \cdot 100 \cdot 115,6^2}{8,9 \cdot 10^{11} \cdot 100} = 0,59 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis Querschnitt 2 (Schub)

$$\frac{\tau_{2,max,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,59}{2,46} = 0,24 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

vereinfachter Tragsicherheitsnachweis für die Nägel

[11] 8.3 i.V.m. [12]

Bemessungswert der Kraft pro Verbindungsmittel

[11] Gl. (B.10)

$$F_{1,d,inst} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{ef,y,inst}} \quad \text{Anfangszustand}$$

$$= \frac{9,3 \cdot 10^3 \cdot 0,41 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 \cdot 101,7 \cdot 36}{9,47 \cdot 10^{11}} = 1098 \text{ N}$$

$$F_{1,d,fin} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{ef,y,fin}} \quad \text{Endzustand}$$

$$= \frac{9,3 \cdot 10^3 \cdot 0,339 \cdot 8462 \cdot 88 \cdot 10^2 \cdot 104,4 \cdot 36}{8,9 \cdot 10^{11}} = 991 \text{ N}$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

charakteristischer Wert der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k \quad [11] \text{ Gl. (8.16)}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$d = 6 \text{ mm}$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 6) \cdot 350 = 27,0 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert des Fließmoments $M_{y,k}$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 6^{2,6} = 18987 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 18987 \cdot 27,0 \cdot 6} = 2480 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.120)}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken und Mindesteinschlagtiefen

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 6 = 54 \text{ mm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.121)}$$

$$t_{\text{req}} = 54 \text{ mm} > 40 \text{ mm} = t_1 = h_1 \quad \text{Anforderung nicht erfüllt}$$

$$t_{\text{req}} = 54 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = t_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

$$t_2 = \ell_{\text{Na}} - h_1 = 120 - 40 = 80 \text{ mm}$$

Da die Dicke t_1 geringer ist als die Mindestdicke, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit mit dem Verhältniswert $t_1/t_{1,\text{req}}$ abzumindern.

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.2)

$$F_{v,Rk,\text{red}} = F_{v,Rk} \cdot \frac{t_1}{t_{\text{req}}} = 2480 \cdot \frac{40}{54} = 1837 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{F_{v,Rk,\text{red}}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{1837}{1,1} = 1336 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

Nachweis für die Nägel

$$F_{v,Rd} = 1336 \text{ N} > 1098 \text{ N} = F_{1,d,\text{inst}} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

[11] Tab. 8.2

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{1,\text{req}} &= (4 + \cos \alpha) \cdot d = (4 + \cos 0^\circ) \cdot 6 \\ &= 30 \text{ mm} < 72 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{2,\text{req}} &= (3 + \sin \alpha) \cdot d = (3 + \sin 0^\circ) \cdot 6 \\ &= 18 \text{ mm} < 30 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 6$$

$$= \underline{18 \text{ mm} < 35 \text{ mm}} = a_{4,c}$$

Anforderung erfüllt

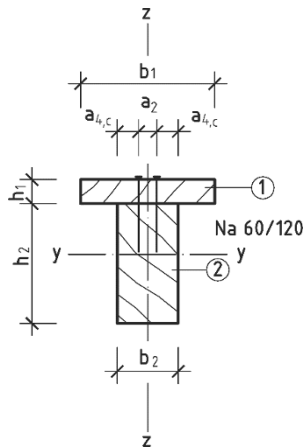


Bild A.2.3-2

Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

[11] 7.2

Anfangsverformungen

Kombinationsregeln für Einwirkungen

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

[1] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.14b)

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,inst} = \frac{5 \cdot q_{G,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{ef,y,fin}} = \frac{5 \cdot 0,7 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 8,9 \cdot 10^{11}} = 2,6 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = \frac{5 \cdot q_{Q,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{ef,y,fin}} = \frac{5 \cdot 2,45 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 8,9 \cdot 10^{11}} = 9,2 \text{ mm}$$

Überhöhung im lastfreien Zustand

$$w_0 = 0,0 \text{ mm}$$

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

[1] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.16b)

Endverformung infolge ständiger Lasten
charakteristische Einwirkungskombination

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) \quad [11] \text{ Gl. (7.2) u. (2.3)}$$

$$= 2,6 \cdot (1 + 0,6) = 4,2 \text{ mm}$$

Endverformung infolge veränderlicher Lasten
Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Nutzlast der Kategorie B.

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \quad [11] \text{ Gl. (2.4)}$$

$$\psi_2 = 0,3 \quad [2] \text{ Tab. NA.A.1.1}$$

$$w_{Q,fin} = 9,7 \cdot (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 11,4 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_0 = 4,5 + 11,4 + 0 = 15,9 \text{ mm} \quad [11] \text{ 2.2.3 (5)}$$

$$[11] \text{ Gl. (2.2)}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300 \quad [11] \text{ 7.2 (2)}$$

$$w_{inst} = 2,6 + 9,2 = \underline{11,8 \text{ mm}} = \ell / 339 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 200 \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

$$w_{fin} = \underline{15,9 \text{ mm}} = \ell / 252 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Beispiel A.2.4

Koppelpfette

Aufgabenstellung

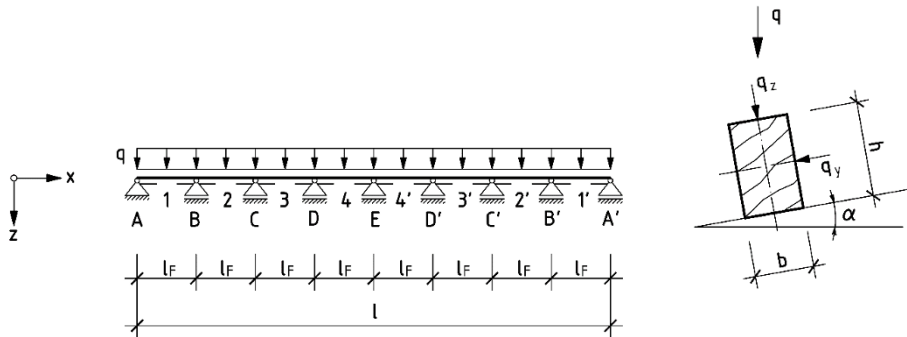


Bild A.2.4-1

 $q_{G,k} = 0,3 \text{ kN/m}$ (ständig) $\ell = 60,0 \text{ m}$ Neigung der Pfette: $\alpha = 10^\circ$ $q_{Q,k} = 0,6 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz) $\ell_F = 7,50 \text{ m}$

Festigkeitsklasse C30

Nutzungsklasse 2

 $b/h = 10/16 \text{ cm}$

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Transformation der Einwirkungen

$$q_{G,z,k} = q_{G,k} \cdot \cos \alpha = 0,3 \cdot \cos 10^\circ = 0,30 \text{ kN/m}$$

$$q_{G,y,k} = q_{G,k} \cdot \sin \alpha = 0,3 \cdot \sin 10^\circ = 0,05 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,z,k} = q_{Q,k} \cdot \cos \alpha = 0,6 \cdot \cos 10^\circ = 0,59 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,y,k} = q_{Q,k} \cdot \sin \alpha = 0,6 \cdot \sin 10^\circ = 0,10 \text{ kN/m}$$

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$q_{G,z,d} = \gamma_G \cdot q_{G,z,k} = 1,35 \cdot 0,30 = 0,41 \text{ kN/m}$$

$$q_{G,y,d} = \gamma_G \cdot q_{G,y,k} = 1,35 \cdot 0,05 = 0,07 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,z,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,z,k} = 1,50 \cdot 0,59 = 0,89 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,y,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,y,k} = 1,50 \cdot 0,10 = 0,15 \text{ kN/m}$$

$$q_{z,d} = q_{G,z,d} + q_{Q,z,d} = 0,41 + 0,89 = 1,30 \text{ kN/m}$$

$$q_{y,d} = q_{G,y,d} + q_{Q,y,d} = 0,07 + 0,15 = 0,22 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Die Ermittlung der Schnittgrößen erfolgt mit ausreichender Genauigkeit für die Außen- und Innenfelder wie folgt:

- Außenfelder: Tabellenwerte k des Vierfeldträgers
- Innenfelder: Werte des beidseitig eingespannten Biegeträgers, bzw. Trägers mit unendlich vielen Feldern

Feldmomente

$$M_{1,y,d} = k_1 \cdot q_{z,d} \cdot \ell^2 = 0,0772 \cdot 1,3 \cdot 7,5^2 = 5,65 \text{ kNm}$$

$$M_{1,z,d} = k_1 \cdot q_{y,d} \cdot \ell^2 = 0,0772 \cdot 0,22 \cdot 7,5^2 = 0,96 \text{ kNm}$$

$$M_{4,y,d} = k_4 \cdot q_{z,d} \cdot \ell^2 = 0,0416 \cdot 1,3 \cdot 7,5^2 = 3,04 \text{ kNm}$$

$$M_{4,z,d} = k_4 \cdot q_{y,d} \cdot \ell^2 = 0,0416 \cdot 0,22 \cdot 7,5^2 = 0,51 \text{ kNm}$$

Querkräfte (Maximalwerte an den Auflagern)

$$V_{B,l,y,d} = k_B \cdot q_{y,d} \cdot \ell = 0,6071 \cdot 0,22 \cdot 7,5 = 1,00 \text{ kN}$$

$$V_{B,l,z,d} = k_B \cdot q_{z,d} \cdot \ell = 0,6071 \cdot 1,3 \cdot 7,5 = 5,92 \text{ kN}$$

$$V_{E,y,d} = k_L \cdot q_{y,d} \cdot \ell = 0,5 \cdot 0,22 \cdot 7,5 = 0,83 \text{ kN}$$

$$V_{E,z,d} = k_L \cdot q_{z,d} \cdot \ell = 0,5 \cdot 1,3 \cdot 7,5 = 4,88 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

Endfeld 1

$$A_1 = 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot 16 = 320,0 \text{ cm}^2$$

$$W_{1,z} = 2 \cdot \frac{b^2 \cdot h}{6} = 2 \cdot \frac{10^2 \cdot 16}{6} = 533,3 \text{ cm}^3$$

$$W_{1,y} = 2 \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} = 2 \cdot \frac{10 \cdot 16^2}{6} = 853,3 \text{ cm}^3$$

$$I_{1,z} = 2 \cdot \frac{b^3 \cdot h}{12} = 2 \cdot \frac{10^3 \cdot 16}{12} = 2666,7 \text{ cm}^4$$

$$I_{1,y} = 2 \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} = 2 \cdot \frac{10 \cdot 16^3}{12} = 6826,7 \text{ cm}^4$$

Mittelfeld 4

$$A_4 = b \cdot h = 10 \cdot 16 = 160,0 \text{ cm}^2$$

$$W_{4,z} = \frac{b^2 \cdot h}{6} = \frac{10^2 \cdot 16}{6} = 266,7 \text{ cm}^3$$

$$W_{4,y} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{10 \cdot 16^2}{6} = 426,7 \text{ cm}^3$$

$$I_{4,z} = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{10^3 \cdot 16}{12} = 1333,3 \text{ cm}^4$$

$$I_{4,y} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{10 \cdot 16^3}{12} = 3413,3 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Endfeld 1

$$\sigma_{1,m,y,d} = \frac{M_{1,y,d}}{W_{1,y}} = \frac{5,65 \cdot 10^6}{853,3 \cdot 10^3} = 6,6 \text{ N/mm}^2$$

Theorie I. Ordnung

[19] Tab. 5

betragsmäßig

$$\sigma_{1,m,z,d} = \frac{M_{1,z,d}}{W_{1,z}} = \frac{0,96 \cdot 10^6}{533,3 \cdot 10^3} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

Mittelfeld 4

$$\sigma_{4,m,y,d} = \frac{M_{4,y,d}}{W_{4,y}} = \frac{3,04 \cdot 10^6}{426,7 \cdot 10^3} = 7,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{4,m,z,d} = \frac{M_{4,z,d}}{W_{4,z}} = \frac{0,51 \cdot 10^6}{266,7 \cdot 10^3} = 1,9 \text{ N/mm}^2$$

Auflager B

$$\tau_{B,l,y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{B,l,y,d}}{3 \cdot A_4} = 1,5 \cdot \frac{1,00 \cdot 10^3}{3 \cdot 160 \cdot 10^2} = 0,03 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{B,l,z,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{B,l,z,d}}{3 \cdot A_4} = 1,5 \cdot \frac{5,92 \cdot 10^3}{3 \cdot 160 \cdot 10^2} = 0,19 \text{ N/mm}^2$$

Auflager E

$$\tau_{E,y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{E,y,d}}{2 \cdot A_4} = 1,5 \cdot \frac{0,83 \cdot 10^3}{2 \cdot 160 \cdot 10^2} = 0,04 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{E,z,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{E,z,d}}{2 \cdot A_4} = 1,5 \cdot \frac{4,88 \cdot 10^3}{2 \cdot 160 \cdot 10^2} = 0,23 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[13] Tab. 1

$$f_{m,k} = 30,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 8000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 12000 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

$$k_{mod} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{30}{1,3} = 20,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.3

Maßgebend ist der Nachweis der Biegespannung im Feld 4.

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right)^2 \leq 1$$

[12] Gl. (NA.58)

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{\text{ef}} = 0,9 \cdot \ell = 0,9 \cdot 7,5 = 6,75 \text{ m} \quad [11] \text{ Tab. 6.1}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 100^2}{160 \cdot 6,75 \cdot 10^3} \cdot 8000 = 57,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{24,0}{57,8}} = 0,64$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{7,1}{1,0 \cdot 20,8} + \left(\frac{1,9}{20,8} \right)^2 = 0,35 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Aufgrund der vorhandenen Spannungsverhältnisse ist der Nachweis nach Gl. (NA.58) bemessungsmaßgebend. Ein Nachweis nach Gl. (NA.59) ist somit nicht erforderlich.

Die Koppelfetten sind an den Binderauflagern gegen Kippen zu sichern.

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit für Schub

[12] NCI NA.6.1.9

Maßgebend ist der Nachweis der Schubspannung an der Stütze E. Auf eine mögliche Abminderung der Querkraft nach den Abschnitten [11] 6.1.7 (3) und [12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5) und (NA.6) wird an dieser Stelle verzichtet.

$$k_{\text{cr}} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

$$\left(\frac{\tau_{E,y,d}}{k_{\text{cr}} \cdot f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{E,z,d}}{k_{\text{cr}} \cdot f_{v,d}} \right)^2 = \left(\frac{0,04}{0,5 \cdot 2,8} \right)^2 + \left(\frac{0,23}{0,5 \cdot 2,8} \right)^2 = 0,03 < 1,0 \quad [12] \text{ Gl. (NA.54)}$$

Nachweis erbracht

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[11] 7.2

Anfangsverformungen

Kombinationsregel für Einwirkungen

seltene (charakteristische) Kombination

[1] 6.5.3

$$E_{d,\text{rare}} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad [1] \text{ Gl. (6.14b)}$$

Die Verformungen werden unter Anwendung der Tabellen in [9] berechnet. Die Tabellen sind auf einen E-Modul von 10000 N/mm² bezogen. Vorhanden ist ein E-Modul von $E_{0,\text{mean}} = 12000 \text{ N/mm}^2$, deshalb sind die Tabellenwerte durch den Verhältniswert

$$\frac{12000}{10000} = 1,2 \text{ zu dividieren.}$$

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{1,G,z,\text{inst}} = k_1 \cdot \frac{q_{G,z,k} \cdot \ell^4}{I_{1,y}} = 6,32 \cdot \frac{0,30 \cdot 7,5^4}{6826,7} \cdot \frac{1}{1,2} = 0,73 \text{ cm}$$

$$w_{1,G,y,\text{inst}} = k_1 \cdot \frac{q_{G,y,k} \cdot \ell^4}{I_{1,z}} = 6,32 \cdot \frac{0,05 \cdot 7,5^4}{2666,7} \cdot \frac{1}{1,2} = 0,31 \text{ cm}$$

$$w_{1,G,\text{inst}} = \sqrt{w_{1,G,z,\text{inst}}^2 + w_{1,G,y,\text{inst}}^2} = \sqrt{7,3^2 + 3,1^2} = 7,9 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{1,Q,z,\text{inst}} = k_1 \cdot \frac{q_{Q,z,k} \cdot \ell^4}{I_{1,y}} = 6,32 \cdot \frac{0,59 \cdot 7,5^4}{6826,7} \cdot \frac{1}{1,2} = 1,44 \text{ cm}$$

$$w_{1,Q,y,\text{inst}} = k_1 \cdot \frac{q_{Q,y,k} \cdot \ell^4}{I_{1,z}} = 6,32 \cdot \frac{0,10 \cdot 7,5^4}{2666,7} \cdot \frac{1}{1,2} = 0,62 \text{ cm}$$

$$w_{1,Q,\text{inst}} = \sqrt{w_{1,Q,z,\text{inst}}^2 + w_{1,Q,y,\text{inst}}^2} = \sqrt{14,4^2 + 6,2^2} = 15,7 \text{ mm}$$

Mittelfeld 4

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{4,G,z,\text{inst}} = k_4 \cdot \frac{q_{G,z,k} \cdot \ell^4}{I_{4,y}} = 2,6 \cdot \frac{0,30 \cdot 7,5^4}{3413,3} \cdot \frac{1}{1,2} = 0,60 \text{ cm}$$

$$w_{4,G,y,\text{inst}} = k_4 \cdot \frac{q_{G,y,k} \cdot \ell^4}{I_{4,z}} = 2,6 \cdot \frac{0,05 \cdot 7,5^4}{1333,3} \cdot \frac{1}{1,2} = 0,26 \text{ cm}$$

$$w_{4,G,\text{inst}} = \sqrt{w_{4,G,z,\text{inst}}^2 + w_{4,G,y,\text{inst}}^2} = \sqrt{6,0^2 + 2,6^2} = 6,5 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{4,Q,z,\text{inst}} = k_4 \cdot \frac{q_{Q,z,k} \cdot \ell^4}{I_{4,y}} = 2,6 \cdot \frac{0,59 \cdot 7,5^4}{3413,3} \cdot \frac{1}{1,2} = 1,18 \text{ cm}$$

$$w_{4,Q,y,\text{inst}} = k_4 \cdot \frac{q_{Q,y,k} \cdot \ell^4}{I_{4,z}} = 2,6 \cdot \frac{0,10 \cdot 7,5^4}{1333,3} \cdot \frac{1}{1,2} = 0,51 \text{ cm}$$

$$w_{4,Q,\text{inst}} = \sqrt{w_{4,Q,z,\text{inst}}^2 + w_{4,Q,y,\text{inst}}^2} = \sqrt{11,8^2 + 5,1^2} = 12,9 \text{ mm}$$

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[19] Tab. 5

[2] 6.5.3

[2] Gl. (6.16b)

Endfeld 1

Endverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{1,G,fin} = w_{1,G,inst} + w_{creep} = w_{1,G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 7,9 \cdot (1 + 0,8) = 14,2 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (7.2) u. (2.3)}$$

$$k_{def} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 2} \end{array} \quad [11] \text{ Tab. 3.2}$$

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

[11] 2.2.3 (5)

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Schneelast für Orte mit einer Höhe bis 1000 m über NN.

$$w_{1,Q,fin} = w_{1,Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \quad [11] \text{ Gl. (2.4)}$$

$$\psi_2 = 0 \quad [2] \text{ Tab. NA.A.1.1}$$

$$w_{1,Q,fin} = w_{1,Q,inst} = 15,7 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{1,fin} = w_{1,G,fin} + w_{1,Q,fin} = 14,2 + 15,7 = 29,9 \text{ mm}$$

Mittelfeld 4

Endverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{4,G,fin} = w_{4,G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 6,5 \cdot (1 + 0,8) = 11,7 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (7.2) u. (2.3)}$$

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

[11] 2.2.3 (5)

$$w_{4,Q,fin} = w_{4,Q,inst} = 12,9 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{4,fin} = w_{4,G,fin} + w_{4,Q,fin} = 11,7 + 12,9 = 24,6 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

[11] 7.2 (2)

Endfeld 1

$$w_{1,inst} = w_{1,G,inst} + w_{1,Q,inst} \leq \ell / 300 \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

$$w_{1,inst} = 7,9 + 15,7 = 23,6 \text{ mm} = \ell / 318 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$w_{1,fin} = w_{1,G,fin} + w_{1,Q,fin} \leq \ell / 200 \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

$$w_{1,fin} = 29,9 \text{ mm} = \ell / 251 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Mittelfeld 4

$$w_{4,inst} = w_{4,G,inst} + w_{4,Q,inst} \leq \ell / 300 \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

$$w_{4,inst} = 6,5 + 12,9 = 19,4 \text{ mm} = \ell / 387 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$w_{4,fin} = w_{4,G,fin} + w_{4,Q,fin} \leq \ell / 200 \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

$$w_{4,fin} = 24,6 \text{ mm} = \ell / 305 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Beispiel A.2.5

Gerberpfette

Aufgabenstellung

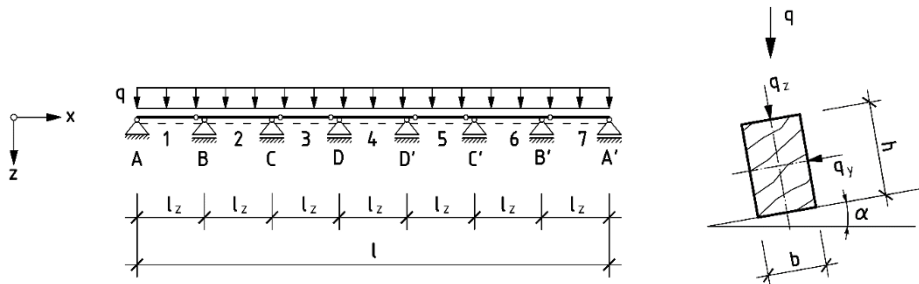


Bild A.2.5-1

 $q_{G,k} = 0,2 \text{ kN/m}$ (ständig)

 $q_{Q,k} = 0,8 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)

Nutzungsklasse 2

 $\ell = 52,50 \text{ m}$
 $\ell_F = 7,50 \text{ m}$
 $b/h = 10/18 \text{ cm}$
Neigung der Pfette: $\alpha = 5^\circ$

Festigkeitsklasse C24

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Transformation der Einwirkungen

$$q_{G,z,k} = q_{G,k} \cdot \cos \alpha = 0,2 \cdot \cos 5^\circ = 0,20 \text{ kN/m}$$

$$q_{G,y,k} = q_{G,k} \cdot \sin \alpha = 0,2 \cdot \sin 5^\circ = 0,02 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,z,k} = q_{Q,k} \cdot \cos \alpha = 0,8 \cdot \cos 5^\circ = 0,80 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,y,k} = q_{Q,k} \cdot \sin \alpha = 0,8 \cdot \sin 5^\circ = 0,07 \text{ kN/m}$$

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$q_{G,z,d} = \gamma_G \cdot q_{G,z,k} = 1,35 \cdot 0,20 = 0,27 \text{ kN/m}$$

$$q_{G,y,d} = \gamma_G \cdot q_{G,y,k} = 1,35 \cdot 0,02 = 0,03 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,z,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,z,k} = 1,50 \cdot 0,80 = 1,20 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,y,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,y,k} = 1,50 \cdot 0,07 = 0,11 \text{ kN/m}$$

$$q_{z,d} = q_{G,z,d} + q_{Q,z,d} = 0,27 + 1,20 = 1,47 \text{ kN/m}$$

$$q_{y,d} = q_{G,y,d} + q_{Q,y,d} = 0,03 + 0,11 = 0,14 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Momente und Querkräfte

Die Ermittlung der Schnittgrößen erfolgt anhand von Tabellenwerten.

Feldmomente

$$M_{1,y,d} = k_1 \cdot q_{z,d} \cdot \ell^2 = 0,0957 \cdot 1,47 \cdot 7,5^2 = 7,91 \text{ kNm}$$

$$M_{1,z,d} = k_1 \cdot q_{y,d} \cdot \ell^2 = 0,0957 \cdot 0,14 \cdot 7,5^2 = 0,75 \text{ kNm}$$

Querkräfte (Maximalwerte an den Auflagern)

$$V_{Bl,y,d} = k_B \cdot q_{y,d} \cdot \ell = 0,5625 \cdot 0,14 \cdot 7,5 = 0,59 \text{ kN}$$

$$V_{Bl,z,d} = k_B \cdot q_{z,d} \cdot \ell = 0,5625 \cdot 1,47 \cdot 7,5 = 6,20 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h = 10 \cdot 18 = 180 \text{ cm}^2$$

$$W_z = \frac{b^2 \cdot h}{6} = \frac{10^2 \cdot 18}{6} = 300 \text{ cm}^3$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{10 \cdot 18^2}{6} = 540 \text{ cm}^3$$

$$I_z = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{10^3 \cdot 18}{12} = 1500 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{10 \cdot 18^3}{12} = 4860 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Endfeld 1

$$\sigma_{1,m,y,d} = \frac{M_{1,y,d}}{W_y} = \frac{7,91 \cdot 10^6}{540,0 \cdot 10^3} = 14,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,m,z,d} = \frac{M_{1,z,d}}{W_z} = \frac{0,75 \cdot 10^6}{300,0 \cdot 10^3} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

Auflager B

$$\tau_{Bl,y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{Bl,y,d}}{k_{cr} \cdot b \cdot h} = 1,5 \cdot \frac{0,59 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 100 \cdot 180} = 0,10 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

$$\tau_{Bl,z,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{Bl,z,d}}{k_{cr} \cdot b \cdot h} = 1,5 \cdot \frac{6,20 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 100 \cdot 180} = 1,03 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{m,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

Theorie I. Ordnung

[19] Tab. 7

betragsmäßig

[12] NDP Zu
6.1.7(2)

[13] Tab. 1

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,\text{mean}} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{m,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.3

Maßgebend ist der Nachweis der Biegespannung im Feld 1.

Endfeld

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,y,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right)^2 \leq 1$$

[12] Gl. (NA.58)

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases}$$

[11] Gl. (6.34)

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}}$$

[11] Gl. (6.30)

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05}$$

[11] Gl. (6.32)

$$\ell_{\text{ef}} = 0,9 \cdot \ell = 0,9 \cdot 7,5 = 6,75 \text{ m}$$

[11] Tab. 6.1

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 100^2}{180 \cdot 6,75 \cdot 10^3} \cdot 7400 = 47,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{24,0}{47,5}} = 0,71$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{14,6}{1,0 \cdot 16,6} + \left(\frac{2,5}{16,6} \right)^2 = 0,90 < 1$$

Nachweis erbracht

Aufgrund der vorhandenen Spannungsverhältnisse ist der Nachweis nach Gl. (NA.58) bemessungsmaßgebend. Ein Nachweis nach Gl. (NA.59) ist somit nicht zu führen. Weitere Nachweise für die Innenfelder sind nicht erforderlich, da bei gleichem Querschnitt und geringeren Schnittgrößen die Beanspruchungen geringer sind.

Die Gerberpfetten sind an den Binderauflagern gegen Kippen zu sichern.

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit für Schub

Maßgebend ist der Nachweis der Schubspannung an der Stütze B. Auf eine mögliche Abminderung der Querkraft nach den Abschnitten [11] 6.1.7 (3) und [12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5) und (NA.6) wird an dieser Stelle verzichtet.

$$\left(\frac{\tau_{\text{Bl},y,d}}{f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{\text{Bl},z,d}}{f_{v,d}} \right)^2 = \left(\frac{0,10}{2,8} \right)^2 + \left(\frac{1,03}{2,8} \right)^2 = 0,22 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

Anfangsverformungen

Kombinationsregel für Einwirkungen

seltene (charakteristische) Kombination

$$E_{d,\text{rare}} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

Endfeld 1

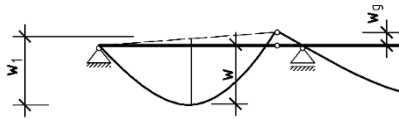


Bild A.2.5-2: Verformung im Endfeld der Gerberpfette

$$w \approx w_1 + \frac{w_g}{2}$$

$$w_1 = \frac{5 \cdot q \cdot \ell_1^4}{384 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} = 0,007633 \cdot \frac{q \cdot \ell_F^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

$$w_g = -0,000926 \cdot \frac{q \cdot \ell_G^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

$$\ell_g = 0,125 \cdot \ell_F = 0,125 \cdot 7,5 = 0,94 \text{ m}$$

$$\ell_1 = 0,875 \cdot \ell_F = 0,875 \cdot 7,5 = 6,56 \text{ m}$$

$$w = \left(0,007633 + \frac{(-0,000926)}{2} \right) \cdot \frac{q \cdot \ell_F^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I} = 0,00717 \cdot \frac{q \cdot \ell_F^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$\begin{aligned} w_{1,G,z,\text{inst}} &= 0,00717 \cdot \frac{q_{G,z,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I_y} \\ &= 0,00717 \cdot \frac{0,20 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 4860} \cdot 10^8 = 8,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$w_{1,G,y,\text{inst}} = 0,00717 \cdot \frac{q_{G,y,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I_z}$$

[12] NCI NA.6.1.9

[12] Gl. (NA.54)

[11] 7.2

[1] 6.5.3

[1] Gl. (6.14b)

$$= 0,00717 \cdot \frac{0,02 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 1500} \cdot 10^8 = 2,7 \text{ mm}$$

$$w_{1,G,inst} = \sqrt{w_{G,z,inst}^2 + w_{G,y,inst}^2} = \sqrt{8,5^2 + 2,7^2} = 8,9 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$\begin{aligned} w_{1,Q,z,inst} &= 0,00717 \cdot \frac{q_{Q,z,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} \\ &= 0,00717 \cdot \frac{0,80 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 4860} \cdot 10^8 = 33,9 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{1,Q,y,inst} &= 0,00717 \cdot \frac{q_{Q,y,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I_z} \\ &= 0,00717 \cdot \frac{0,07 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 1500} \cdot 10^8 = 9,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$w_{1,Q,inst} = \sqrt{w_{1,Q,z,inst}^2 + w_{1,Q,y,inst}^2} = \sqrt{33,9^2 + 9,6^2} = 35,2 \text{ mm}$$

Innenfeld 4:

$$w = \frac{q \cdot \ell_F^4}{16 \cdot E_{0,mean} \cdot I} \cdot \left(\frac{5}{24} - 0,1465^2 \right) - \frac{G_1 \cdot \ell_F^3}{8 \cdot E_{0,mean} \cdot I} \cdot 0,1465$$

$$G_1 = 0,3535 \cdot q \cdot \ell_F$$

$$w = 0,0052 \cdot \frac{q \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I}$$

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$\begin{aligned} w_{4,G,z,inst} &= 0,0052 \cdot \frac{q_{G,z,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} \\ &= 0,0052 \cdot \frac{0,20 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 4860} \cdot 10^8 = 6,2 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{4,G,y,inst} &= 0,0052 \cdot \frac{q_{G,y,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I_z} \\ &= 0,0052 \cdot \frac{0,02 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 1500} \cdot 10^8 = 2,0 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$w_{4,G,inst} = \sqrt{w_{4,G,z,inst}^2 + w_{4,G,y,inst}^2} = \sqrt{6,2^2 + 2,0^2} = 6,5 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$\begin{aligned} w_{4,Q,z,inst} &= 0,0052 \cdot \frac{q_{Q,z,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} \\ &= 0,0052 \cdot \frac{0,80 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 4860} \cdot 10^8 = 24,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$w_{4,Q,y,inst} = 0,0052 \cdot \frac{q_{Q,y,k} \cdot \ell_F^4}{E_{0,mean} \cdot I_z}$$

[19] Tab. 7

$$= 0,0052 \cdot \frac{0,07 \cdot 7,5^4}{11000 \cdot 1500} \cdot 10^8 = 7,0 \text{ mm}$$

$$w_{4,Q,inst} = \sqrt{w_{4,Q,z,inst}^2 + w_{4,Q,y,inst}^2} = \sqrt{24,6^2 + 7,0^2} = 25,6 \text{ mm}$$

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

[2] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[2] Gl. (6.16b)

Endfeld 1

Endverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{1,G,fin} = w_{1,G,inst} + w_{creep} = w_{1,G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 8,9 \cdot (1 + 0,8) = 16,0 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (7.2) u. (2.3)}$$

$$k_{def} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 2} \end{array}$$

[11] Tab. 3.2

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

[11] 2.2.3 (5)

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Schneelast für Orte mit einer Höhe bis 1000 m über NN.

$$w_{1,Q,fin} = w_{1,Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def})$$

[11] Gl. (2.4)

$$\psi_2 = 0$$

[2] Tab. NA.A.1.1

$$w_{1,Q,fin} = w_{1,Q,inst} = 35,2 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{1,fin} = w_{1,G,fin} + w_{1,Q,fin} = 16,0 + 35,2 = 51,2 \text{ mm}$$

Innenfeld 4

Endverformung infolge ständiger Lasten

charakteristische Einwirkungskombination

$$w_{4,G,fin} = w_{4,G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 6,5 \cdot (1 + 0,8) = 11,7 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (7.2) u. (2.3)}$$

$$w_{4,Q,fin} = w_{4,Q,inst} = 25,6 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{4,fin} = w_{4,G,fin} + w_{4,Q,fin} = 11,7 + 25,6 = 37,3 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

[11] 7.2 (2)

Endfeld 1

$$w_{1,inst} = w_{1,G,inst} + w_{1,Q,inst} \leq \ell / 300$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{1,inst} = 8,9 + 35,2 = 44,1 \text{ mm} = \ell / 170 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

$$w_{1,fin} = w_{1,G,fin} + w_{1,Q,fin} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{1,fin} = 51,2 \text{ mm} = \ell / 146 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

Innenfeld 4

$$w_{4,inst} = w_{4,G,inst} + w_{4,Q,inst} \leq \ell / 300$$

[12] Tab. NA.13

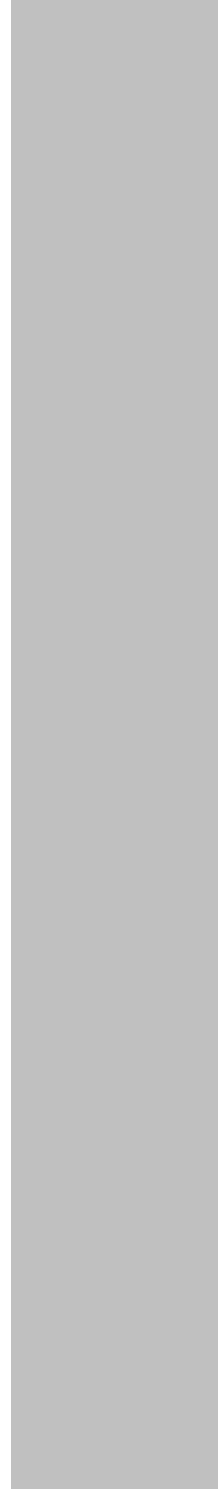
$$w_{4,inst} = 6,5 + 25,6 = 32,1 \text{ mm} = \ell / 234 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

$$w_{4,fin} = w_{4,G,fin} + w_{4,Q,fin} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{4,fin} = 37,3 \text{ mm} = \ell / 201 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Die empfohlenen Grenzwerte der Verformungen für die Innenfelder werden im Anfangszustand überschritten. Die Grenzwerte für den Endzustand werden jedoch eingehalten. Die größten Verformungen ergeben sich für die Endfelder. Hier werden die Grenzwerte überschritten. Bei diesen Werten handelt es sich um empfohlene Grenzwerte. Da an den Bereich der Endfelder in den meisten Fällen keine optischen Anforderungen gestellt werden, ist dieser Grenzwert mit dem Bauherren gesondert abzustimmen. Anderenfalls ist eine Erhöhung des Querschnitts erforderlich.



Beispiel A.2.6

Genagelter Hohlkastenträger

Aufgabenstellung

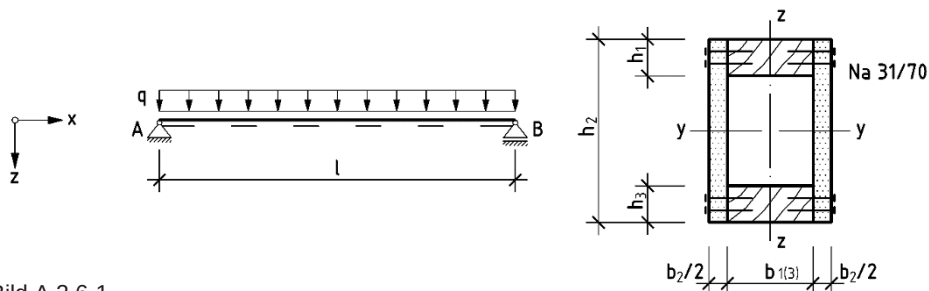


Bild A.2.6-1

$q_{G,k} = 0,80 \text{ kN/m}$ (ständig)

$q_{Q,k} = 0,46 \text{ kN/m}$ (veränderlich-mittel)

Nutzungsklasse 2

$\ell = 5 \text{ m}$

$h_{1(3)} = 6 \text{ cm} = h_{f,c} = h_{f,t}$

$h_2 = 30 \text{ cm} = h_w$

$b_{1(3)} = 14 \text{ cm}$

$b_2 = 3 \text{ cm} = b_w$

Gurte: Nadelholz der Festigkeitsklasse C24

Stege: OSB-Platten des Typs OSB/4

Spanrichtung der Deckschicht in Trägerlängsrichtung

Bauteile sind über die Stützweite nicht gestoßen

Nägels Na 31/70

(nicht vorgebohrt, 2-reihig, $a = 35 \text{ mm}$)

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 0,8 = 1,1 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 0,46 = 0,7 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 1,1 + 0,7 = 1,8 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen und Auflagerkräfte

Theorie I. Ordnung

$$M_{y,d} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{1,8 \cdot 5,0^2}{8} = 5,6 \text{ kNm}$$

$$V_{z,d} = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{1,8 \cdot 5,0}{2} = 4,5 \text{ kN}$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften**Gurte**

$$\begin{aligned}
 f_{m,k,1(3)} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{c,0,k,1(3)} &= 21,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{t,0,k,1(3)} &= 14,0 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,mean,1(3)} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,05,1(3)} &= 7400 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[13] Tab. 1

Steg: OSB/4 nach DIN EN 12369-1 Tabelle 3

$$\begin{aligned}
 f_{v,k,2} &= 6,9 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,mean,2} &= 2680 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,05,2} = 0,85 \cdot E_{0,mean,2} &= 0,85 \cdot 2680 = 2278 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$\begin{aligned}
 f_d &= k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \\
 k_{mod,1(3)} &= 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2} \\
 &\quad \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \\
 k_{mod,2} &= 0,55 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2} \\
 &\quad \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \\
 \gamma_M &= 1,3
 \end{aligned}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Gurte

$$\begin{aligned}
 f_{m,d,1(3)} &= k_{mod,1(3)} \cdot \frac{f_{m,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{24}{1,3} = 14,8 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{c,0,d,1(3)} &= k_{mod,1(3)} \cdot \frac{f_{c,0,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{t,0,d,1(3)} &= k_{mod,1(3)} \cdot \frac{f_{t,0,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{14}{1,3} = 8,6 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Steg

$$f_{v,d,2} = k_{mod,2} \cdot \frac{f_{v,k,2}}{\gamma_M} = 0,55 \cdot \frac{6,9}{1,3} = 2,9 \text{ N/mm}^2$$

Querschnitts- und Materialkennwerte

$$\begin{aligned}
 A_{1(3)} &= b_{1(3)} \cdot h_{1(3)} = 14 \cdot 6 = 84 \text{ cm}^2 \\
 A_2 &= b_2 \cdot h_2 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ cm}^2 \\
 W_{y,1(3)} &= \frac{b_{1(3)} \cdot h_{1(3)}^2}{6} = \frac{14 \cdot 6^2}{6} = 84 \text{ cm}^3 \\
 W_{y,2} &= \frac{b_2 \cdot h_2^2}{6} = \frac{3 \cdot 30^2}{6} = 450 \text{ cm}^3 \\
 I_{y,1(3)} &= \frac{b_{1(3)} \cdot h_{1(3)}^3}{12} = \frac{14 \cdot 6^3}{12} = 252 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

[11] B.2

[11] Gl. (B.2)

[11] Gl. (B.2)

[11] Gl. (B.3)

$$I_{y,2} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{3 \cdot 30^3}{12} = 6750 \text{ cm}^4$$

[11] Gl. (B.3)

Nach [12] NCI Zu 9.1.3 (NA.5) sind sowohl der Anfangs- als auch der Endzustand zu betrachten. Der Endzustand wird infolge der geringeren Bauteilsteifigkeit bemessungsmaßgebend.

[12] NCI Zu 9.1.3 (NA.5)

$$(E \cdot I)_{\text{ef,fin}} = \sum_{i=1}^3 (E_{i,\text{fin}} \cdot I_i + \gamma_{i,\text{fin}} \cdot E_{i,\text{fin}} \cdot A_i \cdot a_i^2)$$

[11] Gl. (B.1)

Die Querschnittswerte 1 und 3 sind gleich. Mit $a_2 = 0$ ergibt sich

$$(E \cdot I)_{\text{ef,fin}} = 2 \cdot (E_{\text{mean,fin,1(3)}} \cdot I_{y,1(3)} + \gamma_{\text{fin,1(3)}} \cdot E_{\text{mean,fin,1(3)}} \cdot A_{1(3)} \cdot a_{1(3)}^2) + E_{\text{mean,fin,2}} \cdot I_{y,2}$$

[11] 2.2.3 (4)

Beim Zusammenwirken von Baustoffen mit unterschiedlichen Kriecheigenschaften ist der Einfluss des Kriechens auch für den Nachweis der Tragfähigkeit zu berücksichtigen, da die Verteilung der Schnittgrößen auf die zusammenwirkenden Bauteile durch die unterschiedlichen Kriecheigenschaften beeinflusst wird.

Der Nachweis für den Endzustand ist mit abgeminderten Steifigkeitskennwerten zu führen, die mittels Division durch $(1+k_{\text{def}})$ zu ermitteln sind.

$$E_{\text{mean,d,1(3)}} = \frac{E_{\text{mean,0,1(3)}}}{\gamma_M} = \frac{11000}{1,3} = 8462 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (2.15)

$$E_{\text{mean,fin,1(3)}} = \frac{E_{\text{mean,d,1(3)}}}{(1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def,1(3)}})} = \frac{8462}{(1 + 1,0 \cdot 0,8)} = 4701 \text{ N/mm}^2$$

[11] 2.2.3 (4)

$$\psi_2 = 1,0$$

[11] 2.3.2.2 (2)

$$k_{\text{def,1(3)}} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lasteinwirkungsdauer: ständig} \end{array}$$

[11] Tab. 3.2

$$\gamma_{\text{fin,1(3)}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{\text{mean,fin,1(3)}} \cdot A_{1(3)} \cdot S_{1(3)}}{K_{\text{fin}} \cdot \ell^2}}$$

[11] Gl. (B.5)

$$S_{1(3)} = \frac{a}{2} = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ mm}$$

$$K_{\text{fin}} = \frac{K_{\text{inst}}}{(1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}})}$$

[11] Gl. (2.12)

Für die Verbindung darf das arithmetische Mittel der Verformungsbeiwerte der miteinander verbundenen Bauteile angesetzt werden.

[11] 2.3.2.2 (4)

$$k_{\text{def}} = 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def,1(3)}} \cdot k_{\text{def,2}}} = 2 \cdot \sqrt{0,8 \cdot 2,25} = 2,68$$

[11] Gl. (2.13)

$$k_{\text{def,2}} = 2,25 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lasteinwirkungsdauer: ständig} \end{array}$$

[11] Tab. 3.2

$$K_{\text{inst}} = \frac{K_{\text{u,mean}}}{\gamma_M} = \frac{655}{1,3} = 504 \text{ N/mm}$$

[12] Gl. (NA.2)

$$K_{\text{u,mean}} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{2}{3} \cdot 983 = 655 \text{ N/mm}$$

[11] Gl. (2.1)

	$K_{\text{ser}} = \frac{\rho_m^{1,5}}{30} \cdot d^{0,8} = \frac{522^{1,5}}{30} \cdot 3,1^{0,8} = 983$	[11] Tab. 7.1
N/mm	$\rho_m = \sqrt{\rho_{m,1} \cdot \rho_{m,2}} = \sqrt{420 \cdot 650} = 522 \text{ kg/m}^3$	[11] Gl. 7.1
	$\rho_{m,1} = 420 \text{ kg/m}^3$	[13] Tab. 1
	$\rho_{m,2} = 650 \text{ kg/m}^3$	
	$K_{\text{fin}} = \frac{504}{(1 + 1,0 \cdot 1,53)} = 199 \text{ N/mm}$	
	$\ell = 5,0 \text{ m} \quad \text{für } \beta = 1,0$	Knicklänge für den Eulerstab 2
	$\gamma_{\text{fin},1(3)} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 4701 \cdot 8400 \cdot 17,5}{199 \cdot 5000^2}} = 0,42$	
	$\gamma_{\text{fin},2} = 1$	[11] Gl. (B.4)
	Für symmetrische Querschnitte gilt	
	$a_{1(3)} = \frac{h_2}{2} - \frac{h_{1(3)}}{2} = \frac{30}{2} - \frac{6}{2} = 12 \text{ cm}$	
	$E_{\text{mean},\text{fin},2} = \frac{E_{\text{mean},d,2}}{(1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},2})} = \frac{2062}{(1 + 1,0 \cdot 2,25)} = 634 \text{ N/mm}^2$	
	$E_{\text{mean},d,2} = \frac{E_{\text{mean},2}}{\gamma_M} = \frac{2680}{1,3} = 2062 \text{ N/mm}^2$	[11] Gl. (2.15)
	$(E \cdot I)_{\text{ef},\text{fin}} = 2 \cdot (4701 \cdot 252 \cdot 10^4 + 0,42 \cdot 4701 \cdot 8400 \cdot 12,0^2 \cdot 10^2) + 634 \cdot 6750 \cdot 10^4 = 5,87 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}^2 = 0,587 \text{ MNm}^2$	
bemessungsmaßgebende Schnittgrößen in den Querschnittsteilen		[11] B.2
Normalkraft in den Gurten		
	$N_{d,\text{fin},1(3)} = \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},\text{fin}}} \cdot \gamma_{\text{fin},1(3)} \cdot a_{1(3)} \cdot E_{\text{mean},\text{fin},1(3)} \cdot A_{1(3)}$	[11] Gl. (B.7)
	$= \frac{5,6 \cdot 10^6}{5,87 \cdot 10^{11}} \cdot 0,42 \cdot 12,0 \cdot 10 \cdot 4701 \cdot 8400 = 18987 \text{ N}$	
Biegemoment in den Gurten		
	$M_{d,\text{fin},1(3)} = \frac{M_{y,d}}{(E \cdot I)_{\text{ef},\text{fin}}} \cdot E_{\text{mean},\text{fin},1(3)} \cdot I_{y,1(3)}$	[11] Gl. (B.8)
	$= \frac{5,6 \cdot 10^6}{5,87 \cdot 10^{11}} \cdot 4701 \cdot 252 \cdot 10^4 = 113016 \text{ Nmm}$	
Bemessungswerte der Beanspruchungen		
Bemessungswert der Randspannung im Druckgurt		

$$\begin{aligned}\sigma_{f,c,max,d,fin} &= \frac{N_{d,fin,1}}{A_{1(3)}} + \frac{M_{d,fin,1}}{W_{1(3)}} \\ &= \frac{18987}{84 \cdot 100} + \frac{113016}{84 \cdot 10^3} = 3,61 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Bemessungswert der Randspannung im Zuggurt

$$\sigma_{f,t,max,d,fin} = \sigma_{f,c,max,d,fin} = 3,61 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Schwerpunktspannung im Druckgurt

$$\sigma_{f,c,d,fin} = \frac{N_{d,fin,1}}{A_{1(3)}} = \frac{18987}{8400} = 2,26 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Schwerpunktspannung im Zuggurt

$$\sigma_{f,t,d,fin} = \sigma_{f,c,d,fin} = 2,26 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2

$$\tau_{max,d,fin,2} = \frac{V_{max,d} \cdot (\gamma_{fin,3} \cdot E_{mean,fin,3} \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_{mean,fin,2} \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{ef,fin} \cdot b_2} \quad [11] \text{ Gl. (B.9)}$$

$$h = \frac{h_2}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ mm} \quad [11] \text{ Bild B.1}$$

$$\begin{aligned}\tau_{max,d,fin,2} &= \frac{4,5 \cdot 10^3 \cdot (0,42 \cdot 4701 \cdot 8400 \cdot 12 \cdot 10 + 0,5 \cdot 634 \cdot 30 \cdot 150^2)}{5,87 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10} \\ &= 0,56 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.2

Knickbeiwert $k_{c,z}$ für den Schlankheitsgrad λ_z

Vereinfachend wird für den Knicknachweis nur der Gurt angesetzt, die Stege bleiben unberücksichtigt. In einer genaueren Berechnung könnten jeweils die halben Steghöhen bei der Ermittlung des Knickbeiwerts unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten der Verbindungsmittel zusätzlich angesetzt werden.

$$\lambda_z = \frac{\ell_c}{0,289 \cdot b_{1(3)}} = \frac{5 \cdot 10^2}{0,289 \cdot 14} = 123,6 \quad [11] \text{ Gl. (9.5)}$$

$$\ell_c = \ell = 5,0 \text{ m}$$

An den Auflagern wird der Druckgurt gegen seitliches Ausweichen gehalten.

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}}; 1 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.26)}$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.28)}$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz} \quad [11] \text{ Gl. (6.29)}$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k,1}}{E_{0,05}}} = \frac{123,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,0}{7400}} = 2,10 \quad [11] \text{ Gl. (6.22)}$$

$$\lambda = \lambda_z = 123,6$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (2,10 - 0,3) + 2,10^2] = 2,88$$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{2,88 + \sqrt{2,88^2 - 2,10^2}}; 1 \right\} = \min \{ 0,21; 1 \} = 0,21$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{f,c,d,fin}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d,1}} = \frac{2,26}{0,21 \cdot 12,9} = \underline{0,85 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.3)}$$

Nachweise der Querschnittstragfähigkeit

[11] 9.9.1 (1)

$$\frac{\sigma_{f,c,max,d,fin}}{f_{m,d,1}} = \frac{3,61}{14,8} = \underline{0,24 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.1)}$$

$$\frac{\sigma_{f,t,max,d,fin}}{f_{m,d,3}} = \frac{3,61}{14,8} = \underline{0,24 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.2)}$$

$$\frac{\sigma_{f,t,d,fin}}{f_{t,0,d,3}} = \frac{2,26}{8,6} = \underline{0,26 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.4)}$$

Beulnachweis für den Steg

Ein genauerer Beulnachweis kann bei Einhaltung folgender Bedingungen entfallen [11] 9.9.1 (7)

$$h_w + \frac{1}{2} \cdot (h_{f,c} + h_{f,t}) \leq 70 \cdot b_w \quad [11] \text{ Gl. (9.8)}$$

$$h_w = h_2 - 2 \cdot h_{1(3)} = 300 - 2 \cdot 60 = 180 \text{ mm}$$

$$b_w = \frac{b_2}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ mm}$$

$$180 + \frac{1}{2} \cdot (60 + 60) = \underline{240 < 1050} = 70 \cdot 15 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\text{für } h_w \leq 35 \cdot b_w \quad [11] 9.9.1 (7)$$

$$380 < 35 \cdot 15 = 525 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

muss gelten

$$F_{v,w,Ed} \leq n \cdot b_w \cdot h_w \cdot [1 + 0,5 \cdot (h_{f,t} + h_{f,c})/h_w] \cdot f_{v,0,d} \quad [11] \text{ Gl. (9.9)}$$

$$F_{v,w,Ed} = V_{z,d} = 4,5 \text{ kN}$$

$$n = 2 \quad (\text{Anzahl der Stege mit der Stegdicke } b_w)$$

$$f_{v,0,d} = f_{v,d,2}$$

$$\underline{4,5 \text{ kN} < 20,9 \text{ kN}} = 2 \cdot 15 \cdot 180 \cdot [1 + 0,5 \cdot (60 + 60)/180] \cdot 2,9 \cdot 10^{-3}$$

Nachweis erbracht

Schubspannungsnachweis für den Steg

[11] 9.1.1 (8)

$$\frac{\tau_{max,d,fin,2}}{f_{v,d,2}} = \frac{0,61}{3,8} = \underline{0,16 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.10)}$$

Tragsicherheitsnachweis für die Nägel

Der Anschluss der OSB-Stege an die Vollholzgurte wird mit glattschaftigen Nägeln 31/70 mit einer Mindestzugfestigkeit von 600 N/mm² ausgeführt.

Bemessungswert der auf ein Verbindungsmittel entfallenden Kraft

$$F_{d,fin,1(3)} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_{fin,1(3)} \cdot E_{0,fin,1(3)} \cdot A_{1(3)} \cdot a_{1(3)} \cdot S_{1(3)}}{(E \cdot I)_{ef,fin}} \quad [11] \text{ Gl. (B.10)}$$

$$= \frac{4,5 \cdot 10^3 \cdot 0,42 \cdot 4701 \cdot 8400 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 17,5}{5,87 \cdot 10^{11}} = 267,0 \text{ N}$$

Tragfähigkeit eines Nagels

$$F_{v,Rk,1(3)} = A \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,2,k} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.123)}$$

$$A = 0,8 \quad [12] \text{ Tab. NA.14}$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 3,1^{2,6} = 3410 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

$$f_{h,2,k} = 65 \cdot d^{-0,7} \cdot t^{0,1} = 65 \cdot 3,1^{-0,7} \cdot 15^{0,1} = 38,6 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.22)}$$

$$t = 15 \text{ mm}$$

$$d = 3,1 \text{ mm}$$

$$F_{v,Rk,1(3)} = 0,8 \cdot \sqrt{2 \cdot 3410 \cdot 38,6 \cdot 3,1} = 723 \text{ N}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestdicken der Gurte und Stege
für die Vollholzgurte

$$t_{1(3),req} = 9 \cdot d = 9 \cdot 3,1 = 27,9 \text{ mm} < 55,0 \text{ mm} = t_{1(3)} \quad \text{Anforderung erfüllt} \quad [12] \text{ NCI Zu 8.3.1.3}$$

$$t_{1(3)} = \ell_{Na} - b_2 / 2 = 70 - 30 / 2 \quad [12] \text{ Gl. (NA.121)}$$

für die OSB-Stege

$$t_{2,req} = 7 \cdot d = 7 \cdot 3,1 = 21,7 \text{ mm} > 15,0 \text{ mm} = t_2 = b_2 / 2 \quad [12] 12.5.3 (10)$$

Anforderung nicht erfüllt [12] Tab. NA.14

Da die Dicke der OSB-Platten kleiner ist als die Mindestdicke, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit $F_{v,Rk}$ des Verbindungsmittels mit dem Verhältniswert $t_2/t_{2,req}$ abzumindern.

$$F_{v,Rk,tot} = F_{v,Rk,1(3)} \cdot \frac{t_2}{t_{2,req}} = 723 \cdot \frac{15,0}{21,7} = 500 \text{ N} \quad [12] \text{ NCI NA.8.2.4 (NA.2)}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk,tot}}{\gamma_M} = \frac{0,66 \cdot 500}{1,1} = 300 \text{ N}$$

$$k_{mod} = \sqrt{k_{mod,1} \cdot k_{mod,2}} = \sqrt{0,8 \cdot 0,55} = 0,66 \quad [12] \text{ Gl. (NA.14)}$$

$$\gamma_M = 1,1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

Nachweis

$$\frac{F_{d,fin,1(3)}}{F_{v,Rd}} = \frac{292,4}{300} = 0,97 < 1$$

Nachweis erbracht

Konstruktive Anforderungen

Mindestbauteildicken zur Berücksichtigung der Spaltgefahr bei Nagelverbindungen ohne Vorbohrung

[11] 8.3.1.2 (7)

$$t = \max \left\{ 14 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{200} \right\}$$

[11] Gl. (8.19)

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

[13] Tab. 1

$$t = \max \left\{ 14 \cdot 3,1; (13 \cdot 3,1 - 30) \cdot \frac{350}{200} \right\} = \max \{ 43,4; 18,0 \}$$

$$= 43,4 \text{ mm} < 60 \text{ mm} = t_{1(3)}$$

Anforderung erfüllt

Die Nägel können ohne Vorbohrung eingeschlagen werden.

Mindestnagelabstände für C24

[11] 8.3.1.2 (5)

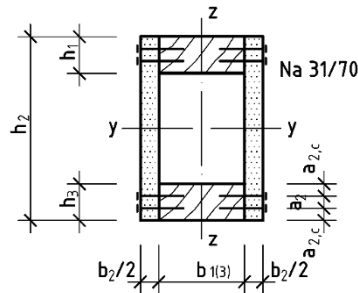


Bild A.2.6-2

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

[11] Tab. 8.2

$$a_{1,req} = (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = 10 \cdot d = 10 \cdot 3,1$$

$$= 31 \text{ mm} < 35 \text{ mm} = a_1$$

Anforderung erfüllt

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 3,1 = 16 \text{ mm} < 20 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 3,1 = 16 \text{ mm} < 20 \text{ mm} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestnagelabstände für OSB

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 3,1 = 16 \text{ mm} < 20 \text{ mm} = a_{2,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

$$a_{2,c} = \frac{h_{1(3)}}{3} = \frac{60}{3} = 20 \text{ mm}$$

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.13)

[11] Tab. 8.2

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[11] 7.2

Anfangsverformungen**Kombinationsregeln für Einwirkungen**

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

[1] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.14b)

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{G,k} \cdot \ell^4}{(E \cdot I_y)_{ef,mean}}$$

$$(E \cdot I_y)_{ef,mean} = 2 \cdot (E_{mean,1(3)} \cdot I_{y,1(3)} + \gamma_{mean,1(3)} \cdot E_{mean,1(3)} \cdot A_{1(3)} \cdot a_{1(3)}^2) + E_{mean,2} \cdot I_{y,2}$$

$$\gamma_{mean,1(3)} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{mean,1(3)} \cdot A_{1(3)} \cdot S_{1(3)}}{K_{ser,1(3)} \cdot \ell^2}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 11000 \cdot 8400 \cdot 17,5}{983 \cdot 5000^2}} = 0,61$$

[11] Gl. (B.5)

$$(E \cdot I_y)_{ef,mean} = 2 \cdot (11000 \cdot 252 \cdot 10^4 + 0,61 \cdot 11000 \cdot 8400 \cdot 120^2) + 2500 \cdot 6750 \cdot 10^4 = 1,93 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 = 1,93 \text{ MNm}^2$$

$$w_{G,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,8 \cdot (5 \cdot 10^3)^4}{1,93 \cdot 10^{12}} = 3,4 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot \ell^4}{(E \cdot I_y)_{ef,mean}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,46 \cdot (5 \cdot 10^3)^4}{1,93 \cdot 10^{12}} = 1,9 \text{ mm}$$

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

[2] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[2] Gl. (6.16b)

Endverformung infolge ständiger Lasten
charakteristische Einwirkungskombination

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def})$$

$$= 3,4 \cdot (1 + 1,53) = 8,6 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (7.2) u. (2.3)}$$

Endverformung infolge veränderlicher Lasten
Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Nutzlast der Kategorie A.

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def})$$

$$\psi_2 = 0,3$$

$$w_{Q,fin} = 1,9 \cdot (1 + 0,3 \cdot 1,53) = 2,8 \text{ mm} \quad [11] \text{ 2.2.3 (5)}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_0 = 8,6 + 2,8 + 0 = 11,4 \text{ mm} \quad [11] \text{ 2.2.3 (5)}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

$$w_{inst} = 3,4 + 1,9 = \underline{5,3 \text{ mm}} = \ell / 943 \quad [11] \text{ 7.2 (2) und [12] NDP Zu 7.2(2)}$$

Nachweis erbracht

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 200$$

$$w_{fin} = \underline{11,4 \text{ mm}} = \ell / 439 \quad [12] \text{ Tab. NA.13}$$

Nachweis erbracht

Beispiel A.2.7

Geleimter Doppel-T-Träger

Aufgabenstellung

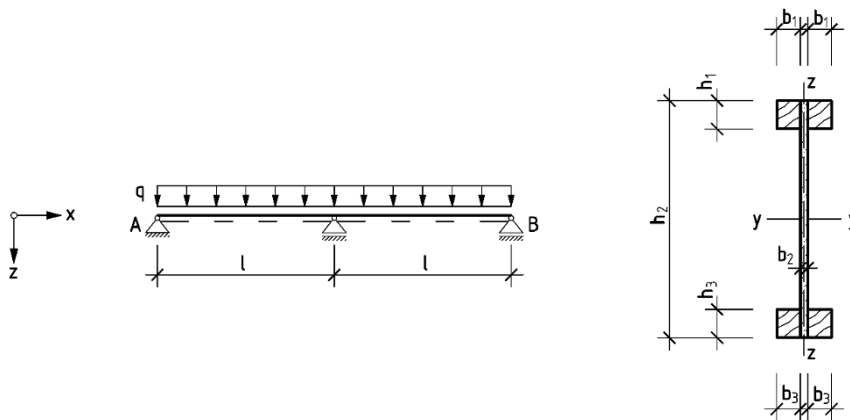


Bild A.2.7-1

$q_{G,k} = 0,60 \text{ kN/m}$ (ständig)

$q_{Q,k} = 0,50 \text{ kN/m}$ (veränderlich-mittel)

Nutzungsklasse 1

$\ell = 6 \text{ m}$

$h_{1(3)} = 6 \text{ cm}$

$h_2 = 50 \text{ cm}$

$b_{1(3)} = 5 \text{ cm}$

$b_2 = 1 \text{ cm}$

Gurte: Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL28h

Stege: Holzfaserplatten des Typs HFM

Spanrichtung der Deckschicht in Trägerlängsrichtung

Die Bauteile sind über die gesamte Trägerlänge nicht zu stoßen, anderenfalls sind die Stöße kraftschlüssig auszuführen.

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 0,60 = 0,81 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 0,50 = 0,75 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 0,81 + 0,75 = 1,56 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$M_{\text{feld},y,d} = 0,07 \cdot q_d \cdot \ell^2 = 0,07 \cdot 1,56 \cdot 6,0^2 = 3,93 \text{ kNm}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Theorie I. Ordnung

$$M_{B,y,d} = 0,125 \cdot q_d \cdot \ell^2 = 0,125 \cdot 1,56 \cdot 6,0^2 = 7,02 \text{ kNm}$$

$$V_{\max,z,d} = 0,625 \cdot q_d \cdot \ell = 0,625 \cdot 1,56 \cdot 6,0 = 5,85 \text{ kN}$$

betragsmäßig

betragsmäßig

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

Gurte

[14] Tab. 5

$$f_{m,k,1(3)} = 28,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k,1(3)} = 28,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,k,1(3)} = 22,3 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k,1(3)} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,\text{mean},1(3)} = 12600 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10500 \text{ N/mm}^2$$

Steg MBH.LA2 nach DIN EN 622-3 und DIN EN 12369-1

[20] Tab. 9

$$f_{v,0,k,2} = 5,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k,2} = 0,3 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,\text{mean},2} = 3100 \text{ N/mm}^2$$

Scheiben-
beanspruchungPlatten-
beanspruchungPlatten- und Schei-
benbeanspruchung

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Gl. (2.14)

$$k_{\text{mod},1(3)} = 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 1}$$

$$\text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel}$$

[11] Tab. 3.1

$$k_{\text{mod},2} = 0,6 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 1}$$

$$\text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

Gurte

$$f_{m,d,1(3)} = k_{\text{mod},1(3)} \cdot \frac{f_{m,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{28}{1,3} = 17,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d,1(3)} = k_{\text{mod},1(3)} \cdot \frac{f_{c,0,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{28}{1,3} = 17,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d,1(3)} = k_{\text{mod},1(3)} \cdot \frac{f_{t,0,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{22,3}{1,3} = 13,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d,1(3)} = k_{\text{mod},1(3)} \cdot \frac{f_{v,k,1(3)}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,15 \text{ N/mm}^2$$

Steg

$$f_{v,0,d,2} = k_{\text{mod},2} \cdot \frac{f_{v,0,k,2}}{\gamma_M} = 0,60 \cdot \frac{5,5}{1,3} = 2,54 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d,2} = k_{\text{mod},2} \cdot \frac{f_{v,k,2}}{\gamma_M} = 0,60 \cdot \frac{0,3}{1,3} = 0,14 \text{ N/mm}^2$$

Querschnitts- und Materialkennwerte

$$\begin{aligned}
A_{1(3)} &= b_{1(3)} \cdot h_{1(3)} = 5 \cdot 6 &= 30 \text{ cm}^2 \\
A_2 &= b_2 \cdot h_2 = 1 \cdot 50 &= 50 \text{ cm}^2 \\
I_{y,1(3)} &= \frac{b_{1(3)} \cdot h_{1(3)}^3}{12} = \frac{5 \cdot 6^3}{12} &= 90 \text{ cm}^4 \\
I_{y,ges,1(3)} &= 4 \cdot I_{y,1(3)} + 4 \cdot a_{1(3)}^2 \cdot h_{1(3)} \cdot b_{1(3)} &= 58440 \text{ cm}^4 \\
a_{1(3)} &= \frac{h_2 - h_{1(3)}}{2} = \frac{50 - 6}{2} &= 22,0 \text{ cm} \\
I_{y,2} &= \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{1 \cdot 50^3}{12} &= 10417 \text{ cm}^4 \\
A_{ef} &= 4 \cdot A_{1(3)} + A_2 \cdot \frac{E_{mean,fin,2}}{E_{mean,fin,1(3)}} \\
I_{ef} &= I_{y,ges,1(3)} + I_{y,2} \cdot \frac{E_{mean,fin,2}}{E_{mean,fin,1(3)}}
\end{aligned}$$

Nach [12] NCI Zu 9.1.3 (NA.5) sind sowohl der Anfangs- als auch der Endzustand zu betrachten. Der Endzustand wird infolge der geringeren Bauteilsteifigkeit bemessungsmaßgebend.

Beim Zusammenwirken von Baustoffen mit unterschiedlichen Kriecheigenschaften ist der Einfluss des Kriechens auch für den Nachweis der Tragfähigkeit zu berücksichtigen, da die Verteilung der Schnittgrößen auf die zusammenwirkenden Bauteile durch die unterschiedlichen Kriecheigenschaften beeinflusst wird. Der Nachweis für den Endzustand ist mit abgeminderten Steifigkeiten zu führen, die mittels Division durch $(1+k_{def})$ zu ermitteln sind.

$$E_{mean,fin,1(3)} = \frac{E_{mean,1(3)}}{\gamma_M \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def,1(3)})} = \frac{12600}{1,3 \cdot (1 + 1,0 \cdot 0,6)} = 6058 \text{ N/mm}^2$$

Brettschichtholz

$$k_{def,1(3)} = 0,6 \quad \text{Nutzungsklasse: 1}$$

$$\psi_2 = 1,0$$

$$E_{mean,fin,2} = \frac{E_{mean,2}}{\gamma_M \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def,2})} = \frac{3100}{1,3 \cdot (1 + 1,0 \cdot 3,0)} = 596 \text{ N/mm}^2$$

$k_{def,2} = 3,0$

$$I_{ef} = 58440 + 10417 \cdot \frac{596}{6058} = 59464 \text{ cm}^4$$

$$A_{ef} = 4 \cdot 30 + 50 \cdot \frac{596}{6058} = 124,9 \text{ cm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Die Ermittlung der Bemessungswerte der Beanspruchungen erfolgt für das Auflager B, da dies der Bereich der maximalen Randspannung ist.

[12] NCI Zu 9.1.3 (NA.5)

[11] 2.2.3 (4)

[11] 2.2.3 (4)
[11] Gl. (2.15)

[11] Tab. 3.2

[11] 2.3.2.2 (2)

[11] Gl. (2.15)

[11] Tab. 3.2

Die Verklebung erzeugt einen starren Verbund zwischen den Bauteilen, so dass eine lineare Dehnungsverteilung entsprechend der Technischen Biegetheorie zugrunde gelegt wird.

Bemessungswert der Randspannung im Druckgurt / Zuggurt

$$\sigma_{f,c,max,d,fin} = \frac{M_{B,y,d} \cdot a_{Rand}}{I_{ef}} = \frac{7,02 \cdot 10^6 \cdot 250}{59464 \cdot 10^4} = 2,95 \text{ N/mm}^2$$

$$a_{Rand} = \frac{h_2}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ mm}$$

Bemessungswert der Schwerpunktspannung im Druckgurt / Zuggurt

$$\sigma_{f,c,d,fin} = \frac{M_{feld,y,d} \cdot a_{1(3)}}{I_{ef}} = \frac{3,93 \cdot 10^6 \cdot 220}{59464 \cdot 10^4} = 1,45 \text{ N/mm}^2$$

$$a_{1(3)} = a_{Rand} - \frac{h_{1(3)}}{2} = 250 - \frac{60}{2} = 220 \text{ mm}$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Aufgrund der unterschiedlichen Materialien erfolgt die Ermittlung des Knickbeiwerts k_c für einen Ersatzquerschnitt unter folgenden Annahmen:

- Es werden ausschließlich die Gurte unter Vernachlässigung des Stegs angesetzt.
- Infolge der Verklebung wirken die Gurthälften wie ein Querschnitt. Es wird mit einer Querschnittsbreite für den druckbeanspruchten Gurt von 10 cm gerechnet.

Knickbeiwert $k_{c,z}$ für den Schlankheitsgrad λ_z

An den Auflagern wird der Druckgurt gegen seitliches Ausweichen mittels Gabellagerung gehalten.

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,z}^2}}; 1 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.26)}$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.28)}$$

$$\beta_c = 0,1 \quad \text{für Brettschichtholz} \quad [11] \text{ Gl. (6.29)}$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.22)}$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_c}{0,289 \cdot b} = \frac{6000}{0,289 \cdot 100} = 207,6 \quad [11] \text{ Gl. (9.5)}$$

$$\ell_c = \beta \cdot s \quad [1] \text{ Gl. (K.2)}$$

$$\beta = 1,0$$

$$s = 6,0 \text{ m}$$

$$\ell_c = 1,0 \cdot 6 \cdot 10^3 = 6000 \text{ mm}$$

$$b = 2 \cdot b_{1(3)} = 2 \cdot 50 = 100$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{207,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{26,5}{10500}} = 3,32$$

[11] 9.1.1 (1) und 9.1.2 (1)

[11] 9.9.1 u. 6.3.2

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + 0,1 \cdot (3,32 - 0,3) + 3,32^2] = 6,16$$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{6,16 + \sqrt{6,16^2 - 3,32^2}}; 1 \right\} = \min \{ 0,09; 1 \} = 0,09$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{f,c,d,fin}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d,1}} = \frac{1,45}{0,09 \cdot 16,3} = 0,99 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.3)}$$

Nachweise der Querschnittstragfähigkeit

[11] 9.9.1 (1)

$$\frac{\sigma_{f,c,max,d,fin}}{f_{m,d,1}} = \frac{\sigma_{f,t,max,d,fin}}{f_{m,d,3}} = \frac{2,95}{17,2} = 0,17 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.1) u. (9.2)}$$

$$\frac{\sigma_{f,t,d,fin}}{f_{t,0,d,3}} = \frac{1,45}{12,0} = 0,12 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (9.4)}$$

Beulnachweis für den Steg

Ein genauerer Beulnachweis kann bei Einhaltung folgender Bedingungen entfallen [11] 9.9.1 (7)

$$h_w \leq 70 \cdot b_w \quad [11] \text{ Gl. (9.8)}$$

$$h_w = h_2 - 2 \cdot h_{1(3)} = 500 - 2 \cdot 60 = 380 \text{ mm}$$

$$b_w = b_2 = 10 \text{ mm}$$

$$380 < 700 = 70 \cdot 10 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\text{für } 35 \cdot b_w < h_w \leq 70 \cdot b_w \quad [11] 9.9.1 (7)$$

$$35 \cdot 10 = 350 < 380 \leq 700 = 70 \cdot 10 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

muss gelten

$$F_{v,w,Ed} \leq n \cdot 35 \cdot b_w^2 \cdot [1 + 0,5 \cdot (h_{f,t} + h_{f,c})/h_w] \cdot f_{v,0,d,2} \quad [11] \text{ Gl. (9.9)}$$

$$F_{v,w,Ed} = V_{max,z,d} = 5,85 \text{ kN}$$

$$n = 1$$

$$h_{f,t} = h_3 = 60 \text{ mm}$$

$$h_{f,c} = h_1 = 60 \text{ mm}$$

$$5850 < 10294 = 1 \cdot 35 \cdot 10^2 \cdot [1 + 0,5 \cdot (60 + 60)/380] \cdot 2,54 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Klebefuge zwischen Steg und Gurt

[11] 9.1.1 (8)

$$\text{für } h_{f,c(t)} > 4 \cdot b_w \quad [11] \text{ Gl. (9.10)}$$

$$60 > 40 = 4 \cdot 10 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

muss gelten

$$\tau_{mean,d} \leq f_{v,90,d} \cdot (4 \cdot b_w / h_{f,c(t)})^{0,8} \quad [11] \text{ Gl. (9.10)}$$

$$\tau_{\text{mean},d} = \frac{V_{\text{max},z,d} \cdot S_{1(3)}}{I_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot h_{f,c(t)}}$$

$$S_{1(3)} = b_{1(3)} \cdot h_{1(3)} \cdot a_{1(3)} = 5 \cdot 6 \cdot 220 = 660 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{\text{mean},d} = \frac{5,85 \cdot 10^3 \cdot 660 \cdot 10^3}{59593 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 120} = 0,05 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,90,d} = f_{v,d,2}$$

$$\tau_{\text{mean},d} = 0,05 < 0,10 = 0,14 \cdot (4 \cdot 10/60)^{0,8} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Schubspannungsnachweis für den Steg

[11] 6.1.7

Maßgebende Querkraft V_{red} im Abstand $h_2 = 0,5 \text{ m}$

[12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5)

$$V_{\text{red}} = V_{\text{max},z,d} - h_2 \cdot q_d = 5,85 - 0,5 \cdot 1,56 = 5,07 \text{ kN}$$

$$\tau_{\text{red},d,2} = 1,5 \cdot \frac{V_{\text{red}}}{k_{\text{cr}} \cdot b_2 \cdot h_2} = 1,5 \cdot \frac{5,07 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 10 \cdot 500} = 1,52 \text{ N/mm}^2$$

[11] 6.1.7 (2)
[12] NDP Zu 6.1.7 (2)

Nachweis

$$\frac{\tau_{\text{red},d,2}}{f_{v,d,2}} = \frac{1,52}{2,54} = 0,60 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] Gl. (6.13)

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[11] 7.2

Anfangsverformungen

Kombinationsregeln für Einwirkungen

seltene (charakteristische) Kombination

[1] 6.5.3

$$E_{d,\text{rare}} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.14b)

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,\text{inst}} \approx \frac{2}{369} \cdot \frac{q_{G,k} \cdot \ell^4}{E_{0,\text{mean},1(3)} \cdot I_{\text{ef},\text{mean}}}$$

$$I_{\text{ef},\text{mean}} = I_{y,\text{ges},1(3)} + I_{y,2} \cdot \frac{E_{0,\text{mean},2}}{E_{0,\text{mean},1(3)}}$$

$$= 58440 + 10417 \cdot \frac{3100}{12600} = 61003 \text{ cm}^4$$

$$\approx \frac{2}{369} \cdot \frac{0,60 \cdot (6,0 \cdot 10^3)^4}{12600 \cdot 61003 \cdot 10^4} = 0,6 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,\text{inst}} \approx \frac{2}{369} \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot \ell^4}{E_{0,\text{mean},1(3)} \cdot I_{\text{ef},\text{mean}}}$$

$$\approx \frac{2}{369} \cdot \frac{0,50 \cdot (6,0 \cdot 10^3)^4}{12600 \cdot 61003 \cdot 10^4} = 0,5 \text{ mm}$$

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

[2] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[2] Gl. (6.16b)

Endverformung infolge ständiger Lasten

charakteristische Einwirkungskombination

$$\begin{aligned} w_{G,fin} &= w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) \\ &= 0,6 \cdot (1 + 0,8) = 1,1 \text{ mm} \\ k_{def} &= 0,8 \rightarrow \text{Brettschichtholz} \\ &\quad \text{Nutzungs-kategorie: 1} \end{aligned}$$

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

[11] Tab. 3.2

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

[11] 2.2.3 (5)

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Nutzlast der Kategorie A.

$$\begin{aligned} w_{Q,fin} &= w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \\ \psi_2 &= 0,3 \end{aligned}$$

[11] Gl. (2.4)

[2] Tab. NA.A.1.1

$$w_{Q,fin} = 0,5 \cdot (1 + 0,3 \cdot 0,8) = 0,6 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

[11] 2.2.3 (5)

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_0 = 1,1 + 0,6 + 0 = 1,7 \text{ mm}$$

[11] Gl. (2.2)

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

[11] 7.2 (2)

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{inst} = 0,6 + 0,5 = 1,1 \text{ mm} = \ell / 5454$$

Nachweis erbracht

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13

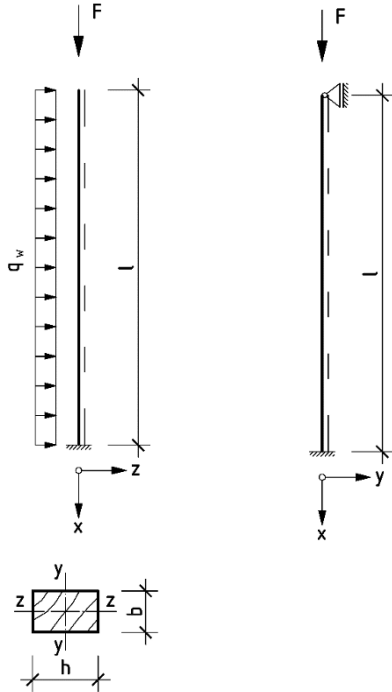
$$w_{fin} = 1,7 \text{ mm} = \ell / 3529$$

Nachweis erbracht

Beispiel A.3.1

Eingespannte Stütze

Aufgabenstellung



$F_{G,k} = 15 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 5 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 $q_w = 1,0 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 3,20 \text{ m}$
 $b/h = 14/22 \text{ cm}$ Stütze
 Festigkeitsklasse C24
 2 x 2 Scheibendübel Typ C11 $\varnothing 95 \text{ mm}$

Bild A.3.1-1

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen	[2] Tab. NA.A.1.2(B)
$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 15$	= 20,3 kN
$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 5$	= 7,5 kN
$q_{w,d} = \gamma_Q \cdot q_w = 1,50 \cdot 1,0$	= 1,5 kN/m

Einwirkungskombinationen (Ek)Kombinationsbeiwerte ψ_0

$$\psi_{0,w} = 0,6$$

$$\psi_{0,Q} = 0,7$$

$$\text{Ek 1: } F_{G,d} \oplus F_{Q,d} \oplus 0,6 \cdot q_{w,d}$$

$$\text{Ek 2: } F_{G,d} \oplus q_{w,d} \oplus 0,7 \cdot F_{Q,d}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen und Auflagerkräfte

$$\text{Ek 1: } N_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 20,3 + 7,5 = 27,8 \text{ kN}$$

$$M_d = \frac{0,6 \cdot q_{w,d} \cdot \ell^2}{2} = \frac{0,6 \cdot 1,5 \cdot 3,20^2}{2} = 4,6 \text{ kNm}$$

$$V_d = 0,6 \cdot q_{w,d} \cdot \ell = 0,6 \cdot 1,5 \cdot 3,20 = 2,9 \text{ kN}$$

$$\text{Ek 2: } N_d = F_{G,d} + 0,7 \cdot F_{Q,d} = 20,3 + 0,7 \cdot 7,5 = 25,6 \text{ kN}$$

$$M_d = \frac{q_{w,d} \cdot \ell^2}{2} = \frac{1,5 \cdot 3,20^2}{2} = 7,7 \text{ kNm}$$

$$V_d = q_{w,d} \cdot \ell = 1,5 \cdot 3,20 = 4,8 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h = 14 \cdot 22 = 308 \text{ cm}^2$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{14 \cdot 22^3}{12} = 12423 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{14^3 \cdot 22}{12} = 5031 \text{ cm}^4$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{14 \cdot 22^2}{6} = 1129 \text{ cm}^3$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen für Ek 1

Der Anschluss der Stütze erfolgt mit U-Profilen und einseitigen Scheibendübeln mit Dornen des Typs C11 $\varnothing$ 95 mm mit Bolzen M24. Für diese Verbindung sind Querschnittsschwächungen für die Scheibendübel und den Bolzen zu berücksichtigen.

Infolge der Lagerung der Stütze sowie der Art der Einwirkungen entsteht an der Einspannung eine Überlagerung aus Normal- und Biegespannungen. Die Biegezugspannungen werden durch die Spannung aus Normalkräften vermindert. Mit Abschätzung zur sicheren Seite wird diese Verminderung der Biegezugkraft durch die Druckkraft vernachlässigt und die Querschnittsschwächung für die Ermittlung der Biegespannung sowie der Schubspannung in vollem Umfang berücksichtigt.

[1] Tab. A.1.1

Wind

Nutzlasten (Kat. B)

Theorie I. Ordnung

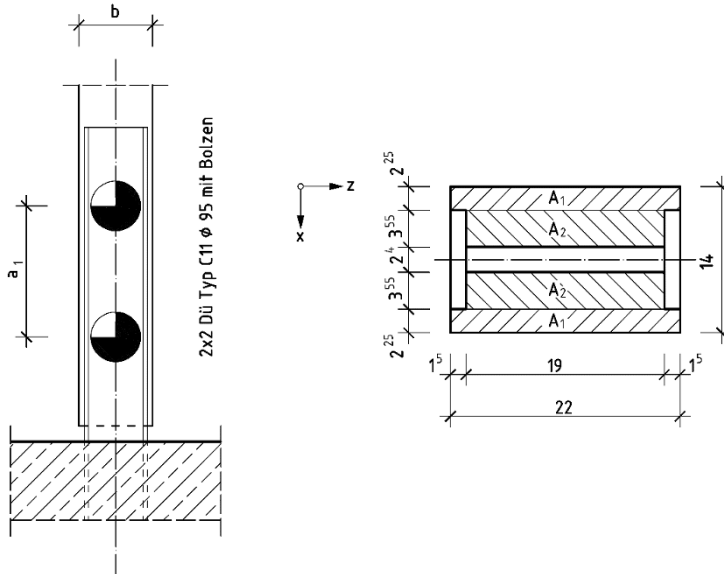


Bild A.3.1-2: Fußpunktausbildung der eingespannten Stütze

$$A_1 = 2 \cdot b_1 \cdot h_1 = 2 \cdot 2,25 \cdot 22 = 99,0 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 2 \cdot b_2 \cdot h_2 = 2 \cdot 3,55 \cdot 19 = 134,9 \text{ cm}^2$$

$$A_n = A_1 + A_2 = 99,0 + 134,9 = 233,9 \text{ cm}^2$$

$$W_{y,1} = 2 \cdot \frac{b_1 \cdot h_1^2}{6} = 2 \cdot \frac{2,25 \cdot 22^2}{6} = 363,0 \text{ cm}^3$$

$$W_{y,2} = 2 \cdot \frac{b_2 \cdot h_2^2}{6} = 2 \cdot \frac{3,55 \cdot 19^2}{6} = 427,2 \text{ cm}^3$$

$$W_{y,n} = W_{y,1} + W_{y,2} = 363,0 + 427,2 = 790,2 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{27,8 \cdot 10^3}{308 \cdot 10^2} = 0,90 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_{y,n}} = \frac{4,6 \cdot 10^6}{790,2 \cdot 10^3} = 5,82 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{A_n} = 1,5 \cdot \frac{2,9 \cdot 10^3}{233,9 \cdot 10^2} = 0,19 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen für Ek 2

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{25,6 \cdot 10^3}{308 \cdot 10^2} = 0,83 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_{y,n}} = \frac{7,7 \cdot 10^6}{790,2 \cdot 10^3} = 9,74 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A_n} = 1,5 \cdot \frac{4,8 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 233,9 \cdot 10^2} = 0,62 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 7.1.7 (2)

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[13] Tab. 1

$$\begin{aligned} f_{c,0,k} &= 21,0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{m,k} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{v,k} &= 4,0 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,mean} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,05} &= 7400 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

 [11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Gl. (2.14)

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lastenwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$k_{mod} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lastenwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Tragsicherheitsnachweis auf Druck und Biegung

[11] 6.3.2

Ermittlung der Knicklängenbeiwerte

Die Lagerung des Fundamentes im Baugrund wird hier als starr angenommen. Für die Ermittlung der Knicklängen braucht nur die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel berücksichtigt werden.

$$\beta_y = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{h \cdot K_\varphi}}$$

[12] Tab NA.24

$$K_\varphi = K_{ser} \cdot \sum_i r_i^2$$

r Abstand zwischen Schwerpunkt des Verbindungsmittels und Schwerpunkt der Verbindungsmittelgruppe
Abstand der Scheibendübel
 $a_1 = 250 \text{ mm}$

$$r = \frac{a_1}{2} = \frac{250}{2} = 125 \text{ mm}$$

$$K_{ser} = \frac{\rho_k \cdot d_c}{2}$$

[11] Tab. 7.1

$$\rho_m = 420 \text{ kg/m}^3$$

[13] Tab. 1

$$\begin{aligned}
 d_c &= 95 \text{ mm} \\
 K_{\text{ser}} &= \frac{420 \cdot 95}{2} = 19950 \text{ N/mm} \\
 K_\phi &= 19950 \cdot 4 \cdot 125^2 = 12,5 \cdot 10^8 \text{ Nmm} \\
 E &= \frac{E_{\text{mean}}}{\gamma_M} \quad [12] \text{ Gl. (NA.166)} \\
 \gamma_M &= 1,3 \quad [12] \text{ Tab. NA.2} \\
 E &= \frac{11000}{1,3} = 8462 \text{ N/mm}^2 \\
 h &= \ell = 3,20 \text{ m} \\
 \beta_y &= \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{h \cdot K_\phi}} = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot 8462 \cdot 12423 \cdot 10^4}{3,20 \cdot 10^3 \cdot 12,5 \cdot 10^8}} = 2,57
 \end{aligned}$$

Knicken um die z-Achse: Eulerfall 3

$$\beta_z = 0,7$$

Schlankheit für das Knicken um die y-Achse

$$\begin{aligned}
 \lambda_y &= \frac{\ell_{\text{ef},y}}{\sqrt{I_y/A}} = \frac{8,74 \cdot 10^2}{\sqrt{12423/308}} = 137,6 \quad [11] 6.3.2 \\
 \ell_{\text{ef},y} &= \beta_y \cdot \ell = 2,73 \cdot 3,20 = 8,74 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Schlankheit für das Knicken um die z-Achse

$$\begin{aligned}
 \lambda_z &= \frac{\ell_{\text{ef},z}}{\sqrt{I_z/A}} = \frac{224}{\sqrt{5031/308}} = 55,4 \quad [11] 6.3.2 \\
 \ell_{\text{ef},z} &= \beta_z \cdot \ell = 0,7 \cdot 3,20 = 2,24 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Knickbeiwerte k_c

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel},c}^2}}; 1,0 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.25) und (6.26)}$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},c} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},c}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.27) und (6.28)}$$

$$\beta_c = 0,2 \text{ (Vollholz)}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\text{rel},c,y} &= \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,\text{crit}}}} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.21)} \\
 &= \frac{137,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 21,0}{2 \cdot 11000}} = 2,34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\text{rel},c,z} &= \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,\text{crit}}}} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.22)} \\
 &= \frac{55,4}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 21,0}{2 \cdot 11000}} = 0,94
 \end{aligned}$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (2,34 - 0,3) + 2,34^2] = 3,44$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (0,94 - 0,3) + 0,94^2] = 1,01$$

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{3,44 + \sqrt{3,44^2 - 2,34^2}}; 1,0 \right\} = 0,17$$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{1,01 + \sqrt{1,01^2 - 0,94^2}}; 1,0 \right\} = 0,72$$

 Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef}} \cdot E_{0,05}$$

$$\ell_{ef} = 0,5 \cdot \ell = 0,5 \cdot 3,20 = 1,60 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 140^2}{220 \cdot 1,6 \cdot 10^3} \cdot 7400 = 321,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{108,2}} = 0,27$$

$$k_{crit} = 1,0$$

Nachweise

Ek 1:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{0,90}{0,17 \cdot 12,9} + \frac{5,82}{1 \cdot 16,6} = 0,76 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 = \frac{0,90}{0,72 \cdot 12,9} + \left(\frac{5,82}{1 \cdot 16,6} \right)^2 = 0,22 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Ek 2:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{0,83}{0,17 \cdot 12,9} + \frac{9,74}{1 \cdot 16,6} = 0,97 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 = \frac{0,83}{0,72 \cdot 12,9} + \left(\frac{9,74}{1 \cdot 16,6} \right)^2 = 0,43 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] 6.3.3

[11] Gl. (6.34)

[11] Gl. (6.30)

[11] Gl. (6.32)

[11] Tab. 6.1

[12] Gl. (NA.60)

[12] Gl. (NA.61)

[12] Gl. (NA.60)

[12] Gl. (NA.61)

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Der maßgebende Nachweis ergibt sich aus der Ek 2.

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,62}{2,8} = \underline{0,22 < 1,0}$$

Nachweis erbracht

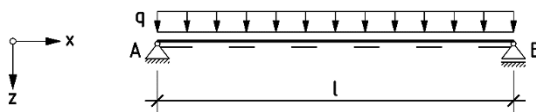
[11] 6.1.7

[1] Gl. (59)

Beispiel A.4.1

Ausgeklinkter Träger

Aufgabenstellung



$q_{G,k} = 2,5 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 1,5 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 20 \text{ m}$
 $b/h = 16/100 \text{ cm}$ Träger
 $c/h_e = 44/80 \text{ cm}$ Ausklinkung
 Festigkeitsklasse GL24h

Bild A.4.1-1

Berechnung

Dieses Beispiel beinhaltet den Nachweis der Auflagerung des Brett-schichholzträgers mit konstantem Querschnitt des Beispiels A.2.2. Die Auflagerung wird als ausgeklinktes Trägerende ausgeführt.

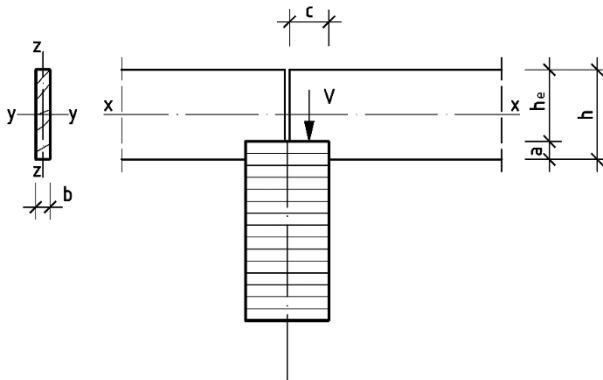


Bild A.4.1-2

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$\begin{aligned}
 q_{G,d} &= \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 2,5 &= 3,38 \text{ kN/m} \\
 q_{Q,d} &= \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 1,5 &= 2,25 \text{ kN/m} \\
 q_{d} &= q_{G,d} + q_{Q,d} = 3,38 + 2,25 &= 5,63 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$V_d = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{5,63 \cdot 20}{2} = 56,3 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h_{ef} = b \cdot h_e = 16 \cdot 80 = 1280 \text{ cm}^2 \quad [11] 6.5.2 (1)$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{56,3 \cdot 10^3}{0,71 \cdot 1280 \cdot 10^2} = 0,93 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71 = 0,66 \text{ N/mm}^2 \quad [12] \text{ NDP Zu 6.1.7 (2)}$$

charakteristischer Wert der Baustoffeigenschaften

$$f_{v,g,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2 \quad [14] \text{ Tab. 5}$$

Bemessungswert der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$k_{mod} = 0,9 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 2
Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

$\gamma_M = 1,3$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,4 \text{ N/mm}^2 \quad [11] 2.4.1, 3.1.3 (2)$$

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Tragsicherheitsnachweis auf Schub

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} \leq 1 \quad [11] 6.5.2$$

[11] Gl. (6.60)

$$k_v = \min \left\{ \frac{1}{k_n \cdot \left(1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}, \frac{1}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.62)}$$

$$\alpha = \frac{h_e}{h} = \frac{800}{1000} = 0,80$$

$$k_n = 6,5$$

$$i = 0$$

$$x = c/2 = 220 \text{ mm}$$

Theorie I. Ordnung

für Brett-schichtholz

[11] Bild 6.11 (a)

[11] Bild 6.11 (a)

$$k_v = \min \left\{ \frac{1}{6,5 \cdot \left(1 + \frac{1,1 \cdot 0^{1,5}}{\sqrt{1000}} \right)}, \frac{1}{\sqrt{1000} \cdot \left(\sqrt{0,8 \cdot (1 - 0,8)} + 0,8 \cdot \frac{220}{1000} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,8} - 0,8^2} \right)} \right\} = 0,38 \quad [11] \text{ Gl. (6.62)}$$

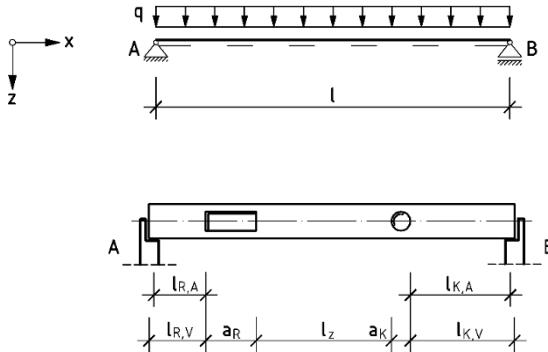
Nachweis

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} = \frac{0,93}{0,38 \cdot 2,4} = \underline{1,02 \cong 1,0} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.60)}$$

Beispiel A.4.2

Brettschichtholzträger mit Durchbrüchen

Aufgabenstellung



$$\ell = 5,40 \text{ m}$$

$$q_{G,k} = 17,0 \text{ kN/m (ständig)}$$

$$q_{Q,k} = 18,0 \text{ kN/m (veränderlich-kurz)}$$

$$\text{Nutzungsklasse 2}$$

$$b/h = 18/90 \text{ cm}$$

$$\text{Festigkeitsklasse GL24h}$$

$$\text{Lamellendicke } t = 30 \text{ mm}$$

Bild A.4.2-1

Durchbrüche:

Abstand zwischen den Durchbrüchen

$$\ell_z = 1,75 \text{ m}$$

I: Rechteck

$$h_{R,d}/a_R = 30/80 \text{ cm}$$

$$\ell_{R,V} = 0,90 \text{ m}$$

$$\ell_{R,A} = 0,70 \text{ m}$$

II: Kreis

$$\varnothing = d_K = a_K = 30 \text{ cm}$$

$$\ell_{K,V} = 1,65 \text{ m}$$

$$\ell_{K,A} = 1,45 \text{ m}$$

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

$$\text{hier: } \gamma_{G,j} = 1,35 \text{ und } \gamma_{Q,1} = 1,5$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 17 = 23,0 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 18 = 27,0 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{Q,d} + q_{G,d} = 23,0 + 27,0 = 50,0 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Theorie I. Ordnung

Biegemoment am inneren Durchbruchrand

$$M_{R,i,d} = q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} \cdot (\ell_{R,A} + a_R) - \frac{(\ell_{R,V} + a_R)^2}{2} \right]$$

$$= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} \cdot (0,7 + 0,8) - \frac{(0,9 + 0,8)^2}{2} \right] = 130,3 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned}
 M_{K,i,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} \cdot (\ell_{K,A} + a_K) - \frac{(\ell_{K,V} + a_K)^2}{2} \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} \cdot (1,45 + 0,3) - \frac{(1,65 + 0,3)^2}{2} \right] = 141,2 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Querkraft am inneren Durchbruchrand

$$\begin{aligned}
 V_{R,i,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} - (\ell_{R,V} + a_R) \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} - (0,9 + 0,8) \right] = 50,0 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{K,i,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} - (\ell_{K,V} + a_K) \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} - (1,65 + 0,3) \right] = 37,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Biegemoment am äußeren Durchbruchrand

$$\begin{aligned}
 M_{R,a,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} \cdot \ell_{R,A} - \frac{\ell_{R,V}^2}{2} \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} \cdot 0,7 - \frac{0,9^2}{2} \right] = 74,3 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{K,a,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} \cdot \ell_{K,A} - \frac{\ell_{K,V}^2}{2} \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} \cdot 1,45 - \frac{1,65^2}{2} \right] = 127,7 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Querkraft am äußeren Durchbruchrand

$$\begin{aligned}
 V_{R,a,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} - \ell_{R,V} \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} - 0,9 \right] = 90,0 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{K,a,d} &= q_d \cdot \left[\frac{\ell}{2} - \ell_{K,V} \right] \\
 &= 50,0 \cdot \left[\frac{5,4}{2} - 1,65 \right] = 52,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Zugkräfte

am inneren Durchbruchrand

Rechteck

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d}$$

$$F_{t,V,d} = \frac{V_{R,i,d} \cdot h_{R,d}}{4 \cdot h} \cdot \left[3 - \frac{h_{R,d}^2}{h^2} \right]$$

[12] NCI NA.6.7

[12] Gl. (NA.64)

[12] Gl. (NA.65)

$$= \frac{50,0 \cdot 30}{4 \cdot 90} \cdot \left[3 - \frac{30^2}{90^2} \right] = 12,0 \text{ kN}$$

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_{R,i,d}}{h_r} \quad [12] \text{ Gl. (NA.66)}$$

$$h_r = \min\{h_{ro}; h_{ru}\} = 300 \text{ mm}$$

$$= 0,008 \cdot \frac{130,25}{30 \cdot 10^{-2}} = 3,5 \text{ kN}$$

$$F_{t,90,d} = 12,0 + 3,5 = 15,5 \text{ kN}$$

Kreis

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.64)}$$

$$F_{t,V,d} = \frac{V_{K,i,d} \cdot h_{K,d}}{4 \cdot h} \cdot \left[3 - \frac{h_{K,d}^2}{h^2} \right] \quad [12] \text{ Gl. (NA.65)}$$

$$= \frac{37,5 \cdot 30}{4 \cdot 90} \cdot \left[3 - \frac{30^2}{90^2} \right] = 9,0 \text{ kN}$$

$$V_{K,i,d} = |V_{K,i,d}|$$

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_{K,i,d}}{h_r} \quad [12] \text{ Gl. (NA.66)}$$

$$h_r = \min\{h_{ro} + 0,15 \cdot h_{K,d}; h_{ru} + 0,15 \cdot h_{K,d}\}$$

$$= \min\{30 + 0,15 \cdot 30; 30 + 0,15 \cdot 30\} = 34,5 \text{ cm}$$

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{141,2}{34,5 \cdot 10^{-2}} = 3,3 \text{ kN}$$

$$F_{t,90,d} = 9,0 + 3,3 = 12,3 \text{ kN}$$

am äußeren Durchbruchrand

Rechteck

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.64)}$$

$$F_{t,V,d} = \frac{V_{R,a,d} \cdot h_{R,d}}{4 \cdot h} \cdot \left[3 - \frac{h_{R,d}^2}{h^2} \right] \quad [12] \text{ Gl. (NA.65)}$$

$$= \frac{90,0 \cdot 30}{4 \cdot 90} \cdot \left[3 - \frac{30^2}{90^2} \right] = 21,7 \text{ kN}$$

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_{R,a,d}}{h_r} \quad [12] \text{ Gl. (NA.66)}$$

$$= 0,008 \cdot \frac{74,3}{30 \cdot 10^{-2}} = 2,0 \text{ kN}$$

$$h_r = \min\{h_{ro}; h_{ru}\} = \min\{30; 30\} = 30,0 \text{ cm}$$

$$F_{t,90,d} = 21,7 + 2,0 = 23,7 \text{ kN}$$

Kreis

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.64)}$$

$$F_{t,V,d} = \frac{V_{K,a,d} \cdot h_{K,d}}{4 \cdot h} \cdot \left[3 - \frac{h_{K,d}^2}{h^2} \right] \quad [12] \text{ Gl. (NA.65)}$$

$$= \frac{52,5 \cdot 30}{4 \cdot 90} \cdot \left[3 - \frac{30^2}{90^2} \right] = 12,6 \text{ kN}$$

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_{K,a,d}}{h_r} \quad [12] \text{ Gl. (NA.66)}$$

$$h_r = \min\{h_{r0} + 0,15 \cdot h_{K,d}; h_{ru} + 0,15 \cdot h_{K,d}\}$$

$$= \min\{30 + 0,15 \cdot 30; 30 + 0,15 \cdot 30\} = 34,5 \text{ cm}$$

$$= 0,008 \cdot \frac{127,7}{34,5 \cdot 10^{-2}} = 3,0 \text{ kN}$$

$$F_{t,90,d} = 12,6 + 3,0 = 15,6 \text{ kN}$$

Maßgebend ist der äußere Rand, da hier die größte Querkraft auftritt und der Anteil aus dem Moment gering ist.

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[14] Tab. 5

$$f_{t,90,k} = 0,5 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \quad [11] 2.4.1, 3.1.3 (2)$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{t,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,35 \text{ N/mm}^2$$

Tragsicherheitsnachweise

Rechteck

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot \ell_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.63)}$$

$$\ell_{t,90} = 0,5 \cdot (h_{R,d} + h) = 0,5 \cdot (30 + 90) = 60,0 \text{ cm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.64)}$$

$$k_{t,90} = \min\{1; (450/h)^{0,5}\} = \min\{1; (450/90)^{0,5}\} = 1,0 \quad [12] \text{ Gl. (NA.63)}$$

$$\frac{23,7 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 60 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 10 \cdot 1,0 \cdot 0,35} = 1,3 > 1,0 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

Die Anordnung einer Verstärkung ist erforderlich.

gewählt: aufgeklebtes Furniersperrholz nach DIN EN 636

[12] Bild NA.12

mit: $a_r = 20 \text{ cm}$

$h_d = 30 \text{ cm}$

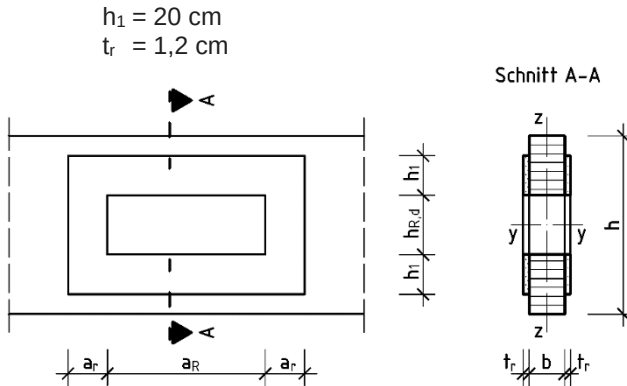


Bild A.4.2-2

Nachweis der Klebfuge

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{ad}}$$

$$h_{ad} = h_1$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{23,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10}$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k2,d}} \leq 1$$

$$f_{k2,k}$$

$$f_{k2,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,75}{1,3}$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k2,d}} = \frac{0,3}{0,52} = 0,58 < 1$$

Nachweis der Verstärkungsplatte

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot t_r}$$

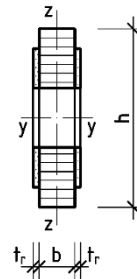
$$\sigma_{t,d} = \frac{23,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 1,2 \cdot 10}$$

$$k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1$$

$$k_k$$

$$f_{t,k}$$

Schnitt A-A



[12] NCI NA 6.8.4

[12] Gl. (NA.88)

[1] Bild 40

$$= 20,0 \text{ cm}$$

$$= 0,3 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.87)

gemäß allgemeiner
bauaufsichtlicher
Zulassung

$$= 0,75 \text{ N/mm}^2$$

$$= 0,52 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis erbracht

[12] NCI NA 6.8.4

[12] Gl. (NA.90)

$$= 4,9 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.89)

$$= 2,0$$

$$= 18,0 \text{ N/mm}^2$$

gemäß allgemeiner
bauaufsichtlicher
Zulassung

Die Baufurniersperrholzplatten sind mit der Faserrichtung der Deckfurniere in Richtung der Querkraft anzuordnen.

$$f_{t,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{18}{1,3} = 12,5 \text{ N/mm}^2$$

$$k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 2 \cdot \frac{4,9}{12,5} = \underline{0,78 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

$$0,25 \cdot a \leq a_r \leq 0,6 \cdot \ell_{t,90}$$

$$\ell_{t,90} = 0,5 \cdot (h_d + h) = 0,5 \cdot (30 + 90) = 60,0 \text{ cm}$$

$$0,25 \cdot 80 = \underline{20 \text{ cm} < 20 \text{ cm} < 36 \text{ cm}} = 0,6 \cdot 60 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

$$h_1 \geq 0,25 \cdot a$$

$$\underline{20 \text{ cm} = 20 \text{ cm}} = 0,25 \cdot 80 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Kreis

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot \ell_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.63)}$$

$$\ell_{t,90} = 0,353 \cdot h_{K,d} + 0,5 \cdot h = 0,353 \cdot 30 + 0,5 \cdot 90 = 55,6 \text{ cm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.64)}$$

$$k_{t,90} = \min\{1; (450/h)^{0,5}\} = \min\{1; (450/90)^{0,5}\} = 1,0 \quad [12] \text{ Gl. (NA.63)}$$

$$\frac{15,6 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 55,6 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 10 \cdot 1,0 \cdot 0,35} = \underline{0,89 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Verstärkungen der runden Durchbrüche sind nicht erforderlich.

Beispiel A.5.1

Satteldachträger mit geradem Untergurt

Aufgabenstellung

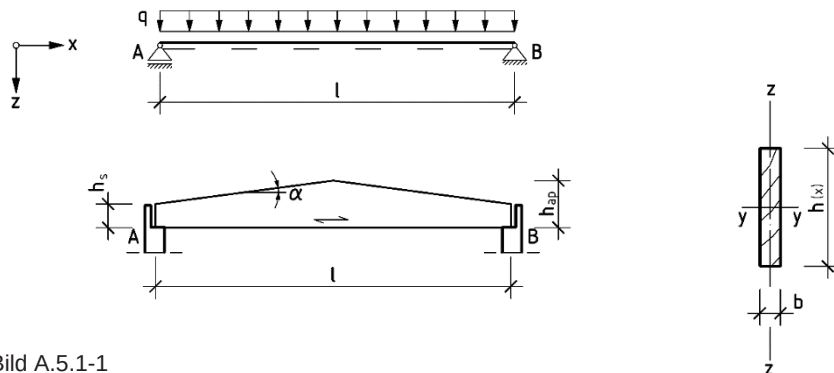


Bild A.5.1-1

$q_{G,k} = 5,0 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 3,2 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2

$\ell = 25 \text{ m}$
 $b = 16 \text{ cm}$
 $h_s = 90 \text{ cm}$
 $h_{ap} = 177 \text{ cm}$
 $\alpha = 4^\circ$

Auflagerung am unteren Trägerrand: $l_a = 25 \text{ cm}$
 Festigkeitsklasse GL28h

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen	[2] Tab. NA.A.1.2(B)
$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 5,0 = 6,8 \text{ kN/m}$	
$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 3,2 = 4,8 \text{ kN/m}$	
$q_d = q_{Q,d} + q_{G,d} = 4,8 + 6,8 = 11,6 \text{ kN/m}$	
bemessungsmaßgebende Schnittgrößen	Theorie I. Ordnung
$M_{ap,d} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{11,6 \cdot 25^2}{8} = 906,3 \text{ kNm}$	
$V_{A,d} = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{11,6 \cdot 25}{2} = 145 \text{ kN}$	

Koordinate der maximalen Spannung aus dem Moment

$$\bar{x} = \frac{h_s}{h_{ap}} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{90}{177} \cdot \frac{25}{2} = 6,36 \text{ m}$$

$$M_{\bar{x},d} = \frac{q_d}{2} (\ell \cdot \bar{x} - \bar{x}^2) = \frac{11,6}{2} (25 \cdot 6,36 - 6,36^2) = 687,6 \text{ kNm}$$

maßgebende Querkraft im Abstand h_s vom Auflagerende

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{2 \cdot V_{A,d}}{\ell} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - (h_s + \ell_a) \right) \\ &= \frac{2 \cdot 145}{25} \cdot \left(\frac{25}{2} - (90 + 25) \cdot 10^{-2} \right) = 131,7 \text{ kN} \end{aligned}$$

[12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5)

Querschnittswerte

Trägerhöhe h im Abstand $h_s + \ell_a$ vom Trägerende

$$\begin{aligned} h &= \frac{2 \cdot (h_{ap} - h_s)}{\ell} \cdot (h_s + \ell_a) + h_s \\ &= \frac{2 \cdot (177 - 90)}{25} \cdot (90 + 25) \cdot 10^{-2} + 90 = 98,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$A = b \cdot h = 16 \cdot 98,0 = 1568,0 \text{ cm}^2$$

Trägerhöhe an der Koordinate der max. Spannung ($\bar{x} = 6,36 \text{ m}$)

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \frac{2 \cdot (h_{ap} - h_s)}{\ell} \cdot \bar{x} + h_s \\ &= \frac{2 \cdot (177 - 90)}{25} \cdot 6,36 + 90 = 134,3 \text{ cm} \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

max. Spannung am Rand schräg zur Faserrichtung an der Stelle $\bar{x}$

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \frac{6 \cdot M_{\bar{x},d}}{b \cdot \bar{h}^2} = \frac{6 \cdot 687,6 \cdot 10^6}{16 \cdot 134,3^2 \cdot 10^3} = 14,3 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.37)}$$

max. Längsrandspannung im Firstbereich

$$\sigma_{m,d} = k_\ell \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad [11] \text{ Gl. (6.42)}$$

$$k_\ell = k_1 + k_2 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^3 \quad [11] \text{ Gl. (6.43)}$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.44)}$$

Die Beiwerte zur Berücksichtigung der Krümmung des Untergurtes sind nicht anzusetzen.

$$\begin{aligned} \sigma_{m,d} &= (1 + 1,4 \cdot \tan \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap}) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \\ &= (1 + 1,4 \cdot \tan 4 + 5,4 \cdot \tan^2 4) \cdot \frac{6 \cdot 906,3 \cdot 10^6}{16 \cdot 177^2 \cdot 10^3} = 12,2 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

max. Zugspannung rechtwinklig zur Faserrichtung im Firstbereich

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad [11] \text{ Gl. (6.54)}$$

$$k_p = k_5 + k_6 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.56)}$$

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.57)}$$

Die Beiwerte zur Berücksichtigung der Krümmung des Untergrundes sind nicht anzusetzen. [11] Gl. (6.57)

$$\begin{aligned} \sigma_{t,90,d} &= 0,2 \cdot \tan \alpha_{ap} \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \\ &= 0,2 \cdot \tan 4^\circ \cdot \frac{6 \cdot 906,3 \cdot 10^6}{16 \cdot 177^2 \cdot 10^3} = 0,15 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{h \cdot k_{cr} \cdot b} \quad [11] \text{ Gl. (6.13a)}$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71 \quad [12] \text{ NDP Zu 6.1.7(2)}$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{0,71 \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{131,7 \cdot 10^3}{0,71 \cdot 1568,0 \cdot 10^2} = 1,83 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[14] Tab. 5

$f_{m,g,k}$	=	28,0 N/mm ²
$f_{t,90,g,k}$	=	0,5 N/mm ²
$f_{c,90,g,k}$	=	2,5 N/mm ²
$f_{v,g,k}$	=	3,5 N/mm ²
$E_{0,g,mean}$	=	12600 N/mm ²
$G_{g,mean}$	=	650 N/mm ²
$E_{0,g,05}$	=	10500 N/mm ²
$G_{g,05}$	=	540 N/mm ²

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \quad [11] 2.4.1, 3.1.3 (2) \quad [11] \text{ Gl. (2.14)}$$

$$k_{mod} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.3

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{28}{1,3} = 19,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,90,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,35 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit

Rand schräg zur Faserrichtung an der Stelle $\bar{x}$

[11] 6.4.2 (2)

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.38)

im Biegedruckbereich

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \tan^2 \alpha \right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{19,4}{1,5 \cdot 2,4} \cdot \tan 4 \right)^2 + \left(\frac{19,4}{1,7} \cdot \tan^2 4 \right)^2}} = 0,93$$

[11] Gl. (6.40)

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} = \frac{14,3}{0,93 \cdot 19,4} = 0,79 \leq 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

im Firstquerschnitt

[11] 6.4.2 (3)

für die max. Längsrandspannung

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{12,2}{1,0 \cdot 19,4} = 0,63 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] Gl. (6.41)

[11] 6.4.3 (5)

für die max. Zugspannung senkrecht zur Faser

[11] 6.4.3 (6)

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{\text{dis}} \cdot k_{\text{vol}} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl. (6.50)

$$k_{\text{dis}} = 1,4$$

[11] Gl. (6.52)

$$k_{\text{vol}} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0,2} \cong \left(\frac{V_0}{h_{\text{ap}}^2 \cdot b} \right)^{0,2} = \left(\frac{0,01}{1,77^2 \cdot 0,16} \right)^{0,2} = 0,46$$

[11] Gl. (6.51)

[11] Bild 6.9

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{\text{dis}} \cdot k_{\text{vol}} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{0,15}{1,4 \cdot 0,46 \cdot 0,35} = 0,67 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] Gl. (6.50)

Eine konstruktive Verstärkung zur Aufnahme zusätzlicher, klimatisch bedingter Querspannungen ist nicht erforderlich.

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.3

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Der Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren darf mit den Querschnittswerten im Abstand der 0,65fachen Stablänge vom Stabende und dem Größtwert des Biegemoments geführt werden.

$$M_{ap,d} = 906,3 \text{ kNm}$$

Querschnittswerte

[1] 8.4.3 (4)

Trägerhöhe h_1 im Abstand $0,65 \cdot \ell / 2$ vom Trägerrand

$$h_1 = \frac{2 \cdot (h_{ap} - h_s)}{\ell} \cdot 0,65 \cdot \ell / 2 + h_s$$

$$= \frac{2 \cdot (177 - 90)}{25} \cdot 0,65 \cdot 25 / 2 + 90 = 146,6 \text{ cm}$$

$$W_{y1} = \frac{b \cdot h_1^2}{6} = \frac{16 \cdot 146,6^2}{6} = 57311 \text{ cm}^3$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \frac{M_{ap,d}}{W_{y1}} = \frac{906,3 \cdot 10^6}{57311 \cdot 10^3} = 15,8 \text{ N/mm}^2$$

kritische Biegespannung und kritisches Kippmoment

[12] NCI NA. 13.3

Der Träger wird im Abstand von 2,50 m am Obergurt durch einen Verband gehalten.

$$\sigma_{m,krit} = \frac{M_{y,crit}^0}{W_y} \quad [12] \text{ Gl. (NA.175)}$$

$$M_{y,crit}^0 = \frac{\pi}{\ell_{ef}} \cdot \sqrt{B \cdot T} \quad [12] \text{ Gl. (NA.174)}$$

$$\ell_{ef} = \frac{\ell}{a_1 \cdot \left[1 - a_2 \cdot \frac{a_z}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{B}{T}} \right]} \quad [12] \text{ Gl. (NA.172)}$$

Der Träger wird zwischen den Haltepunkten als gabelgela-
gerter Einfeldträger mit konstantem Moment betrachtet.

$$a_1 = 1,0 \quad [12] \text{ Tab. NA.25}$$

$$a_2 = 0 \quad [12] \text{ Tab. NA.25}$$

$$\ell_{ef} = \ell = 2,50 \text{ m}$$

$$B = E_{0,g,05} \cdot I_z = E_{0,g,05} \cdot \frac{b^3 \cdot h}{12}$$

$$= 10500 \cdot 10^3 \cdot \frac{16^3 \cdot 146,6 \cdot 10^{-8}}{12} = 5254,1 \text{ kNm}^2$$

$$T \cong G_{g,05} \cdot I_T \cong G_{g,05} \cdot \frac{b^3 \cdot h}{3}$$

$$\cong 540 \cdot 10^3 \cdot \frac{16^3 \cdot 146,6 \cdot 10^{-8}}{3} = 1080,9 \text{ kNm}^2$$

$$M_{y,crit}^0 = \frac{\pi}{2,50} \cdot \sqrt{5254,1 \cdot 1080,9} = 2994,6 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{m,krit} = \frac{M_{y,crit}^0}{W_{y1}} = \frac{2994,6 \cdot 10^6}{57311 \cdot 10^3} = 52,3 \text{ N/mm}^2$$

bezogene Kippschlankheit

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,g,k}}{\sigma_{m,krit}}} = \sqrt{\frac{28}{52,3}} = 0,73 \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{crit} \cdot k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} = \frac{15,8}{1,0 \cdot 0,93 \cdot 19,4} = 0,88 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.33)}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

[11] 6.1.7

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,83}{2,4} = 0,54 \leq 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[1] 9, [2] 10.2

Neben den Verformungen aus Biegebeanspruchung werden hier auch die Verformungen aus Schub berücksichtigt. Der Schubverformungsanteil ist mit ca. 7% jedoch gering.

Anfangsverformungen

Kombinationsregeln für Einwirkungen

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

[1] 6.5.3

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad [1] \text{ Gl. (6.14b)}$$

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,inst,\sigma} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{G,k} \cdot \ell^4}{E_{0,mean} \cdot I_{y,s}} \cdot k_{\sigma}$$

$$I_{y,s} = \frac{b \cdot h_s^3}{12} = \frac{16 \cdot 90^3}{12} = 972000 \text{ cm}^4$$

$$k_{\sigma} = \left(\frac{h_s}{h_{ap}} \right)^3 \cdot \frac{1}{0,15 + 0,85 \cdot h_s/h_{ap}}$$

$$= \left(\frac{90}{177} \right)^3 \cdot \frac{1}{0,15 + 0,85 \cdot 90/177} = 0,23$$

$$w_{G,inst,\sigma} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5,0 \cdot (25,0 \cdot 10^3)^4}{12600 \cdot 972000 \cdot 10^4} \cdot 0,23 = 47,8 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$\begin{aligned} w_{Q,inst,\sigma} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot \ell^4}{E_{0,mean} \cdot I_{y,s}} \cdot k_{\sigma} \\ &= \frac{5}{384} \cdot \frac{3,2 \cdot (25,0 \cdot 10^3)^4}{12600 \cdot 972000 \cdot 10^4} \cdot 0,23 = 30,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

Schubverformungen

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$\begin{aligned} w_{G,inst,\tau} &= 1,2 \cdot \frac{q_{G,k} \cdot \ell^2}{8 \cdot G_{mean} \cdot A_s} \cdot k_{\tau} \\ A_s &= b \cdot h_s = 16 \cdot 90 = 1440 \text{ cm}^2 \\ k_{\tau} &= \frac{2}{1 + (h_{ap}/h_s)^{2/3}} \\ &= \frac{2}{1 + (177/90)^{2/3}} = 0,78 \end{aligned}$$

$$w_{G,inst,\tau} = 1,2 \cdot \frac{5,0 \cdot (25,0 \cdot 10^3)^2}{8 \cdot 780 \cdot 1440 \cdot 10^2} \cdot 0,78 = 3,3 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$\begin{aligned} w_{Q,inst,\tau} &= 1,2 \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot \ell^2}{8 \cdot G_{mean} \cdot A_s} \cdot k_{\tau} \\ &= 1,2 \cdot \frac{3,2 \cdot (25,0 \cdot 10^3)^2}{8 \cdot 780 \cdot 1440 \cdot 10^2} \cdot 0,78 = 2,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Gesamtanfangsverformungen

$$w_{G,inst} = w_{G,inst,\sigma} + w_{G,inst,\tau} = 47,8 + 3,3 = 51,1 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = w_{Q,inst,\sigma} + w_{Q,inst,\tau} = 30,6 + 2,1 = 32,7 \text{ mm}$$

Endverformungen

quasi-ständige Bemessungssituation

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

Endverformung infolge ständiger Lasten

charakteristische Einwirkungskombination

$$\begin{aligned} w_{G,fin} &= w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) \\ &= 51,1 \cdot (1 + 0,8) = 92,0 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$k_{def} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Brettschichtholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 2} \end{array}$$

[1] 8.3

[2] 6.5.3

[2] Gl. (6.16b)

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

[11] Tab. 3.2

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

[11] 2.2.3 (5)

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Schneelast für Orte mit einer Höhe von mehr als 1000 m über NN.

[1] Tab A.1.1

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def})$$

[11] Gl. (2.4)

$$\psi_2 = 0,2$$

[1] Tab A.1.1

$$w_{Q,fin} = 32,7 \cdot (1 + 0 \cdot 0,8) = 32,7 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

[11] 2.2.3 (5)

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 92,0 + 32,7 = 124,7 \text{ mm}$$

[11] Gl. (2.2)

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

[11] 7.2 (2)

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{inst} = 51,1 + 32,7 = 83,8 \text{ mm} = \ell / 298 \cong \ell / 300 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{fin} = 124,7 \text{ mm} = \ell / 200 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Beispiel A.5.2

Satteldachträger mit gekrümmtem Untergurt

Aufgabenstellung

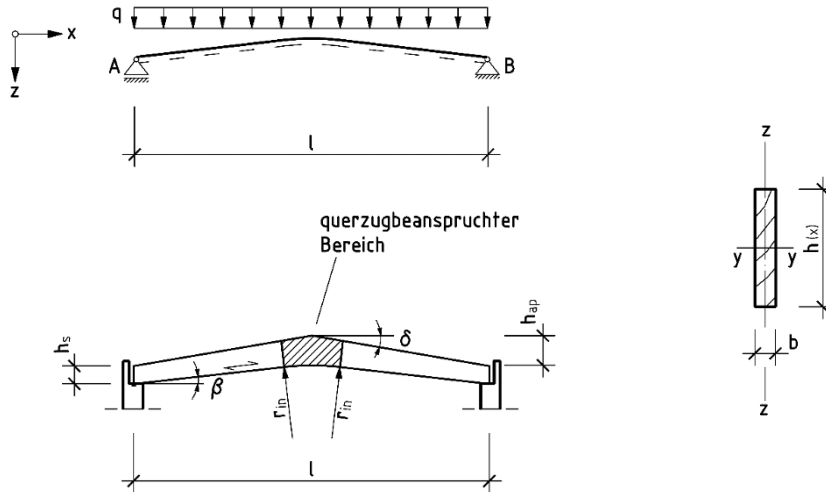


Bild A.5.2-1

$q_{G,k} = 4,0 \text{ kN/m}$ (ständig)

$q_{Q,k} = 2,0 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)

Nutzungsstufe 2

Festigkeitsklasse GL32h

$\ell = 31,50 \text{ m}$

$b = 16 \text{ cm}$

$h_s = 120 \text{ cm}$ Höhe am Auflager

$h_{ap} = 224 \text{ cm}$ Höhe im Firstbereich

$r_{in} = 22,0 \text{ m}$ Krümmungsradius

$\alpha = \square = 9,7^\circ$ Neigung Trägeroberseite

$\beta = 6,5^\circ$ Neigung Trägerunterseite

$\ell_a = 25 \text{ cm}$ Auflagerlänge

$t = 30 \text{ mm}$ Lamellendicke

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,50$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 2,0 = 3,0 \text{ kN/m}$$

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 4,0 = 5,4 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{Q,d} + q_{G,d} = 3,0 + 5,4 = 8,4 \text{ kN/m}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$M_{ap,d} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{8,4 \cdot 31,5^2}{8} = 1041,9 \text{ kNm}$$

$$V_A = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{8,4 \cdot 31,5}{2} = 132,3 \text{ kN}$$

Koordinate der maximalen Spannung aus dem Moment

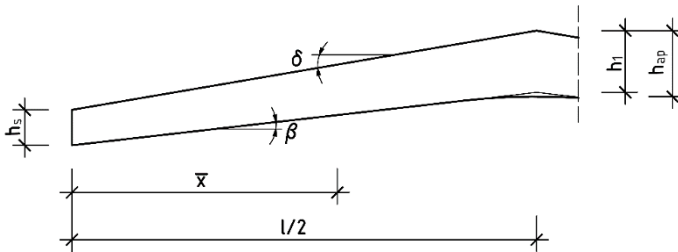


Bild A.5.2-2

$$\bar{x} = \frac{h_s}{h_1} \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$h_1 = h_s - \tan \beta \cdot \frac{\ell}{2} + \tan \alpha \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$= 120 - \tan 6,5^\circ \cdot \frac{31,5 \cdot 10^2}{2} + \tan 9,7^\circ \cdot \frac{31,5 \cdot 10^2}{2} = 209,8 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = \frac{120}{209,8} \cdot \frac{31,5}{2} = 9,01 \text{ m}$$

$$M_{\bar{x},d} = \frac{q_d}{2} (l \cdot \bar{x} - \bar{x}^2) = \frac{8,4}{2} (31,5 \cdot 9,01 - 9,01^2) = 851,1 \text{ kNm}$$

 maßgebende Querkraft im Abstand h_s vom Auflagerende

$$V_d = \frac{2 \cdot V_A}{\ell} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - (h_s + \ell_a) \right)$$

$$= \frac{2 \cdot 132,3}{31,5} \cdot \left(\frac{31,5}{2} - (120 + 25) \cdot 10^{-2} \right) = 120,1 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

 Trägerhöhe im Abstand h_s vom Auflagerende

$$h = h_s - \tan \beta \cdot (h_s + \ell_a) + \tan \alpha \cdot (h_s + \ell_a)$$

$$= 120 - \tan 6,5^\circ \cdot (120 + 25) + \tan 9,7^\circ \cdot (120 + 25) = 128,3 \text{ cm}$$

$$A = b \cdot h = 16 \cdot 128,3 = 2052,8 \text{ cm}^2$$

Trägerhöhe an der Koordinate der max. Spannung

$$h_{\bar{x}} = h_s - \bar{x} \cdot \tan \beta + \bar{x} \cdot \tan \alpha$$

$$= 120 - 9,01 \cdot 10^2 \cdot \tan 6,5^\circ + 9,01 \cdot 10^2 \cdot \tan 9,7^\circ = 171,4 \text{ cm}$$

Theorie I. Ordnung

 [12] NCI Zu 6.1.7
(NA.5)

$$W_{\bar{x},y} = \frac{h_{\bar{x}}^2 \cdot b}{6} = \frac{171,4^2 \cdot 16}{6} = 78341 \text{ cm}^3$$

$$W_{ap,y} = \frac{h_{ap}^2 \cdot b}{6} = \frac{224^2 \cdot 16}{6} = 133803 \text{ cm}^3$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

max. Spannung am Rand parallel und schräg zur Faserrichtung

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \frac{M_{\bar{x},d}}{W_{\bar{x},y}} = \frac{851,1 \cdot 10^6}{78341 \cdot 10^3} = 10,9 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.37)}$$

max. Längsrandspannung im Firstbereich

$$\sigma_{m,d} = k_{\ell} \cdot \frac{M_{ap,d}}{W_{ap,y}} \quad [11] \text{ Gl. (6.42)}$$

$$k_{\ell} = k_1 + k_2 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^3 \quad [11] \text{ Gl. (6.43)}$$

$$r = r_{in} + \frac{h_{ap}}{2} = 22,0 + \frac{224 \cdot 10^{-2}}{2} = 23,1 \text{ m} \quad [11] \text{ Gl. (6.48)} \\ [11] \text{ Bild 6.9}$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.44)}$$

$$= 1 + 1,4 \cdot \tan 9,7 + 5,4 \cdot \tan^2 9,7 = 1,4$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \tan \alpha_{ap} = 0,35 - 8 \cdot \tan 9,7 = -1,02 \quad [11] \text{ Gl. (6.45)}$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan \alpha_{ap} - 7,8 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.46)}$$

$$= 0,6 + 8,3 \cdot \tan 9,7 - 7,8 \cdot \tan^2 9,7 = 1,79$$

$$k_4 = 6 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} = 6 \cdot \tan^2 9,7 = 0,18 \quad [11] \text{ Gl. (6.47)}$$

$$k_{\ell} = 1,4 + (-1,02) \cdot \left(\frac{2,24}{23,1} \right) + 1,79 \cdot \left(\frac{2,24}{23,1} \right)^2 + 0,18 \cdot \left(\frac{2,24}{23,1} \right)^3 = 1,32$$

$$\sigma_{m,d} = 1,32 \cdot \frac{1041,9 \cdot 10^6}{133803 \cdot 10^3} = 10,3 \text{ N/mm}^2$$

max. Zugspannung rechtwinklig zur Faserrichtung im Firstbereich

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{M_{ap,d}}{W_{ap,y}} \quad [11] \text{ Gl. (6.54)}$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.56)}$$

$$h_{ap} / r = 0,10 = 0,10$$

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \alpha_{ap} = 0,2 \cdot \tan 9,7 = 0,03 \quad [11] \text{ Gl. (6.57)}$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan \alpha_{ap} + 2,6 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.58)}$$

$$= 0,25 - 1,5 \cdot \tan 9,7 + 2,6 \cdot \tan^2 9,7 = 0,07$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \tan \alpha_{ap} - 4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.59)}$$

$$= 2,1 \cdot \tan 9,7 - 4 \cdot \tan^2 9,7 = 0,24$$

$$k_p = 0,03 + 0,07 \cdot 0,1 + 0,24 \cdot 0,1^2 = 0,04$$

$$\sigma_{t,90,d} = 0,04 \cdot \frac{1041,9 \cdot 10^6}{133803 \cdot 10^3} = 0,31 \text{ N/mm}^2$$

max. Schubspannung im Abstand h_s vom Auflagerende

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{120,1 \cdot 10^3}{0,71 \cdot 2052,8 \cdot 10^2} = 1,24 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.13a)}$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71 \quad [12] \text{ NDP Zu 6.1.7(2)}$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{m,g,k} = 32,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,g,k} = 0,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,g,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,g,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,g,05} = 11800 \text{ N/mm}^2$$

[14] Tab. 5

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$k_{mod} = 0,9 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 2
Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{32}{1,3} = 22,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,35 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.3

Nachweise der Querschnittstragfähigkeit

Rand parallel zur Faserrichtung

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{10,9}{22,2} = 0,49 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.11)}$$

[11] 6.1.6

Rand schräg zur Faserrichtung

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.38)}$$

[11] 6.4.2 (2)

im Biegedruckbereich

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \tan^2 \alpha \right)^2}} \quad [11] \text{ Gl. (6.40)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{22,2}{1,5 \cdot 2,4} \cdot \tan 3,2 \right)^2 + \left(\frac{22,2}{1,7} \cdot \tan^2 3,2 \right)^2}} = 0,94$$

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} = \frac{10,9}{0,94 \cdot 22,2} = 0,52 \leq 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

im Firstquerschnitt

[11] 6.4.3 (3)

für die max. Längsrandspannung

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} < 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.41)}$$

$$k_r = \begin{cases} 1 & \text{für } r_{in}/t \geq 240 \\ 0,76 + 0,001 \cdot r_{in}/t & \text{für } r_{in}/t < 240 \end{cases} \quad [11] 6.4.3 (5) \\ [11] \text{ Gl. (6.49)}$$

$$r_{in}/t = 22,0 \cdot 10^3 / 30 = 733,3 > 240$$

$$k_r = 1$$

$$\frac{10,3}{1 \cdot 22,2} = 0,46 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

für die max. Zugspannung senkrecht zur Faser

[11] 6.4.3 (6)

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.50)}$$

$$k_{dis} = 1,7 \quad [11] \text{ Gl. (6.52)}$$

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0,2} \quad [11] \text{ Gl. (6.51)}$$

$$V \cong 3,4 \text{ m}^3$$

[11] Bild 6.9

$$k_{vol} = \left(\frac{0,01}{3,4} \right)^{0,2} = 0,31$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{0,31}{1,7 \cdot 0,31 \cdot 0,35} = 1,67 > 1,0$$

Nachweis nicht erbracht

Die Zugspannungen senkrecht zur Faser sind vollständig durch Verstärkungselemente aufzunehmen.
Der querzugbeanspruchte Bereich entspricht dem Bereich der Krümmung.

[12] NCI NA. 6.8.5

$$\tilde{\ell} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 2 \cdot \beta}{360} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 23,1 \cdot 2 \cdot 6,5}{360} = 5,24 \text{ m}$$

Es werden 6 x 2 eingeklebte Gewindebolzen M6 nach DIN 976-1:2002-12 im Abstand $a_1 = 76$ cm angeordnet.

maßgebende Zugkraft in der mittleren Hälfte des querzugbeanspruchten Bereichs

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} = \frac{0,31 \cdot 10^{-1} \cdot 16 \cdot 76}{2} = 18,85 \text{ kN} \quad [12] \text{ Gl. (NA.101)}$$

$n = 2$ Anzahl der Gewindebolzen innerhalb der Länge a_1

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} \leq 1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.95)}$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot F_{t,90,d}}{\pi \cdot \ell_{ad} \cdot d_t} \quad [12] \text{ Gl. (NA.96)}$$

ℓ_{ad} gibt die halbe Einklebelänge des Stahlstabes an. Die kürzere und somit maßgebende Einklebelänge ergibt sich für den äußeren Gewindebolzen innerhalb des querzugbeanspruchten Bereichs.

$$\ell_{ad} = \frac{h_s - \tan \beta \cdot \left(\frac{\ell}{2} - \frac{a_1}{2} \right) + \tan \alpha \cdot \left(\frac{\ell}{2} - \frac{a_1}{2} \right)}{2}$$

$$= \frac{120 - \tan 6,5^\circ \cdot \left(\frac{31,5 \cdot 10^2}{2} - \frac{76}{2} \right) + \tan 9,7^\circ \cdot \left(\frac{31,5 \cdot 10^2}{2} - \frac{76}{2} \right)}{2}$$

$$\ell_{ad} = 103,8 \text{ cm}$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot 18,85 \cdot 10^3}{\pi \cdot 103,8 \cdot 10 \cdot 6} = 1,91 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{k1,k} \text{ (Abschätzung zur sicheren Seite)} = 4,0 \text{ N/mm}^2 \quad [12] \text{ Tab. NA.12}$$

$$f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} = \frac{1,91}{2,77} = 0,69 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [12] \text{ Gl. (NA.95)}$$

maßgebende Zugkraft im äußeren Viertel des querzugbeanspruchten Bereichs

$$F_{t,90,d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,31 \cdot 10^{-1} \cdot 16 \cdot 76}{2} = 12,6 \text{ kN} \quad [12] \text{ Gl. (NA.102)}$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} \leq 1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.95)}$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot F_{t,90,d}}{\pi \cdot \ell_{ad} \cdot d_t} \quad [12] \text{ Gl. (NA.96)}$$

l_{ad} gibt die halbe Einkleblänge des Stahlstabes an. Die Kürzere und somit maßgebende Einkleblänge ergibt sich für den äußeren Gewindebolzen innerhalb des querzugbeanspruchten Bereichs.

$$l_{ad} = \frac{h_s - \tan\beta \cdot \left[\frac{\ell}{2} - \left(2 \cdot a_1 + \frac{a_1}{2} \right) \right] + \tan\alpha \cdot \left[\frac{\ell}{2} - \left(2 \cdot a_1 + \frac{a_1}{2} \right) \right]}{2}$$

$$\left[\frac{\ell}{2} - \left(2 \cdot a_1 + \frac{a_1}{2} \right) \right] = \left[\frac{31,5 \cdot 10^2}{2} - \left(2 \cdot 76 + \frac{76}{2} \right) \right] = 1385 \text{ cm}$$

$$l_{ad} = \frac{120 - \tan 6,5^\circ \cdot (1385) + \tan 9,7^\circ \cdot (1385)}{2} = 99,5 \text{ cm}$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot 12,6 \cdot 10^3}{\pi \cdot 99,5 \cdot 10 \cdot 6} = 1,34 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{k1,d} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} = \frac{1,34}{2,77} = 0,48 < 1$$

Nachweis erbracht

[12] Gl. (NA.95)

Die Stahlstäbe gehen über die gesamte Trägerhöhe.

$$250 \text{ mm} \leq a_1 = 760 \leq 0,75 \cdot h_{ap} = 0,75 \cdot 2240 = 1680 \text{ mm}$$

Nachweis erbracht

[12] NCI NA.6.8.6 (NA.4)

[12] NCI NA.6.8.6 (NA.4)

Nachweise nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.3

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Der Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren wird mit den Querschnittswerten im Abstand der 0,65-fachen Stablänge vom Stabende und dem Größtwert des Biegemoments geführt.

$$M_{ap,d} = 1041,9 \text{ kNm}$$

Querschnittswerte

Trägerhöhe h im Abstand $0,65 \cdot \ell / 2$ vom Trägerrand

$$h = h_s - \tan\beta \cdot 0,65 \cdot \frac{\ell}{2} + \tan\alpha \cdot 0,65 \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$= 120 - \tan 6,5^\circ \cdot \left(0,65 \cdot \frac{31,5 \cdot 10^2}{2} \right) + \tan 9,7^\circ \cdot \left(0,65 \cdot \frac{31,5 \cdot 10^2}{2} \right)$$

$$h = 178,4 \text{ cm}$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,d} = \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 1041,9 \cdot 10^6}{16 \cdot 178,4^2 \cdot 10^3} = 12,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,\alpha,d}}$$

[12] Gl. (NA.58)

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

Es werden 15 seitliche Abstützungen angeordnet.

Abstand der seitlichen Abstützungen unter Beachtung der Gabel-lagerung an den Auflagern.

$$\bar{\ell}_{\text{ef}} = \frac{\ell}{n+1} = \frac{31,5}{16} = 1,97 \text{ m}$$

$$\ell_{\text{ef}} = 0,9 \cdot \bar{\ell}_{\text{ef}} = 0,9 \cdot 1,97 = 1,77 \text{ m} \quad [11] \text{ Tab. 6.1}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 160^2}{1784 \cdot 1,77 \cdot 10^3} \cdot 11800 = 74,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{32,0}{74,6}} = 0,65$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,\alpha,d}} = \frac{12,3}{1 \cdot 12,0} = 1,025 > 1,0$$

Überschreitung < 3%

Nachweis erbracht

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

[11] 6.1.7

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,24}{2,4} = 0,52 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

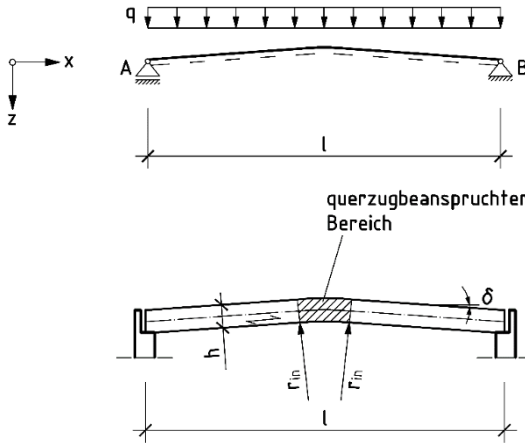
Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

Aufgrund der Bauteilform ist eine Überhöhung vorhanden. Ein Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ist somit nicht erforderlich.

Beispiel A.5.3

gekrümmter Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt

Aufgabenstellung



$q_{G,k} = 4,0 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 3,0 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)

Nutzungsklasse 2

$\ell = 25 \text{ m}$

$b = 18 \text{ cm}$

$h_{ap} = h = 162 \text{ cm}$

$r_{in} = 16 \text{ m}$

$\square = \alpha_{ap} = 4^\circ$

Auflagerung am unteren Rand $\ell_a = 25 \text{ cm}$

Festigkeitsklasse GL24h

Lamellendicke $t = 30 \text{ mm}$

Bild A.5.3-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 4,0 = 5,4 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 3,0 = 4,5 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 5,4 + 4,5 = 9,9 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$M_{ap,d} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{9,9 \cdot 25^2}{8} = 773,4 \text{ kNm}$$

$$V_A = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{9,9 \cdot 25}{2} = 123,8 \text{ kN}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Theorie I. Ordnung

Biegung

maßgebende Querkraft im Abstand h vom Auflagerend

$$V_d = \frac{2 \cdot V_A}{\ell} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - (h + \ell_a) \right)$$

$$= \frac{2 \cdot 123,8}{25} \cdot \left(\frac{25}{2} - (162 + 25) \cdot 10^{-2} \right) = 105,3 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h = 18 \cdot 162 = 2916 \text{ cm}^2$$

$$W_{ap,y} = \frac{b \cdot h_{ap}^2}{6} = \frac{18 \cdot 162^2}{6} = 78732 \text{ cm}^3$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

max. Längsrandspannung im Firstbereich

$$\sigma_{m,d} = k_\ell \cdot \frac{M_{ap,d}}{W_{ap,y}} \quad [11] \text{ Gl. (6.42)}$$

$$k_\ell = k_1 + k_2 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^3 \quad [11] \text{ Gl. (6.43)}$$

$$r = r_{in} + \frac{h_{ap}}{2} = 16,0 + \frac{162 \cdot 10^{-2}}{2} = 16,8 \text{ m} \quad [11] \text{ Gl. (6.48)} \\ [11] \text{ Bild 6.9}$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.44)}$$

$$= 1 + 1,4 \cdot \tan 4 + 5,4 \cdot \tan^2 4 = 1,12$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \tan \alpha_{ap} = 0,35 - 8 \cdot \tan 4 = -0,27 \quad [11] \text{ Gl. (6.45)}$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan \alpha_{ap} - 7,8 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.46)}$$

$$= 0,6 + 8,3 \cdot \tan 4 - 7,8 \cdot \tan^2 4 = 1,14$$

$$k_4 = 6 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} = 6 \cdot \tan^2 4 = 0,03 \quad [11] \text{ Gl. (6.47)}$$

$$k_\ell = 1,12 + (-0,27) \cdot \left(\frac{1,62}{16,8} \right) + 1,14 \cdot \left(\frac{1,62}{16,8} \right)^2 + 0,03 \cdot \left(\frac{1,62}{16,8} \right)^3$$

$$= 1,10$$

$$\sigma_{m,d} = 1,10 \cdot \frac{773,4 \cdot 10^6}{78732 \cdot 10^3} = 10,8 \text{ N/mm}^2$$

max. Zugspannung rechtwinklig zur Faserrichtung im Firstbereich

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{M_{ap,d}}{W_{ap,y}} \quad [11] \text{ Gl. (6.54)}$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.56)}$$

$$h_{ap} / r = 0,10$$

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \alpha_{ap} = 0,2 \cdot \tan 4 = 0,01 \quad [11] \text{ Gl. (6.57)}$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan \alpha_{ap} + 2,6 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \quad [11] \text{ Gl. (6.58)}$$

$$= 0,25 - 1,5 \cdot \tan 4 + 2,6 \cdot \tan^2 4 = 0,15$$

[12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5)

$$\begin{aligned}
 k_7 &= 2,1 \cdot \tan \alpha_{ap} - 4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} \\
 &= 2,1 \cdot \tan 4 - 4 \cdot \tan^2 4 = 0,12 \\
 k_p &= 0,01 + 0,15 \cdot 0,1 + 0,12 \cdot 0,1^2 = 0,026 \\
 \sigma_{t,90,d} &= 0,026 \cdot \frac{773,4 \cdot 10^6}{78732 \cdot 10^3} = 0,25 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[11] Gl. (6.59)

max. Schubspannung

$$\begin{aligned}
 \tau_d &= 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{105,3 \cdot 10^3}{0,71 \cdot 2916 \cdot 10^2} = 0,76 \text{ N/mm}^2 \\
 k_{cr} &= \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71
 \end{aligned}$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[1] Tab. F.9

$$\begin{aligned}
 f_{m,g,k} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,g,k} &= 3,5 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{c,90,g,k} &= 2,5 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{t,90,g,k} &= 0,5 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,g,mean} &= 11500 \text{ N/mm}^2 \\
 G_{g,mean} &= 650 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{0,g,05} &= 9600 \text{ N/mm}^2 \\
 G_{05} &= 540 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$\begin{aligned}
 f_d &= k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \\
 k_{mod} &= 0,9 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2} \\
 \gamma_M &= 1,3 \rightarrow \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \\
 f_{m,d} &= k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{t,90,d} &= k_{mod} \cdot \frac{f_{t,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,35 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,d} &= k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,4 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.3

Nachweise der Querschnittstragfähigkeit

für die max. Längsrandspannung

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl. (6.41)

$$k_r = \begin{cases} 1 & \text{für } r_{in}/t \geq 240 \\ 0,76 + 0,001 \cdot r_{in}/t & \text{für } r_{in}/t < 240 \end{cases}$$

[11] 6.4.3 (5)
[11] Gl. (6.49)

$$r_{in}/t = 16 \cdot 10^3 / 30 = 533,3 > 240$$

$$k_r = 1$$

$$\frac{10,8}{1 \cdot 16,6} = 0,65 < 1,0$$

Nachweis erbracht

für die max. Zugspannung senkrecht zur Faser

[1] 10.4.3 (2)

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl. (6.50)

$$k_{dis} = 1,7$$

[11] Gl. (6.52)

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0,2}$$

[11] Gl. (6.51)

Der querzugbeanspruchte Bereich entspricht dem Bereich der Krümmung k.

$$k = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 2 \cdot \square}{360} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 16,8 \cdot 2 \cdot 4}{360} = 2,35 \text{ m}$$

$$V = k \cdot h_{ap} \cdot b = 2,35 \cdot 1,62 \cdot 0,18 = 0,69 \text{ m}^3$$

[11] Bild 6.9

$$k_{vol} = \left(\frac{0,01}{0,69} \right)^{0,2} = 0,42$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{0,25}{1,7 \cdot 0,42 \cdot 0,35} = 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Es wird eine konstruktive Verstärkung zur Aufnahme zusätzlicher, klimatisch bedingter Querzugspannungen angeordnet.

Im querzugbeanspruchten Bereich werden 2 Gewindestangen M6 im Abstand $a_1 = 118 \text{ cm}$ eingeklebt.

maßgebende Zugkraft

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b^2 \cdot a_1}{640 \cdot n}$$

[12] Gl. (NA.94)

$$a_1 = k / 2 = 2,35 \cdot 10^2 / 2 = 117,5 \text{ cm}$$

$$n = 1$$

$$F_{t,90,d} = \frac{0,25 \cdot (18 \cdot 10)^2 \cdot 117,5 \cdot 10}{640 \cdot 1} = 14871 \text{ N}$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} \leq 1$$

[12] Gl. (NA.95)

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot F_{t,90,d}}{\pi \cdot \ell_{ad} \cdot d_r}$$

[12] Gl. (NA.96)

 ℓ_{ad} gibt die halbe Einkleblänge des Stahlstabes an.

$$\ell_{ad} = \frac{h_{ap}}{2} = \frac{162}{2} = 81 \text{ cm}$$

[12] NCI NA.6.8.3 (NA.2)

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot 14871}{\pi \cdot 81 \cdot 10 \cdot 6} = 1,95 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{k1,k} = 4 \text{ N/mm}^2 \quad [12] \text{ Tab. NA.12}$$

$$f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} = \frac{1,95}{2,77} = 0,70 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.3

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$M_{ap,d} = 773,4 \text{ kNm}$$

Bemessungswert der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,d} = \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 773,4 \cdot 10^6}{18 \cdot 162^2 \cdot 10^3} = 9,8 \text{ N/mm}^2$$

Kippbeiwert

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

Der Träger ist im Abstand von 833 cm seitlich gehalten.

$$\ell_{ef,y} = 8,33 \text{ m} \quad \text{Abstand der gehaltenen Punkte}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 180^2}{1620 \cdot 8,33 \cdot 10^3} \cdot 9600 = 18,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{18,0}} = 1,16$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot 1,16 = 0,63$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{9,8}{0,63 \cdot 16,6} = 0,94 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.33)}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,54}{2,4} = 0,23 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Die Auflager sind als Gabellagerung auszuführen. Hinweise zur Bemessung der Gabellagerung sind in [12] NCI Zu 9.2.5.3 enthalten.

[11] 6.1.7

[11] Gl. (6.13)

[12] NCI Zu 9.2.5.3

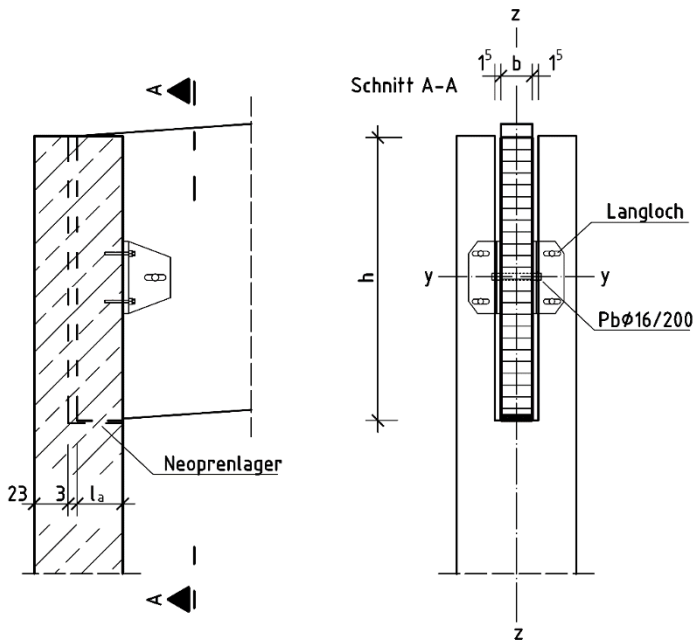


Bild A.5.3-2: Ausführungsmöglichkeit 1 eines gabelgelagerten Trägers

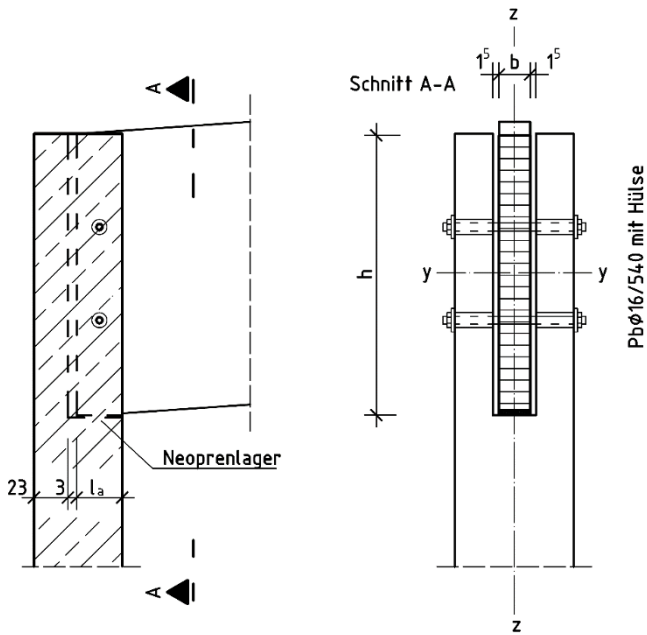


Bild A.5.3-3 Ausführungsmöglichkeit 2 eines gabelgelagerten Trägers

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

Aufgrund der Form des Bauteils ist eine Überhöhung vorhanden.
Ein Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ist somit nicht erforderlich.

Beispiel B.1.1

Einfacher Versatz

Aufgabenstellung

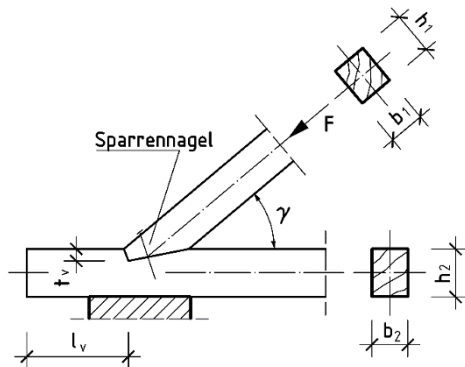


Bild B.1.1-1

$F_{G,k} = 16 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 15 \text{ kN}$ (veränderlich-kurz)

Nutzungsklasse 2

$\gamma = 40^\circ$ Anschlusswinkel

$t_v = 4 \text{ cm}$ Einschnitttiefe

$\ell_v = 35 \text{ cm}$ Vorholzlänge

Strebe: $b_1/h_1 = 12/14 \text{ cm}$

Schwelle: $b_2/h_2 = 12/16 \text{ cm}$

Nadelholz der Festigkeitsklasse C30

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 16 = 21,6 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 15 = 22,5 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 21,6 + 22,5 = 44,1 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

Druckkraft, die senkrecht zur Stirnfläche wirkt

$$F_{c,\alpha,d} = F_d \cdot \cos \alpha = 44,1 \cdot \cos 20^\circ = 41,4 \text{ kN}$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{40}{2} = 20^\circ$$

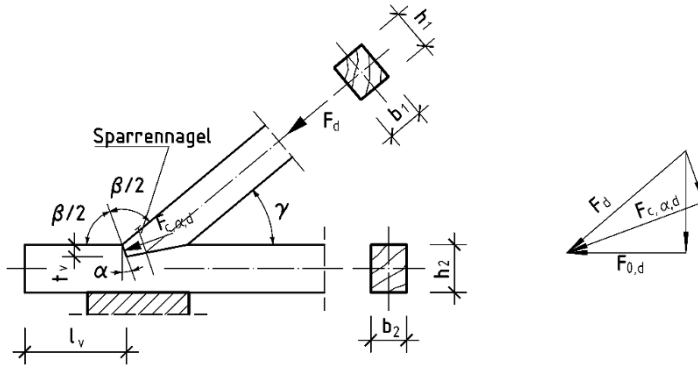


Bild B.1.1-2

Querschnittswerte

Als Druckfläche wird die tatsächlich vorhandene Kontaktfläche (Stirnfläche des Versatzes) angesetzt.

$$A = \frac{b_{1(2)} \cdot t_v}{\cos \alpha} = \frac{12 \cdot 4}{\cos 20^\circ} = 51,1 \text{ cm}^2$$

[12] NCI NA.12.1

[12] NCI NA.12.1 (NA.3)

Bemessungswert der Beanspruchung

Druckspannung senkrecht zur Stirnfläche

$$\sigma_{c, \alpha, d} = \frac{F_{c, \alpha, d}}{A} = \frac{41,4 \cdot 10^3}{51,1 \cdot 10^2} = 8,1 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.162)

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[13] Tab. 1

$$f_{c, 0, k} = 23,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c, 90, k} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v, k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2}$$

Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{c, 0, d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c, 0, k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{23,0}{1,3} = 15,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c, 90, d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c, 90, k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,7}{1,3} = 1,87 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v, d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v, k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit des Stirnversatzes

Nachweis der maximalen Einschnitttiefe

$$t_v \leq \frac{h_2}{4} \quad \text{für } \alpha \leq 50^\circ$$

Nachweis

$$t_v = 4 \text{ cm} = 4 \text{ cm} = \frac{16}{4} = \frac{h_2}{4} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Tragfähigkeitsnachweis des Stirnversatzes

Der Nachweis wird ausschließlich für eine Kraftübertragung in der Stirnfläche geführt. Eine Kraftübertragung über die Flankenfläche wird bei reiner Normalkraftbeanspruchung der Strebe rechnerisch ausgeschlossen, da durch Feuchteänderungen mit einem Öffnen der Flankenfläche zu rechnen ist. Die Übertragung der Kraftkomponente parallel zur Stirnfläche wird für diesen Fall im Bereich der Versatzspitze erfolgen.

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.161)}$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

$$= \frac{15,9}{\sqrt{\left(\frac{15,9}{2 \cdot 1,87} \cdot \sin^2 20^\circ\right)^2 + \left(\frac{15,9}{2 \cdot 2,77} \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ\right)^2 + \cos^4 20^\circ}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 11,6 \text{ N/mm}^2 \quad [12] \text{ Gl. (NA.163)}$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{8,1}{11,6} = 0,70 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Scherspannungen

Es ist nachzuweisen, dass die auftretenden Scherspannungen über die vorhandene Vorholzlänge aufgenommen werden können. Vorholzlängen größer als die 8-fache Versatztiefe dürfen rechnerisch nicht berücksichtigt werden.

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

$$\tau_d = \frac{F_{0,d}}{A_{0,ef}}$$

$$F_{0,d} = F_d \cdot \cos \alpha = 44,1 \cdot \cos 40^\circ = 33,8 \text{ kN}$$

$$A_{0,ef} = k_{cr} \cdot b_{1(2)} \cdot \ell \quad [11] \text{ Gl. (6.13a)}$$

[12] NCI NA.12.1

[12] NCI NA.12.1 (NA.1)

[12] Gl. (NA.160)

[12] Gl. (NA.161)

[12] Gl. (NA.163)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

[11] Gl. (6.13)

[11] Gl. (6.13a)

$$\ell = \min\{\ell_v; 8 \cdot t_v\}$$

$$= \min\{35; 8 \cdot 4\} = \min\{35; 32\} = 32 \text{ cm}$$

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

$$A_{0,ef} = 0,5 \cdot 12 \cdot 32 = 192 \text{ cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{33,8 \cdot 10^3}{192 \cdot 10^2} = 1,76 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,76}{2,77} = 0,64 < 1$$

Nachweis erbracht

Der Versatz ist durch einen Sparrennagel in der Lage zu sichern.

[12] NCI NA.12.1
(NA.4)

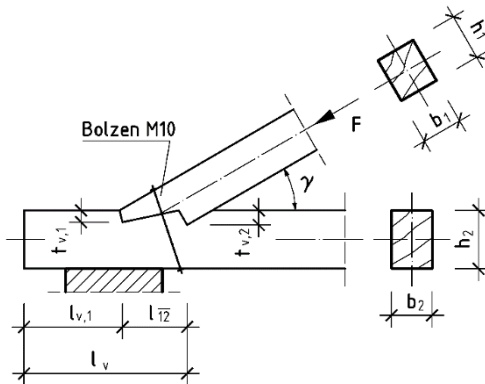
[12] NDP Zu
6.1.7(2)

[12] NCI NA.12.1
(NA.5)

Beispiel B.1.2

Doppelter Versatz

Aufgabenstellung



$F_{G,k} = 60 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 45 \text{ kN}$ (veränderlich-kurz)
 $\gamma = 30,0^\circ$ Anschlusswinkel
 $t_{v,1} = 4 \text{ cm}$ Einschnitttiefe
 $t_{v,2} = 5 \text{ cm}$ Einschnitttiefe
 $\ell = 34 \text{ cm}$
 $\ell_{12} = 23 \text{ cm}$

Nutzungsklasse 2
 Brettschichtholz GL24h

Strebe: $b_1/h_1 = 14/16 \text{ cm}$
 Schwelle: $b_2/h_2 = 14/20 \text{ cm}$

Bild B.1.2-1

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 60 = 81,0 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 45 = 67,5 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 81,0 + 67,5 = 148,5 \text{ kN}$$

Erläuterung der Nachweisführung

In Anlehnung an [12] NCI NA.12.1 wird der Nachweis der Tragfähigkeit des doppelten Versatzes $R_{\text{tot},d}$ über das Verhältnis der Stabkraft $N_{c,0,d}$ zur Summe der Tragfähigkeiten des Stirnversatzes $R_{1,d}$ und des Fersenversatzes $R_{2,d}$ geführt.

$$\frac{N_{c,0,d}}{R_{\text{tot},d}} \leq 1$$

Querschnittswerte

Fläche des Stirnversatzes

$$A_1 = \frac{b_{1(2)} \cdot t_{v,1}}{\cos \alpha} = \frac{14 \cdot 4}{\cos 15^\circ} = 58,0 \text{ cm}^2$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung des Stirnversatzes

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

Fläche des Fersenversatzes

$$A_2 = \frac{b_{1(2)} \cdot t_{v,2}}{\cos \alpha} = \frac{14 \cdot 5}{\cos 30^\circ} = 80,8 \text{ cm}^2$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung des Fersenversatzes

$$\alpha = \gamma = 30^\circ$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{c,0,g,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,g,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,g,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

[14] Tab. 5

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24,0}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,g,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,42 \text{ N/mm}^2$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Nachweis der Querschnittstragfähigkeiten der Versätze

Nachweis der maximalen Einschnitttiefen

$$t_{v,1(2)} \leq \frac{h_2}{4} \quad \text{für } \alpha \leq 50^\circ$$

[12] NCI NA.12.1

[12] NCI NA.12.1
(NA.1)

[12] Gl. (NA.160)

Nachweise

$$t_{v,1} = 4 \text{ cm} < 5 \text{ cm} = \frac{20}{4} = \frac{h_2}{4}$$

Anforderung erfüllt

$$t_{v,2} = 5 \text{ cm} = 5 \text{ cm} = \frac{20}{4} = \frac{h_2}{4}$$

Anforderung erfüllt

Tragfähigkeit des Stirnversatzes

$$R_{1,\alpha,d} = f_{c,\alpha,d} \cdot A_1$$

[12] NCI NA.12.1
(NA.3)

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

$$= \frac{16,6}{\sqrt{\left(\frac{16,6}{2 \cdot 1,73} \cdot \sin^2 15^\circ\right)^2 + \left(\frac{16,6}{2 \cdot 2,42} \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ\right)^2 + \cos^4 15^\circ}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 12,7 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.163)

$$R_{1,\alpha,d} = 12,7 \cdot 58,0 \cdot 10^2 = 73,7 \text{ kN}$$

Transformation der Tragfähigkeit $R_{1,\alpha,d}$ in Richtung der Stabachse der Strebe

$$R_{1,c,0,d} = \frac{R_{1,\alpha,d}}{\cos \alpha} = \frac{73,7}{\cos 15^\circ} = 76,3 \text{ kN}$$

Tragfähigkeit des Fersenversatzes

Die Richtungen des Bemessungswerts der Tragfähigkeit $R_{2,\alpha,d}$, der Stabachse sowie der Stabkraft $F_{c,0,d}$ sind identisch.

$$R_{2,c,0,d} = R_{2,\alpha,d} = f_{c,\alpha,d} \cdot A_2$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung für den Fersenversatz

$$\alpha = \gamma = 30^\circ$$

$$= \frac{16,6}{\sqrt{\left(\frac{16,6}{2 \cdot 1,73} \cdot \sin^2 30^\circ\right)^2 + \left(\frac{16,6}{2 \cdot 2,42} \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ\right)^2 + \cos^4 30^\circ}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 10,0 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.163)

$$R_{2,c,0,d} = 10,0 \cdot 80,8 \cdot 10^2 = 80,8 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Gesamttragfähigkeit aus Stirn- und Fersenversatz

$$R_{\text{tot},d} = R_{1,c,0,d} + R_{2,c,0,d} = 76,3 + 80,8 = 157,1 \text{ kN}$$

zu übertragende Kraft in der Strebe

$$N_{c,0,d} = 148,5 \text{ kN}$$

Nachweis

$$\frac{N_{c,0,d}}{R_{tot,d}} = \frac{148,5}{157,1} = 0,95 < 1$$

Nachweis erbracht

Nachweis der Scherspannungen

Es ist nachzuweisen, dass die auftretenden Scherspannungen über die vorhandenen Vorholzlängen aufgenommen werden können. Vorholzlängen größer als die 8-fache Versatztiefe dürfen rechnerisch nicht berücksichtigt werden.

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

[12] NCI NA.12.1
(NA.4)

[11] Gl. (6.13)

Es sind zwei Nachweise zu führen.

Für den Stirnversatz ist nachzuweisen, dass die Scherspannungen aus der anteiligen Beanspruchung der Gesamtlast über die Vorholzlänge des Stirnversatzes aufgenommen werden können. Zusätzlich ist nachzuweisen, dass die Scherspannungen aus der Gesamtbeanspruchung über die Summe der Längen aus der Vorholzlänge des Stirnversatzes und des Abstandes zwischen Stirn- und Fersenversatz aufgenommen werden können.

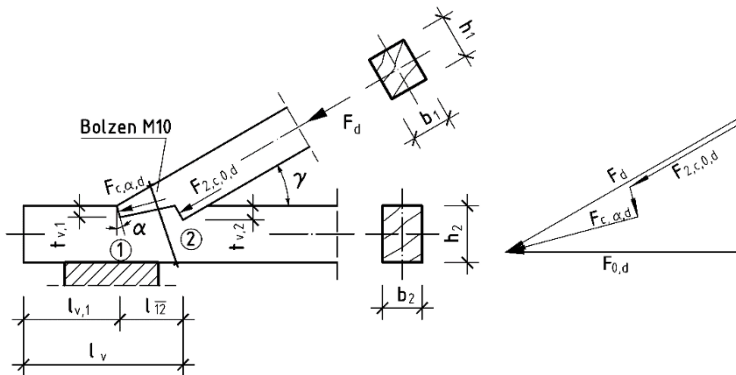


Bild B.1.2-2

Nachweis der Scherspannungen für den Stirnversatz

Die Beanspruchung des Stirnversatzes zur Ermittlung der Scherspannungen wird entsprechend dem Anteil der Tragfähigkeit des Stirnversatzes an der Gesamttragfähigkeit ermittelt.

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

$$\tau_d = \frac{F_{0,d}}{A_{0,ef}}$$

$$F_{0,d} = F_d \cdot \cos \alpha = 72,1 \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 62,5 \text{ kN}$$

[11] Gl. (6.13)

$$F_d = \frac{R_{1,c,0,d}}{R_{tot,d}} \cdot N_{c,0,d} = \frac{76,3}{157,1} \cdot 148,5 = 72,1 \text{ kN}$$

$$A_{0,ef} = k_{cr} \cdot b_{1(2)} \cdot \ell$$

$$\ell = \min\{\ell_v; 8 \cdot t_v\}$$

$$= \min\{34; 8 \cdot 4\} = \min\{34; 32\} = 32 \text{ cm}$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71$$

$$A_{0,ef} = 0,71 \cdot 14 \cdot 32 = 318 \text{ cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{64,6 \cdot 10^3}{318 \cdot 10^2} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{2,0}{2,42} = 0,84 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Scherspannungen aus der Gesamtbeanspruchung

In Anlehnung an den in [12] geregelten einfachen Versatz, werden hier für die Vorholzlänge ℓ_v des doppelten Versatzes die Vorholzlänge des Stirnversatzes und der Abstand zwischen Stirn- und Fersenversatz addiert.

$$\tau_d = \frac{F_{0,d}}{A_0}$$

$$F_{0,d} = N_{c,0,d} \cdot \cos \alpha = 148,5 \cdot \cos 30^\circ = 128,6 \text{ kN}$$

$$A_{0,ef} = k_{cr} \cdot b_{1(2)} \cdot \ell_v$$

$$\ell_v = \ell_{v,1} + \ell_{v,2}$$

$$\ell_{v,1} = \min\{\ell; 8 \cdot t_{v,1}\} = \min\{34; 32 = 8 \cdot 4\} = 32 \text{ cm}$$

$$\ell_{v,2} = \min\{\ell_{12}; 8 \cdot t_{v,2}\} = \min\{23; 32 = 8 \cdot 5\} = 23 \text{ cm}$$

$$\ell_v = 32 + 23 = 55 \text{ cm}$$

$$A_0 = 0,71 \cdot 14 \cdot 55 = 547 \text{ cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{128,6 \cdot 10^3}{547 \cdot 10^2} = 2,35 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{2,35}{2,42} = 0,97 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Der Versatz ist durch einen Bolzen M10 in der Lage zu sichern.

[11] Gl. (6.13a)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

[11] Gl. (6.13a)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

[12] NCI NA.12.1 (NA.5)

Beispiel B.1.3

Schwellenanschluss

Aufgabenstellung

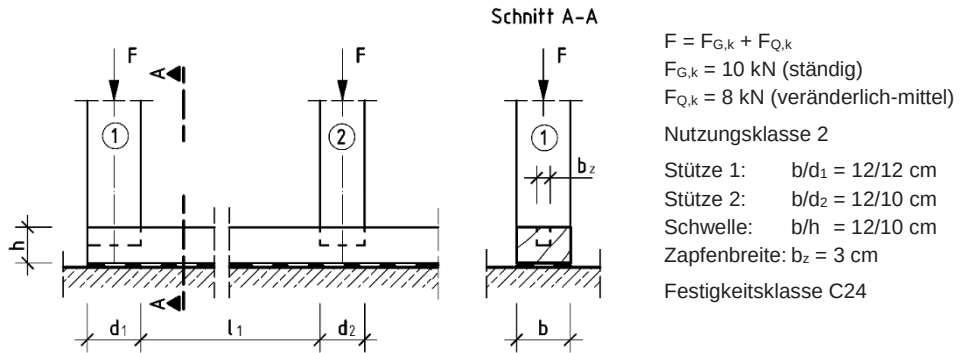


Bild B.1.3-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 10 = 13,5 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 8 = 12,0 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 13,5 + 12,0 = 25,5 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{c,90,d} = F_d = 25,5 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

wirksame Querdruckfläche

Aufgrund der günstigen Tragwirkung bei Schwellendruck darf die Lasteinleitungslänge durch einen beidseitigen Zuschlag um maximal 30 mm, jedoch nicht mehr als die tatsächlich vorhandene Länge vergrößert werden. Daher darf die Lasteinleitungslänge der Randstütze 1 nur auf der Innenseite um 30 mm vergrößert werden. Benachbarte Lasteinleitungslängen dürfen sich nicht übergreifen.

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Theorie I. Ordnung

[11] 6.1.5

$$A_{1,ef} = (b - b_z) \cdot d_1 + 3 \cdot 12 = (12 - 3) \cdot 12 + 3 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^2$$

$$A_{2,ef} = (b - b_z) \cdot d_2 + 2 \cdot 3 \cdot 12 = (12 - 3) \cdot 10 + 2 \cdot 3 \cdot 12 = 162 \text{ cm}^2$$

Der maßgebende Schwellendruck ergibt sich bei gleichen Normalkräften für die Stütze 1 aufgrund der kleineren wirksamen Querschnittsfläche. Ein Nachweis für die Stütze 2 ist nicht erforderlich.

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_{c,90,d}}{A_{1,ef}} = \frac{25,5 \cdot 10^3}{144,0 \cdot 10^2} = 1,77 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.4)}$$

charakteristischer Wert der Baustoffeigenschaft

$$f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

Bemessungswert der Festigkeit

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \quad [11] \text{ 2.4.1, 3.1.3 (2)}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 2} \\ \text{Kategorie der Lastenwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,54 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit

Beiwert zur Berücksichtigung der Lastanordnung

[11] 6.1.5

Der Querschnittsbeiwert $k_{c,90}$ erhöht aufgrund der günstigen Tragwirkung bei Schwellendruck und bei ausreichendem Abstand der Lastenleitungslängen die Größe der charakteristischen Druckfestigkeit senkrecht zur Faserrichtung des Holzes.

$$k_{c,90} = 1,25 \text{ für } \ell_1 \geq 2 \cdot h$$

$$\ell_1 = 900 \text{ mm} > 200 \text{ mm} = 2 \cdot 100 \text{ mm}$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{1,77}{1,25 \cdot 1,54} = 0,92 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.3)}$$

Beispiel B.2.1

Genagelter Zugstoß

Aufgabenstellung

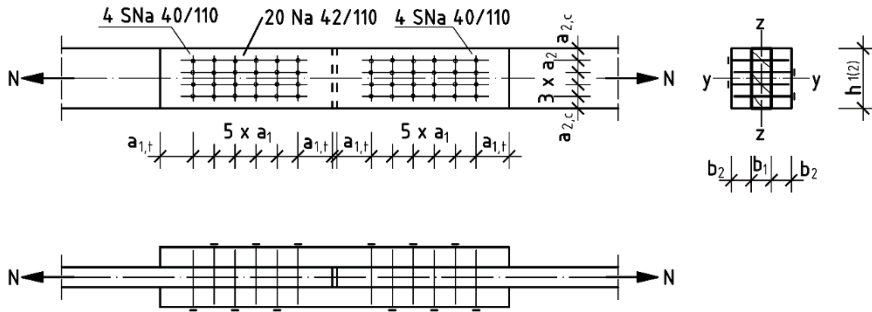


Bild B.2.1-1

$F_{G,k} = 5 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 15 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2

Zugstab: $b_1/h_1 = 40/120 \text{ mm}$
 Laschen: $b_2/h_2 = 40/120 \text{ mm}$
 Festigkeitsklasse C24
 Nägel Na 42x110 (vorgebohrt)

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 5 = 6,8 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 15 = 22,5 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 6,8 + 22,5 = 29,3 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$N_{1,d} = F_d = 29,3 \text{ kN}$$

$$N_{2,d} = \frac{F_d}{2} = \frac{29,3}{2} = 14,7 \text{ kN}$$

Theorie I. Ordnung

Querschnittswerte

Querschnittsschwächung sind zu berücksichtigen, da die Nägel in Vorbohrungen eingetrieben werden. Der Bohrlochdurchmesser

[11] 5.2 (2)P

beträgt $d_{Bo} = 0,9 \cdot d$.

$$A_{1,n} = A_1 - 4 \cdot \Delta A_{Na} = b_1 \cdot h_1 - 4 \cdot (0,9 \cdot d \cdot b_1) \\ = 4,0 \cdot 12,0 - 4 \cdot (0,9 \cdot 4,2 \cdot 10^{-1} \cdot 4,0) = 42,0 \text{ cm}^2$$

$$A_{2,n} = A_{1,n} = 42,0 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{t,0,1,d} = \frac{N_{1,d}}{A_{1,n}} = \frac{29,3 \cdot 10^3}{42,0 \cdot 10^2} = 7,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,0,2,d} = \frac{N_{2,d}}{A_{2,n}} = \frac{14,7 \cdot 10^3}{42,0 \cdot 10^2} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Baustoffeigenschaft

$$f_{t,0,k} = 14,0 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Festigkeit

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{14,0}{1,3} = 8,6 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit für den Zugstab

Nachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,1,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{7,0}{8,6} = 0,81 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit für die Laschen

Das Zusatzmoment einseitig beanspruchter Bauteile kann vereinfacht durch eine Verminderung des Bemessungswerts der Zugtragfähigkeit um ein Drittel berücksichtigt werden.

Nachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,2,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{3,5}{2/3 \cdot 8,6} = 0,61 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

vereinfachter Tragfähigkeitsnachweis für die Nägel

charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$

und des Fließmoments $M_{y,k}$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k \\ = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 4,2) \cdot 350 = 27,5 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.16)}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

[13] Tab. 1

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 6.1.2

[12] NCI NA.8.1.6 (NA.1)

[11] 8.3

[12] NCI Zu 8.3

[13] Tab. 1

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 4,2^{2,6} = 7511 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

$$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad [12] \text{ NCI Zu 8.3.1.2 (NA.8)}$$

$$= (\sqrt{2 \cdot 7511 \cdot 27,5 \cdot 4,2}) \cdot 10^{-3} = 1,32 \text{ kN} \quad [12] \text{ Gl. (NA.120)}$$

Mindestdicken bzw. Mindesteinschlagtiefen von Seiten- und Mittelholz

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 4,2 = 37,8 \text{ mm} \quad [12] \text{ NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)}$$

$$t_1 = \ell_{\text{Na}} - b_S - b_M = 110 - 40 - 40 = 30,0 \text{ mm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.121)}$$

$$t_2 = 40 \text{ mm}$$

Einschlagtiefe für das Seitenholz
Mittelholz

$$t_{\text{req}} = 37,8 > 30 \text{ mm} = t_1 \quad \text{Anforderung nicht erfüllt}$$

$$t_{\text{req}} = 37,8 < 40 \text{ mm} = t_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

genauere Bemessung der Mindesteinschlagtiefe in Seitenholz 1

$$t_{1,\text{req}} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d}} \quad [12] \text{ NCI NA 8.2.4 (NA.1)}$$

$$\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k} = 1,0 \quad [12] \text{ Gl. (NA.110)}$$

$$t_{1,\text{req}} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1,0}{1+1,0}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{7511}{27,5 \cdot 4,2}} = 31,7 \text{ mm}$$

$$= 31,7 \text{ mm} > t_{1,\text{vorh}} = 30,0 \text{ mm} \quad \text{Anforderung nicht erfüllt}$$

Da die Holzdicke t_1 kleiner ist als die Mindestdicke $t_{1,\text{req}}$, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit R_k des Verbindungsmittels durch Multiplikation von R_k mit dem Verhältniswert $t_1/t_{1,\text{req}}$ zu ermitteln.

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$\bar{F}_{v,Rk} = F_{v,Rk} \cdot \frac{t_1}{t_{1,\text{req}}} = 1,32 \cdot \frac{30}{31,7} = 1,25 \text{ kN} \quad [12] \text{ NCI NA 8.2.4 (NA.2)}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{\bar{F}_{v,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{1,25}{1,1} = 0,91 \text{ kN} \quad [12] \text{ NCI NA 8.2.4 (NA.3)}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,8 \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

$$\gamma_M = 1,1 \quad [11] \text{ Tab. 3.1}$$

$$[12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

Nachweis

$$n_{\text{req}} = \frac{N_d}{F_{v,Rd}} = \frac{29,3}{0,91} = 32,2 \quad \text{Anzahl erforderlicher Scherflächen}$$

Der Anschluss wird mit 20 Nägeln mit je 2 Scherflächen ausgeführt.
→ 40 Scherflächen Nachweis erbracht

Konstruktive Anforderungen**Nagelabstände**

[11] Tab. 8.2

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,\text{req}} = (4 + \cos \alpha) \cdot d = (4 + \cos 0^\circ) \cdot 4,2$$

$$= 21 \text{ mm} \leq 30 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,\text{req}} = (3 + \sin \alpha) \cdot d = (3 + \sin 0^\circ) \cdot 4,2$$

$$= 12,6 \text{ mm} < 24 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a_{3,\text{t,req}} = (7 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (7 + 5 \cdot \cos 0^\circ) \cdot 4,2$$

$$= 50,4 \text{ mm} < 60 \text{ mm} = a_{3,\text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,\text{c,req}} = 3 \cdot d = 3 \cdot 4,2$$

$$= 12,6 \text{ mm} < 24 \text{ mm} = a_{4,\text{c}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Bemessung zusätzlicher Verbindungsmittel auf eine in Richtung der Stiftachse wirkende Zugkraft

[12] NCI NA.8.1.6

Als zusätzliche Verbindungsmittel werden Sondernägel 40/110 der Tragfähigkeitsklasse 3C in der letzten Verbindungsmittelreihe angeordnet.

[12] NCI NA.8.1.6 (NA.2)

$$F_{\text{t,d}} = \frac{F_d \cdot t}{2 \cdot n \cdot a}$$

[12] Gl. (NA.108)

t = b = 40 mm Dicke der Lasche

n = 5 Anzahl der in Richtung der Kraft hintereinander liegenden Verbindungsmittel

a = a₁ = 30 mm

$$F_{\text{t,d}} = \frac{\frac{29,3}{2} \cdot 10^3 \cdot 40}{2 \cdot 5 \cdot 30} \cdot 10^{-3} = 1,95 \text{ kN}$$

charakteristischer Wert des Ausziehwiderstandes pro Nagel

[11] 8.3.2 (4)

$$F_{\text{ax,Rk}} = \min \begin{cases} f_{\text{ax,k}} \cdot d \cdot t_{\text{pen}} \\ f_{\text{head,k}} \cdot d_k^2 \end{cases}$$

[11] Gl. (8.23)

$$f_{\text{ax,k}} = 50 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 350^2 = 6,13 \text{ N/mm}^2$$

Ausziehparameter
[12] Tab. NA.16

d = 4,0 mm

Eindringtiefe auf der Seite der Nagelspitze

t_{pen} = 30 mm

$$f_{\text{head,k}} = 100 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 350^2 = 12,3 \text{ N/mm}^2$$

Kopfdurchziehparameter
[12] Tab. NA.16
Außendurchmesser
des Nagelkopfesd_k = 8 mm

$$F_{ax,Rk} = \min \begin{cases} 6,13 \cdot 4 \cdot 30 \\ 12,3 \cdot 8^2 \end{cases} = 0,74 \text{ kN} \quad [11] \text{ Gl. (8.23)}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{ax,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{ax,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{0,74}{1,3} = 0,46 \text{ kN}$$

Nachweis für die Nägel

$$n_{req} = \frac{F_{t,d}}{F_{ax,Rd}} = \frac{1,95}{0,46} = 4,2$$

Es werden 4 zusätzliche Sondernägel 40/110 der Tragfähigkeitsklasse 3C in der letzten Verbindungsmittelreihe angeordnet.

Konstruktive Anforderungen

Mindestlänge der Lasche

$$\ell_{req} = 4 \cdot a_{1,t} + 10 \cdot a_1 = 4 \cdot 60 + 10 \cdot 30 = 540 \text{ mm}$$

$$\ell_{req} = \underline{540 \text{ mm} < 550 \text{ mm} = \ell} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Beispiel B.2.2

Zugstoß mit Dübeln besonderer Bauart

Aufgabenstellung

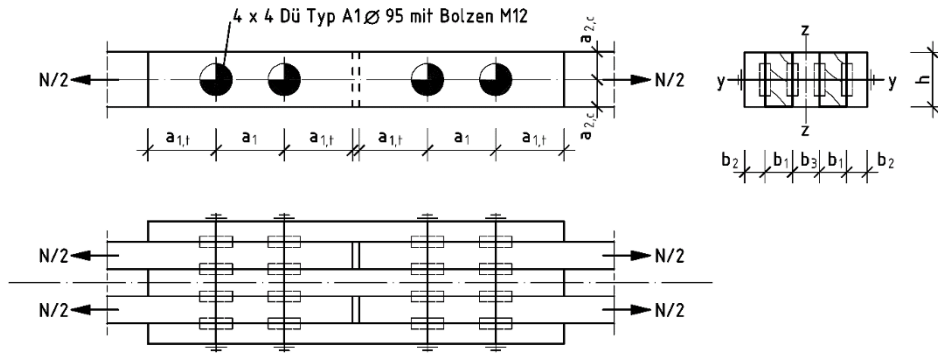


Bild B.2.2-1

$F_{G,k} = 20 \text{ kN}$ (ständig)

$F_{Q,k} = 65 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)

Nutzungsklasse 2

$b_1/h_1 = 8/16 \text{ cm}$ Zugstab

$b_2/h_2 = 6/16 \text{ cm}$ Außenlaschen

$b_3/h_3 = 8/16 \text{ cm}$ Innenlasche

Festigkeitsklasse C30

Dübel Typ A1 Ø95

mit Bolzen M12

Holzschraube TFK2A Ø 6mm

(mit Gewinde nach DIN 7998: 1975-02)

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit	
Kombinationsregel für Einwirkungen	
$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$	[1] Gl. (6.9b), (6.10)
hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte für Einwirkungen	
$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 20$	= 27,0 kN
$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 65$	= 97,5 kN
$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 27,0 + 97,5$	= 124,5 kN
bemessungsmaßgebende Schnittgrößen	
$N_d = F_d = 124,5 \text{ kN}$	Theorie I. Ordnung
Die Aufteilung der Stabkräfte erfolgt über die Dehnsteifigkeiten.	

Alle Bauteile haben den gleichen Elastizitätsmodul.

$$F_{1,d} = \frac{F_d}{2} = \frac{124,5}{2} = 62,3 \text{ kN}$$

Da die einseitig beanspruchten Laschen aufgrund der exzentrischen Lasteinleitung Zusatzmomente erhalten, wird der Nachweis der Außenlaschen bemessungsmaßgebend.

$$F_{2,d} = \frac{F_d/2 \cdot b_2}{b_2 + b_3/2} = \frac{124,5/2 \cdot 6}{6 + 8/2} = 37,4 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A_{1,n} = A - 2 \cdot \Delta A_{Dü} - 1 \cdot \Delta A_{Bo} = 8 \cdot 16 - 2 \cdot 1430 \cdot 10^{-2} - (1,2 + 0,1) \cdot 8 = 89,0 \text{ cm}^2$$

$$A_{2,n} = A - 1 \cdot \Delta A_{Dü} - 1 \cdot \Delta A_{Bo} = 6 \cdot 16 - 1 \cdot 1430 \cdot 10^{-2} - (1,2 + 0,1) \cdot 6 = 73,9 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{t,0,1,d} = \frac{F_{1,d}}{A_{1,n}} = \frac{62,3 \cdot 10^3}{89,0 \cdot 10^2} = 7,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,0,2,d} = \frac{F_{2,d}}{A_{2,n}} = \frac{(37,4) \cdot 10^3}{73,9 \cdot 10^2} = 5,1 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Baustoffeigenschaft

$$f_{t,0,k} = 18,0 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Festigkeit

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{18,0}{1,3} = 11,1 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit für den Zugstab

Nachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,1,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{7,0}{11,1} = 0,63 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit für die Laschen

Das Zusatzmoment einseitig beanspruchter Bauteile kann vereinfacht durch eine Verminderung des Bemessungswerts der Zugtragfähigkeit um ein Drittel berücksichtigt werden.

Nachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,2,d}}{2/3 \cdot f_{t,0,d}} = \frac{5,1}{2/3 \cdot 11,1} = 0,69 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI Zu 8.9
(NA.15)
Dübelhelffläche
[12] Tab. NA.17

[13] Tab. 1

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 6.1.2

[11] Gl. (6.1)

[12] NCI NA.8.1.6
(NA.1)

Belastung und Geometrie der Innenlaschen entsprechen denen des Zugstabs. Somit ist der Nachweis für die Innenlaschen erfüllt.

Die Verkrümmung der einseitig beanspruchten Bauteile wird durch auf Herausziehen beanspruchte Holzschrauben verhindert.

Tragfähigkeitsnachweis der Dübel besonderer Bauart

Der Anschluss wird mit Dübeln besonderer Bauart Typ A1 $\varnothing 95$ mm ausgeführt.

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungseinheit

$$F_{v,0,Rk} = \min \begin{cases} k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot 35 \cdot d_c^{1,5} \\ k_1 \cdot k_3 \cdot 31,5 \cdot d_c \cdot h_e \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (8.61)}$$

$$k_1 = \min \begin{cases} 1 \\ t_1/3 \cdot h_e \end{cases} = \min \begin{cases} 1 \\ 60/3 \cdot 15 \\ t_2/5 \cdot h_e \end{cases} \begin{cases} 1 \\ 80/5 \cdot 15 \end{cases} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.62)}$$

$$k_2 = \min \begin{cases} k_a \\ a_{3,t}/2 \cdot d_c \end{cases} = \min \begin{cases} 1 \\ 142,5/2 \cdot 95 \end{cases} = 0,75 \quad [11] \text{ Gl. (8.63)}$$

$$k_a = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.64)}$$

$$a_{3,t} = 1,5 \cdot d_c = 1,5 \cdot 95 = 142,5 \text{ mm} \quad [11] \text{ Tab. 8.7}$$

$$k_3 = \min \begin{cases} 1,75 \\ \rho_k/350 \end{cases} = \min \begin{cases} 1,75 \\ 380/350 \end{cases} = 1,09 \quad [11] \text{ Gl. (8.65)}$$

$$\rho_k = 380 \text{ N/mm}^2 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$k_4 = 1,0 \quad \text{für Holz-Holz-Verbindungen} \quad [11] \text{ Gl. (8.66)}$$

$$F_{v,0,Rk} = \min \begin{cases} 1,0 \cdot 0,75 \cdot 1,09 \cdot 1,0 \cdot 35 \cdot 95^{1,5} \\ 1,0 \cdot 1,09 \cdot 31,5 \cdot 95 \cdot 15 \end{cases} = 26,5 \text{ kN} \quad [11] \text{ Gl. (8.61)}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Verbindungseinheit

$$F_{v,0,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{F_{v,0,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{26,5}{1,3} = 16,3 \text{ kN}$$

Die Ermittlung einer effektiven Dübelzahl ist hier nicht erforderlich, da nur jeweils 2 Dübel hintereinander angeordnet sind.

[11] 8.9 (12)

$$\text{erf. } n = \frac{N_d}{F_{v,0,Rd}} = \frac{124,5}{16,3} = 7,6$$

Anzahl der erf. Verbindungseinheiten

Der Anschluss ist mit 8 Dübeln Typ A1 $\varnothing 95$ mm auszuführen.

Nachweis

$$\frac{N_d}{n \cdot R_{c,0,d}} = \frac{124,5}{8 \cdot 16,3} = 0,95 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Tragfähigkeitsnachweis für die auf Zug beanspruchten zusätzlichen Verbindungsmittel

Als zusätzliche Verbindungsmittel werden Holzschrauben der Tragfähigkeitsklasse 2A mit einem Durchmesser von 6 mm und einer Länge von 14 cm verwendet. (mit einem Gewinde nach DIN 7998:1975-02)

Bemessungswert der Beanspruchung

$$F_{t,d} = \frac{N_d/4 \cdot t}{2 \cdot n \cdot a} = \frac{124,5/4 \cdot 60}{2 \cdot 2 \cdot 200} = 2,3 \text{ kN}$$

charakteristischer Wert des Auszieh Widerstandes

$$F_{ax,\alpha,Rk} = \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot \ell_{ef} \cdot k_d}{1,2 \cdot \cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1} \quad [11] \text{ Gl. (8.38)}$$

effektive Einschraublänge in den Zugstab

$$\ell_{ef} = 80 \text{ mm}$$

charakteristischer Wert des Ausziehparameters

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} \cdot \ell_{ef}^{-0,1} \cdot \rho_k^{0,8} \quad [11] \text{ Gl. (8.39)}$$

$$= 0,52 \cdot 6^{-0,5} \cdot 80^{-0,1} \cdot 380^{0,8} = 15,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 380 \text{ kg/m}^3 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$k_d = \min \left\{ \begin{array}{l} d/8 \\ 1 \end{array} \right\} = 0,75 \quad [11] \text{ Gl. (8.40)}$$

$$n_{ef} = n^{0,9} = 2^{0,9} = 1,87 \quad [11] \text{ Gl. (8.41)}$$

$$F_{ax,\alpha,Rk} = \frac{1,87 \cdot 15,9 \cdot 6 \cdot 80 \cdot 0,75}{1,2 \cdot \cos^2 90 + \sin^2 90} = 10,7 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Ausziehtragfähigkeit je Schraube

$$F_{ax,\alpha,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{ax,\alpha,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{10,7}{1,3} = 6,6 \text{ N}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array} \quad [11] \text{ Tab. 3.1}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad [12] \text{ Tab. NA.2}$$

Nachweis

$$\frac{F_{t,d}}{F_{ax,\alpha,Rd}} = \frac{2,3}{6,6} = 0,35 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Der Zugwiderstand der Schraube $f_{tens,k}$ bestimmt nach DIN EN 14592 beträgt 6,9 kN.

$$F_{t,Rk} = n_{ef} \cdot f_{tens,k} = 1,87 \cdot 6,9 = 12,9 \text{ kN} \quad [11] \text{ 8.7.2 (7)}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{F_{t,Rk}}{1,3} = \frac{12,9}{1,3} = 9,9 \text{ kN} \quad [11] \text{ Gl. (8.40c)}$$

Nachweis

$$\frac{F_{t,d}}{F_{t,Rd}} = \frac{2,3}{9,9} = 0,23 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [12] \text{ Tab. NA.2}$$

[12] NCI NA.8.1.6

[12] NCI NA.8.1.6 (NA.2)

[12] Gl. (NA.108)

[11] Gl. (8.38)

[11] Gl. (8.39)

[13] Tab. 1

[11] Gl. (8.40)

[11] Gl. (8.41)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Konstruktive Anforderungen

Mindestabstände

[11] Tab. 8.7

Abstand zum beanspruchten Hirnholende in Faserrichtung

$$a_{3,t,req} = 1,5 \cdot d_c = 1,5 \cdot 95 = 143 \text{ mm}$$

$$= \underline{143 \text{ mm} < 200 \text{ mm}} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 0,6 \cdot d_c = 0,6 \cdot 95 = 57 \text{ mm}$$

$$= \underline{57 \text{ mm} < 80 \text{ mm}} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand der Dübel untereinander in Faserrichtung

$$a_{1,req} = (1,2 + 0,8 \cdot \cos \alpha) \cdot d_c = (1,2 + 0,8 \cdot \cos 0^\circ) \cdot 95$$

$$= \underline{190 \text{ mm} < 200 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestdicken von Seiten- und Mittelholz

[11] 8.9 (2)

$$t_1 = 60 \text{ mm} > 34 \text{ mm} = 2,25 \cdot h_e = 2,25 \cdot 15 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

$$t_2 = 80 \text{ mm} > 56 \text{ mm} = 3,75 \cdot h_e = 3,75 \cdot 15 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Beispiel B.2.3

Fachwerkknoten – Zweischnittige Verbindung mit Stabdübeln

Aufgabenstellung

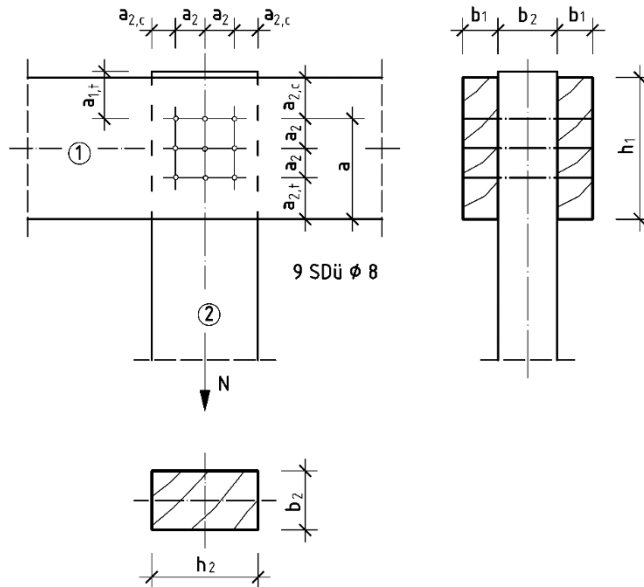


Bild B.2.3-1

$F_{G,k} = 7,0 \text{ kN}$ (ständig)

$F_{Q,k} = 11,0 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)

Nutzungsklasse 1

$b_1/h_1 = 6/24 \text{ cm}$ Seitenhölzer

$b_2/h_2 = 10/18 \text{ cm}$ Mittelholz

Festigkeitsklasse C24

Stabdübel SDü Ø 8 mm

S 235 nach DIN EN 10027-1: 2001-08

Berechnung

Anmerkung

Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte für Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 7,0 = 9,5 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 11,0 = 16,5 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 9,5 + 16,5 = 26,0 \text{ kN}$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Genaues Verfahren des Tragfähigkeitsnachweises der Verbindung

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rk,1} = f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d$$

$$F_{v,Rk,2} = 0,5 \cdot f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d$$

$$F_{v,Rk,3} = 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2 + \beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right]$$

$$F_{v,Rk,4} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$t_1 = b_1 = 60 \text{ mm}$$

$$t_2 = b_2 = 100 \text{ mm}$$

$$d = 8 \text{ mm}$$

$$f_{h,1,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k$$

$$d = 8 \text{ mm}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 8) \cdot 350 = 26,4 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d = 1,35 + 0,015 \cdot 8 = 1,47$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$f_{h,1,k} = \frac{26,4}{1,47 \cdot \sin^2 90 + \cos^2 90} = 18,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{h,2,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$f_{h,2,k} = f_{h,0,k} = 26,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = \frac{26,4}{18,0} = 1,47$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}$$

$$f_{u,k} = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot 360 \cdot 8^{2,6} = 24069 \text{ Nmm}$$

$$F_{v,Rk,1} = 18,0 \cdot 60 \cdot 8 = 8640 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,2} = 0,5 \cdot 26,4 \cdot 100 \cdot 8 = 10560 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,3} = 1,05 \cdot \frac{18,0 \cdot 60 \cdot 8}{2 + 1,47} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 1,47 \cdot (1 + 1,47) + \frac{4 \cdot 1,47 \cdot (2 + 1,47) \cdot 24069}{18,0 \cdot 8 \cdot 60^2}} - 1,47 \right] = 3647 \text{ N}$$

[11] 8.2.2

[11] 8.2.2 (1)

[11] Gl. (8.7) (g)

[11] Gl. (8.7) (h)

[11] Gl. (8.7) (j)

[11] Gl. (8.7) (k)

Seitenholzdicke

Mittelholzdicke

SDÜ-Ø

[11] Gl. (8.31)

[11] Gl. (8.32)

[13] Tab. 1

[11] Gl. (8.32)

[11] Gl. (8.33)

Seitenholz

[11] Gl. (8.31)

Mittelholz

[11] Gl. (8.8)

[11] Gl. (8.30)

$$F_{v,Rk,4} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,47}{1 + 1,47}} \cdot \sqrt{2 \cdot 24069 \cdot 18,0 \cdot 8} = 3303 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array} \quad [11] \text{ Tab. 3.1}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad [11] \text{ Tab. NA.2}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{0,8 \cdot 3303}{1,3} = 2033 \text{ N}$$

Ermittlung der erforderlichen Stabdübelanzahl

Der maßgebende Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge entspricht $R_{d,4}$. Je Stabdübel weist die Verbindung zwei Scherflächen auf.

$$F_{v,Rd,\text{tot}} = 2 \cdot F_{v,Rd} = 2 \cdot 2033 = 4066 \text{ N}$$

$$n_{\text{req}} = \frac{F_d}{F_{v,Rd,\text{tot}}} = \frac{26,0 \cdot 10^3}{4066} = 6,4$$

Die Verbindung wird mit 9 SDÜ Ø 8 mm ausgeführt.

Ermittlung der wirksamen Stabdübelanzahl

Wegen der Spaltgefahr des Holzes ist für mehrere in Kraftrichtung hintereinander angeordnete Stabdübel der Bemessungswert der Tragfähigkeit für die wirksame Stabdübelanzahl zu ermitteln.

[11] 8.5.1.1 (4)

Seitenhölzer

$$n = 3$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$n_{\text{ef}} = n = 3$$

[11] Gl. (8.35)

Mittelholz

$$n = 3$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$a_1 = 50 \text{ mm}$$

$$n_{\text{ef}} = \min \left\{ n; n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \right\} = \min \left\{ 3; 3^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{50}{13 \cdot 8}} \right\} = 2,2$$

[11] Gl. (8.34)

wirksame Stabdübelanzahl der Verbindung

$$n_{\text{ef}} = 3 \cdot 2,2 = 6,6$$

Nachweis der Verbindung

$$\frac{F_d}{n_{\text{ef}} \cdot F_{v,Rd,\text{tot}}} = \frac{26,0 \cdot 10^3}{6,6 \cdot 4066} = 0,97 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Vereinfachtes Verfahren des Tragfähigkeitsnachweises der Verbindung

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k}} \cdot d = \frac{F_{v,Rk,4}}{1,15} = 3189 \text{ N}$$

[12] NCI NA.8.2.4

[12] Gl. (NA.109)

Nachweis erforderlicher Minstdicken von Mittel- und Seitenholz
Seitenhölzer

$$t_{1,req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,1,k}} \cdot d}$$

$$= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1,0}{1 + 1,0}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{24069}{26,4 \cdot 8}} = 41,9 \text{ mm}$$

[12] Gl. (NA.110)

$$t_{1,req} = 41,9 \text{ mm} < 60 \text{ mm} = t_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mittelholz

$$t_{2,req} = 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + \beta}} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,2,k}} \cdot d}$$

$$= 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + 1,0}} \right) \cdot \sqrt{\frac{24069}{26,4 \cdot 8}} = 34,7 \text{ mm}$$

[12] Gl. (NA.112)

$$t_{2,req} = 34,7 \text{ mm} < 100 \text{ mm} = t_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 3189}{1,1} = 2319 \text{ N}$$

$$\gamma_M = 1,1$$

[12] Gl. (NA.113)

$$F_{v,Rd,tot} = 2 \cdot F_{v,Rd} = 2 \cdot 2319 = 4638 \text{ N}$$

Nachweis der Verbindung

$$\frac{F_d}{n_{ef} \cdot F_{v,Rd,tot}} = \frac{26,0 \cdot 10^3}{6,6 \cdot 4638} = 0,85 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Es zeigt sich, dass die Anwendung des vereinfachten Verfahrens nach dem Nationalen Anhang zu günstigeren Ergebnissen führt. Dies ist dadurch begründet, dass zur Ermittlung der Beanspruchbarkeit der Verbindung ein Teilsicherheitsbeiwert von 1,1 angewendet werden darf.

Konstruktive Anforderungen

[11] Tab. 8.5

Seitenhölzer

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (3 + 2 \cdot \cos 90^\circ) \cdot 8$$

$$= 24 \text{ mm} < 50 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[11] Bild 8.7

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 8$$

$$= 24 \text{ mm} < 50 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,t,req} = \max [(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 3 \cdot d] = \max [(2 + 2 \cdot \sin 0) \cdot d; 3 \cdot d]$$

$$= 24 \text{ mm} < 70 \text{ mm} \quad = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 8$$

$$= 24 \text{ mm} < 70 \text{ mm} \quad = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mittelholz

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (3 + 2 \cdot \cos 0) \cdot 8$$

$$= 40 \text{ mm} < 50 \text{ mm} \quad = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand rechtwinklig zur Faser

$$a_{2,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 8$$

$$= 24 \text{ mm} < 50 \text{ mm} \quad = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende in Faserrichtung

$$a_{3,t,req} = \max [7 \cdot d; 80 \text{ mm}] = \max [7 \cdot 8; 80 \text{ mm}]$$

$$= 80 \text{ mm} \quad = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 8$$

$$= 24 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \quad = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Nachweis des Queranschlusses

Für Bauteile mit einer Krafteinleitung rechtwinklig zur Faserrichtung sind die anschlussbedingten Querzugspannungen zu berücksichtigen. Für Queranschlüsse mit $h_e/h > 0,7$ ist ein Nachweis nicht erforderlich.

$$h_e = 2 \cdot 50 + 70 = 170 \text{ mm}$$

$$h = h_1 = 240 \text{ mm}$$

$$h_e/h = 170/240 = 0,71 > 0,7 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI Zu 8.1.4
(NA.6)

Beispiel B.2.4

Fachwerkknoten – Einschnittige Verbindung mit Nägeln

Aufgabenstellung

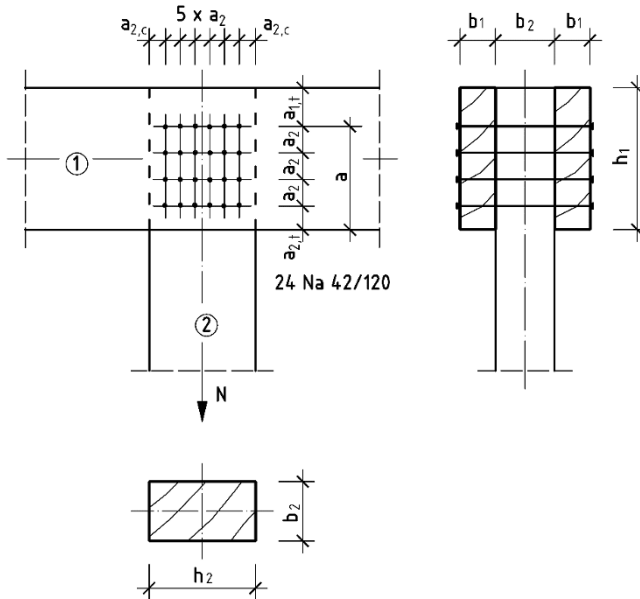


Bild B.2.4-1

$F_{G,k} = 10,0 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 12,5 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 1

$b_1/h_1 = 6/24 \text{ cm}$ Seitenhölzer
 $b_2/h_2 = 10/18 \text{ cm}$ Mittelholz
 Festigkeitsklasse C24
 Nägel Na 42/120 (nicht vorgebohrt)

Berechnung

Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 10,0 = 13,5 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 12,5 = 18,8 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 13,5 + 18,8 = 32,3 \text{ kN}$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

Konstruktive Anforderungen

Falls $(t - t_2)$ größer ist als $4 \cdot d$ dürfen sich die Nägel im Mittelholz übergreifen.

$$t = b_2 = 100 \text{ mm}$$

$$t_2 = \ell_{\text{Na}} - t_1 = 120 - 60 = 60 \text{ mm}$$

$$d = 4,2 \text{ mm}$$

$$t - t_2 = 100 - 60 = 40 > 16,8 = 4 \cdot d = 4 \cdot 4,2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Mindesteinschlagtiefe für das Mittelholz

$$\ell = 60 \text{ mm} > 16,8 = 4 \cdot d \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Mindestbauteildicken zur Berücksichtigung der Spaltgefahr bei Nagelverbindungen ohne Vorbohrung

$$t = \max \left\{ 14 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{200} \right\}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$t = \max \left\{ 14 \cdot 4,2; (13 \cdot 4,2 - 30) \cdot \frac{350}{200} \right\}$$

$$= \max \{ 58,8; 43,1 \}$$

$$= 58,8 \text{ mm} < 60 \text{ mm} = t_{\min} = t_1$$

Nachweis erbracht

Genaues Verfahren des Tragfähigkeitsnachweises der Verbindung

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rk,1} = f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d$$

$$F_{v,Rk,2} = f_{h,1,k} \cdot t_2 \cdot d$$

$$F_{v,Rk,3} = \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{1 + \beta}$$

$$\cdot \left\{ \sqrt{\beta + 2 \cdot \beta^2 \cdot \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right]} + \beta^3 \cdot \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 - \beta \cdot \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right\}$$

$$F_{v,Rk,4} = 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2 + \beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right]$$

$$F_{v,Rk,5} = 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_2 \cdot d}{1 + 2 \cdot \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta^2 \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (1 + 2 \cdot \beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_2^2}} - \beta \right]$$

$$F_{v,Rk,6} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$t_1 = 60 \text{ mm}$$

$$t_2 = \ell_{\text{Na}} - b_1$$

$$t_2 = 120 - 60$$

$$d = 4,2 \text{ mm}$$

$$= 60 \text{ mm}$$

[11] 8.3.1.1 (7)

[11] Bild 8.5

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.11)

[11] 8.3.1.2 (7)

[11] Gl. (8.19)

[13] Tab. 1

[11] 8.2.2

[11] 8.2.2 (1)

[11] Gl. (8.6) (a)

[11] Gl. (8.6) (b)

[11] Gl. (8.6) (c)

[11] Gl. (8.6) (d)

[11] Gl. (8.6) (e)

[11] Gl. (8.6) (f)

Seitenholzdicke

[11] Bild 8.5

Einschlagtiefe im Mittelholz

Na-Ø

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} \quad [11] \text{ Gl. (8.15)}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot 350 \cdot 4,2^{-0,3} = 18,66 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.8)}$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

$$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot 600 \cdot 4,2^{2,6} = 7511 \text{ Nmm}$$

$$F_{v,Rk,1} = 18,66 \cdot 60 \cdot 4,2 = 4702 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,2} = 18,66 \cdot 60 \cdot 4,2 = 4702 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,3} = \frac{18,66 \cdot 60 \cdot 4,2}{1 + 1,0} \cdot \left\{ \sqrt{1,0 + 2 \cdot 1,0^2 \cdot \left[1 + \frac{60}{60} + \left(\frac{60}{60} \right)^2 \right] + 1,0^3 \cdot \left(\frac{60}{60} \right)^2} - 1,0 \cdot \left(1 + \frac{60}{60} \right) \right\}$$

$$= 1948 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,4} = 1,05 \cdot \frac{18,66 \cdot 60 \cdot 4,2}{2 + 1,0} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 1,0 \cdot (1 + 1,0) + \frac{4 \cdot 1,0 \cdot (2 + 1,0) \cdot 7511}{18,66 \cdot 4,2 \cdot 60^2}} - 1,0 \right]$$

$$= 1775 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,5} = 1,05 \cdot \frac{18,66 \cdot 60 \cdot 4,2}{1 + 2 \cdot 1,0} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 1,0^2 \cdot (1 + 1,0) + \frac{4 \cdot 1,0 \cdot (1 + 2 \cdot 1,0) \cdot 7511}{18,66 \cdot 4,2 \cdot 60^2}} - 1,0 \right]$$

$$= 1775 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,6} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,0}{1 + 1,0}} \cdot \sqrt{2 \cdot 7511 \cdot 18,66 \cdot 4,2} = 1248 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$F_{v,Rd} = \frac{0,8 \cdot 1248}{1,3} = 768 \text{ N}$$

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Ermittlung der erforderlichen Nagelanzahl

Je Nagel weist die Verbindung eine Scherfläche auf.

Querschnittsschwächungen sind rechnerisch nicht zu berücksichtigen, da der Durchmesser der Nägel kleiner als 6 mm ist und die Nägel ohne Vorbohren eingetrieben werden.

[11] 5.2 (3)

$$n_{\text{req}} = \frac{F_d}{F_{v,Rd}} = \frac{32,3 \cdot 10^3}{768} = 42,1$$

Die Verbindung wird mit 24 Nägeln je Seite $\varnothing 4,2$ mm ausgeführt.

Die Nägel werden um mindestens 1d gegeneinander versetzt angeordnet. Daher finden die Bestimmungen zur Ermittlung der wirklichen Anzahl mehrerer in Faserrichtung hintereinander angeordneter Verbindungsmittel hier keine Anwendung.

[11] 8.3.1.1 (8)

Nachweis der Verbindung

$$\frac{F_d}{n \cdot F_{v,Rd}} = \frac{32,3 \cdot 10^3}{48 \cdot 768} = 0,88 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Vereinfachtes Verfahren zum Nachweis der Verbindung
charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

[12] NCI NA.8.2.4

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k}} \cdot d = \frac{F_{v,Rk,6}}{1,15} = 1085 \text{ N}$$

[12] Gl. (NA.109)

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 1085}{1,1} = 789 \text{ N}$$

$$\gamma_M = 1,1$$

[12] Gl. (NA.113)

Nachweis der Verbindung

$$\frac{F_d}{n \cdot F_{v,Rd}} = \frac{32,3 \cdot 10^3}{48 \cdot 789} = 0,85 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Es zeigt sich, dass die Anwendung des vereinfachten Verfahrens nach dem Nationalen Anhang zu günstigeren Ergebnissen führt. Dies ist dadurch begründet, dass zur Ermittlung der Beanspruchbarkeit der Verbindung ein Teilsicherheitsbeiwert von 1,1 angewendet werden darf.

Konstruktive Anforderungen

[11] Tab. 8.2

Seitenhölzer

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{1,\text{req}} &= (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 5 \cdot \cos 90^\circ) \cdot 4,2 \\ &= 21 \text{ mm} < 25 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{2,\text{req}} &= 5 \cdot d = 5 \cdot 4,2 \\ &= 21 \text{ mm} < 45 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,t,req} = (5 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (5 + 2 \cdot \sin 90) \cdot 4,2 \\ = 29,4 \text{ mm} < 40 \text{ mm} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 4,2 \\ = 21 \text{ mm} < 65 \text{ mm} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mittelholz

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 5 \cdot \cos 0) \cdot 4,2 \\ = 42 \text{ mm} < 45 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 4,2 \\ = 21 \text{ mm} < 25 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende in Faserrichtung

$$a_{3,t,req} = (10 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (10 + 5 \cdot \cos 0) \cdot 4,2 \\ = 63 \text{ mm} < 65 \text{ mm} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 4,2 \\ = 21 \text{ mm} < 27,5 \text{ mm} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Nachweis des Queranschlusses

Für Bauteile mit einer Krafteinleitung rechtwinklig zur Faserrichtung sind die anschlussbedingten Querkzugspannungen zu berücksichtigen. Für Queranschlüsse mit $h_e/h > 0,7$ ist ein Nachweis nicht erforderlich.

$$h_e = 3 \cdot a_2 + a_{2,t} = 3 \cdot 45 + 40 = 175 \text{ mm}$$

$$h = h_1 = 240 \text{ mm}$$

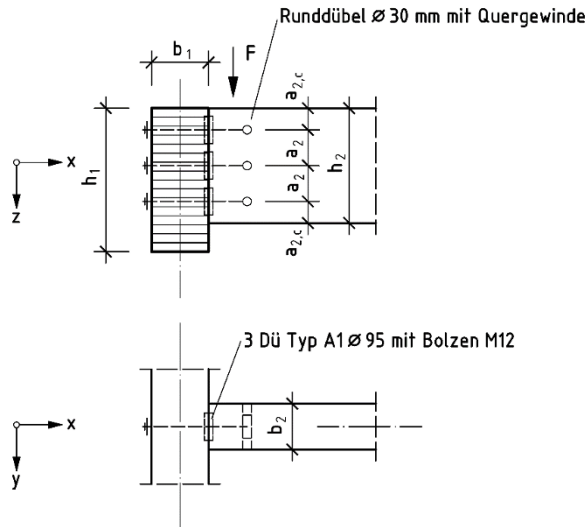
$$h_e/h = 175/240 = 0,73 > 0,7 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI Zu 8.1.4 (NA.6)

Beispiel B.2.5

Hirnholzanschluss mit Dübeln besonderer Bauart

Aufgabenstellung



$F_{G,k} = 8 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 12 \text{ kN}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2
 Hauptträger $b_1/h_1 = 20/50 \text{ mm}$
 Festigkeitsklasse GL32h
 Nebenträger $b_2/h_2 = 16/40 \text{ mm}$
 Festigkeitsklasse GL28h

3 Dübel Typ A1 Ø 95 mm
 mit Bolzen M12 und
 Scheiben $d = 5 \text{ mm}$; $d_2 = 58 \text{ mm}$
 Verankerungstiefe 120 mm

Bild B.2.5-1

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 8 = 10,8 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 12 = 18,0 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 10,8 + 18,0 = 28,8 \text{ kN}$$

Nachweis der Verbindungstragfähigkeit

[12] NCI NA.8.11

Charakteristischer Wert der Tragfähigkeit einer Verbindungseinheit

$$F_{v,H,Rk} = \frac{k_H}{(1,3 + 0,001 \cdot d_c)} \cdot F_{v,0,Rk}$$

[12] Gl. (NA.135)

$$F_{v,0,Rk} = \min \begin{cases} k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot 35 \cdot d_c^{1,5} \\ k_1 \cdot k_3 \cdot 31,5 \cdot d_c \cdot h_e \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (8.61)}$$

$$k_1 = \min \begin{cases} 1 \\ t_1 / (3 \cdot h_e) \end{cases} = \min \begin{cases} 1 \\ 120 / (3 \cdot 15) \end{cases} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.62)}$$

$t_1 = 120 \text{ mm}$ Verankerungslänge im Hirnholz

$t_2 = b_1 = 200 \text{ mm}$

$$k_2 = \min \begin{cases} k_a \\ a_{3,t} / 2 \cdot d_c \end{cases} = \min \begin{cases} 1 \\ 142,5 / 2 \cdot 95 \end{cases} = 0,75 \quad [11] \text{ Gl. (8.63)}$$

$k_a = 1,0$ [11] Gl. (8.64)

$a_{3,t} = 1,5 \cdot d_c = 1,5 \cdot 95 = 142,5 \text{ mm}$ [11] Tab. 8.7

$k_3 = 1,0$ [12] NCI NA.8.11 (NA.7)

$\rho_k = 425 \text{ N/mm}^2$ kleinerer Wert für GL28h maßgebend [14] Tab. 5

$k_4 = 1,0$ für Holz-Holz-Verbindungen [11] Gl. (8.66)

$d_c = 95 \text{ mm}$ Durchmesser des Dübels besonderer Bauart

$h_e = 15 \text{ mm}$ Einlasstiefe

$$F_{v,0,Rk} = \min \begin{cases} 1,0 \cdot 0,75 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 35 \cdot 95^{1,5} \\ 1,0 \cdot 1,0 \cdot 31,5 \cdot 95 \cdot 15 \end{cases} = 24,3 \text{ kN} \quad [11] \text{ Gl. (8.61)}$$

$k_H = 0,80$ [12] NCI NA.8.11 (NA.5)

$$F_{v,H,Rk} = \frac{0,80}{(1,3 + 0,001 \cdot 95)} \cdot 24,3 = 13,9 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit des Hirnholzanschlusses

$$F_{v,H,Rd} = n_c \cdot k_{mod} \cdot \frac{F_{v,H,Rk}}{\gamma_M} = 3 \cdot 0,9 \cdot \frac{13,9}{1,3} = 28,9 \text{ kN} \quad [12] \text{ Gl. (NA.137)}$$

$n_c = 3$ Anzahl der Verbindungseinheiten

$k_{mod} = 0,9 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 2 [11] Tab. 3.1
Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

$\gamma_M = 1,3$ [12] Tab. NA.2

Nachweis

$$\frac{F_d}{R_{c,H,d}} = \frac{28,8}{28,9} = 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

Anforderungen an den Bolzendurchmesser

$\min d_{b,req} = 12 \text{ mm}$

$\max d_{b,req} = 24 \text{ mm}$

[12] Tab. NA.18

$$d_b = 12 \text{ mm} \begin{cases} = 12 \text{ mm} = \min d_{b, \text{req}} \\ < 24 \text{ mm} = \max d_{b, \text{req}} \end{cases} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestbreite des anzuschließenden Trägers [12] Tab. 22

$$b_{2, \text{req}} = \underline{150 \text{ mm} < 160 \text{ mm}} = b_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestabstände [12] Tab. 22

Mindestrandabstand

$$a_{2, c, \text{req}} = \underline{75 \text{ mm} = 75 \text{ mm}} = a_{2, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestabstand der Dübel untereinander

$$a_2 = \underline{110 \text{ mm} < 125 \text{ mm}} = a_{2, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Beispiel B.2.6

Haupt-/Nebenträgeranschluss mit geneigt angeordneten Schrauben

Aufgabenstellung

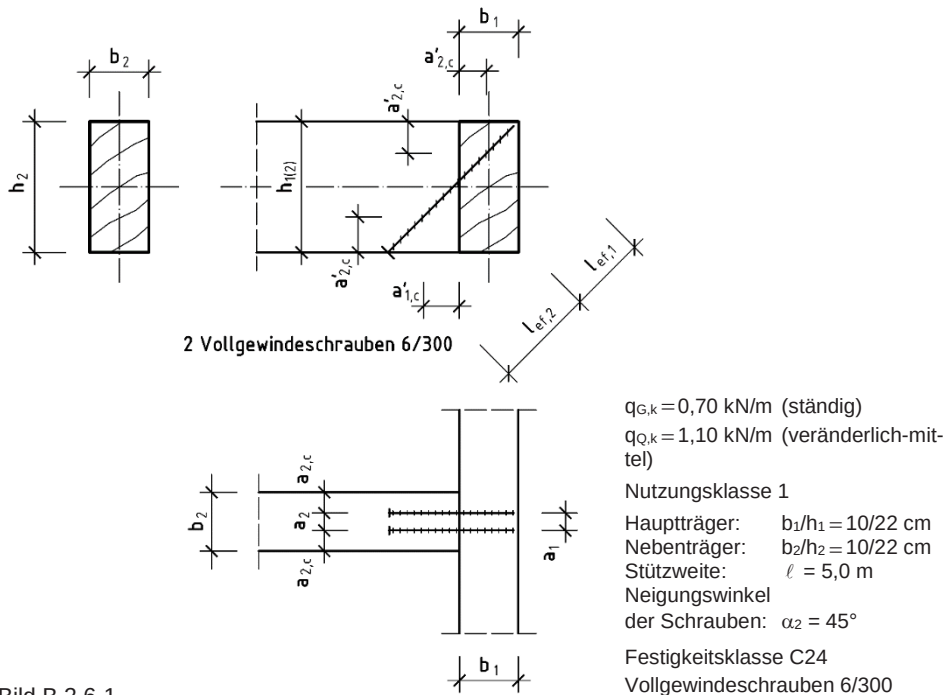


Bild B.2.6-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{G,d} = 1,35 \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 0,70 = 0,95 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,d} = 1,50 \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 1,10 = 1,65 \text{ kN/m}$$

$$q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 0,95 + 1,65 = 2,60 \text{ kN/m}$$

Querschnittswert

$$A_1 = A_2 = b_1 \cdot h_1 = 10 \cdot 22 = 220 \text{ cm}^2$$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$V_d = q_d \cdot \frac{l}{2} = 2,60 \cdot \frac{5,0}{2} = 6,5 \text{ kN}$$

Tragfähigkeitsnachweis für die Verbindung

Der Anschluss ist mit 2 geneigt angeordneten Vollgewindeschrauben $\varnothing 6$ mm und einer Länge von 300 mm auszuführen.

Die Schrauben müssen nach Zulassung mindestens der Tragfähigkeitsklasse 2B entsprechen.

Die Anordnung der Schrauben erfolgt unter einem Winkel von 45° .

Die Verbindung überträgt die anzuschließende Kraft V_d vom Deckenbalken in den Hauptträger über die Ausziehtragfähigkeit der Schrauben sowie zusätzlich über einen Reibungsanteil zwischen den beiden Trägern. Hierfür kann ein Reibungskoeffizient μ von 0,25 angesetzt werden.

Aufgrund des Vollgewindes kann der Versagensfall Kopfdurchziehen nicht auftreten. Er wird in nachfolgender Gleichung zur Ermittlung des Ausziehwiderstandes vernachlässigt.

charakteristischer Wert des Ausziehwiderstandes für den Hauptträger (unterer Schraubenteil)

Der Winkel zwischen Schraubenachse und Faserrichtung des Hauptträgers beträgt 90° .

$$F_{ax,\alpha,Rk,1} = \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot \ell_{ef,1} \cdot k_d}{1,2 \cdot \cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1}$$

effektive Einschraublänge im Deckenbalken (Nebenträger)

$$\ell_{ef,2} = \sqrt{120^2 + 120^2} = 170 \text{ mm}$$

effektive Einschraublänge im Hauptträger

$$\ell_{ef,1} = \ell_s - \ell_{ef,2} = 300 - 170 = 130 \text{ mm}$$

charakteristischer Wert des Ausziehparameters

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} \cdot \ell_{ef,1}^{-0,1} \cdot \rho_k^{0,8} = 0,52 \cdot 6^{-0,5} \cdot 130^{-0,1} \cdot 350^{0,8} = 14,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$k_d = \min \left\{ \frac{d}{8} = \frac{6}{8}, 1 \right\} = \min \left\{ \frac{6}{8}, 1 \right\} = 0,75$$

$$n_{ef} = 1,0$$

$$F_{ax,\alpha,Rk,1} = \frac{1,0 \cdot 14,2 \cdot 6 \cdot 130 \cdot 0,75}{1,2 \cdot \cos^2 90 + \sin^2 90} = 8,3 \text{ kN}$$

charakteristischer Wert des Ausziehwiderstandes für den Deckenbalkenanschluss

Der Winkel zwischen Schraubenachse und Faserrichtung des Hauptträgers beträgt 45° .

Theorie I. Ordnung

[12] NCI Zu 8.7.1 (NA.9)

[11] 8.7.2 (4)

[11] Gl. (8.38)

[11] Gl. (8.39)

[13] Tab. 1

[11] Gl. (8.40)

[11] Gl. (8.41)

$$F_{ax,\alpha,Rk,2} = \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot \ell_{ef,2} \cdot k_d}{1,2 \cdot \cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1}$$

[11] Gl. (8.38)

charakteristischer Wert des Ausziehparameters

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} \cdot \ell_{ef,2}^{-0,1} \cdot p_k^{0,8}$$

$$= 0,52 \cdot 6^{-0,5} \cdot 170^{-0,1} \cdot 350^{0,8} = 13,8 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (8.39)

$$F_{ax,\alpha,Rk,2} = \frac{1,0 \cdot 13,8 \cdot 6 \cdot 170 \cdot 0,75}{1,2 \cdot \cos^2 90 + \sin^2 90} = 10,5 \text{ kN}$$

Der maßgebende charakteristische Wert des Ausziehwiderstandes ergibt sich als Minimum aus den Ausziehwiderständen der Schraube für den Haupt- und Nebenträger.

$$F_{ax,\alpha,Rk} = \min\{F_{ax,\alpha,Rk,1}; F_{ax,\alpha,Rk,2}\} = \min\{8,3; 10,5\} = 8,3 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Ausziehtragfähigkeit je Schraube

$$F_{ax,\alpha,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{ax,\alpha,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{8,3}{1,3} = 5,1 \text{ kN}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

Bemessungswert der Tragfähigkeit der Verbindung unter Berücksichtigung des Reibungsanteils zwischen den Trägern

$$F_{Rd} = F_{ax,\alpha,Rd} \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) \cdot n$$

$$= 5100 \cdot (\sin 45 + 0,25 \cdot \cos 45) \cdot 2 = 9052 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{V_d}{F_{Rd}} = \frac{6500}{9052} = 0,72 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

Mindestholzdicke

$$t_{req} = 12 \cdot d = 12 \cdot 6 = 72 \text{ mm} < 100 \text{ mm} = b_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[11] 8.7.2 (2)

Schraubenabstände für den Hauptträger

[11] Bild 8.11.a

Mindestschraubenabstand rechtwinklig zu einer parallel zur Faserrichtung und Schraubenachse liegenden Ebene

[11] Tab. 8.6

$$a'_{2,c,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = 30 \text{ mm} < 46 \text{ mm} = a'_{2,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (5 + 7 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 7 \cdot \cos 90^\circ) \cdot 6,0$$

$$= 30 \text{ mm} = 30 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[11] Tab. 8.6

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

[11] Tab. 8.6

$$a'_{2,c,req} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = 30 \text{ mm} < 46 \text{ mm} = a'_{2,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Schraubenabstände für den Deckenbalken (Nebenträger)

[11] Tab. 8.6

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, \text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = \underline{30 \text{ mm} = 30 \text{ mm}} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a'_{1, c, \text{req}} = 10 \cdot d = 10 \cdot 6,0 = \underline{60 \text{ mm} = 60 \text{ mm}} = a'_{1, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a'_{2, c, \text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = \underline{30 \text{ mm} < 60 \text{ mm}} = a'_{2, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, c, \text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = \underline{30 \text{ mm} < 35 \text{ mm}} = a_{2, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindesteinschraubtiefe in den Hauptträger (Bauteil mit der Schraubenspitze)

[11] 8.7.2 (3)

$$\ell_{\text{ef}, \text{min}} = 6 \cdot d = 6 \cdot 6 = \underline{36 \text{ mm} < 130 \text{ mm}} = \ell_{\text{ef}, 1} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestholzdicke für Schraubenverbindungen ohne Vorbohrung

[11] 8.3.1.2 (6)

$$t_{\text{req}} = \max \left(7 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{400} \right)$$

[11] Gl. (8.18)

$$= \max \left(7 \cdot 6,0; (13 \cdot 6,0 - 30) \cdot \frac{350}{400} \right)$$

$$= \max(42 \text{ mm}; 42 \text{ mm})$$

$$= \underline{42 \text{ mm} < 100 \text{ mm}} = b_2$$

Anforderung erfüllt

Beispiel B.2.7

Queranschluss

Aufgabenstellung

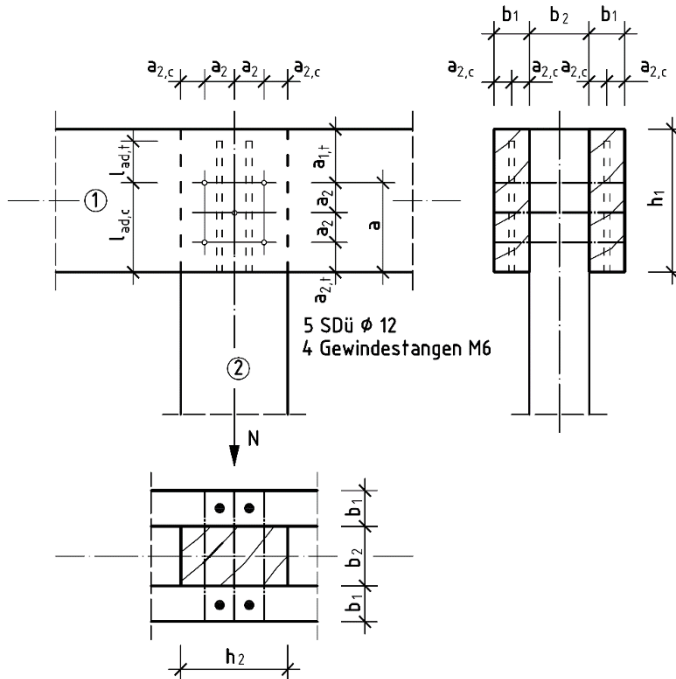


Bild B.2.7-1

$F_{G,k} = 8,0 \text{ kN}$ (ständig)

$F_{Q,k} = 12,0 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)

Nutzungsklasse 1

$b_1/h_1 = 6/24 \text{ cm}$ Seitenhölzer

$b_2/h_2 = 10/18 \text{ cm}$ Mittelholz

Festigkeitsklasse C24

Stabdübel SDÜ Ø 12

S 235 nach DIN EN 10027

Berechnung

Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

An diesem Beispiel sollen die Unterschiede zwischen dem Genauen Verfahren zum Nachweis der Tragfähigkeit stiftförmiger Verbindungsmittel nach Abschnitt 8 der DIN EN 1995-1-1 zu dem Vereinfachten Nachweisverfahren nach DIN EN 1995-1-1/NA dargestellt werden.

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 8,0 = 10,8 \text{ kN}$$

$$F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 12,0 = 18,8 \text{ kN}$$

$$F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 10,8 + 18,8 = 29,6 \text{ kN}$$

Bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_d = F_d = 29,6 \text{ kN}$$

Genaues Verfahren zum Nachweis der Verbindung

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rk,1} = f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d$$

$$F_{v,Rk,2} = 0,5 \cdot f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d$$

$$F_{v,Rk,3} = 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2 + \beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right]$$

$$F_{v,Rk,4} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$t_1 = b_1 = 60 \text{ mm}$$

$$t_2 = b_2 = 100 \text{ mm}$$

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$f_{h,1,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k$$

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 12) \cdot 350 = 25,26 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d = 1,35 + 0,015 \cdot 12 = 1,53$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$f_{h,1,k} = \frac{25,26}{1,53 \cdot \sin^2 90 + \cos^2 90} = 16,51 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{h,2,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$f_{h,2,k} = f_{h,0,k} = 25,26 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = \frac{25,26}{16,51} = 1,53$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}$$

$$f_{u,k} = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot 360 \cdot 12^{2,6} = 69071 \text{ Nmm}$$

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

[11] 8.2.2

[11] 8.2.2 (1)

[11] Gl. (8.7) (g)

[11] Gl. (8.7) (h)

[11] Gl. (8.7) (j)

[11] Gl. (8.7) (k)

Seitenholzdicke

Mittelholzdicke

SDÜ-Ø

[11] Gl. (8.31)

[11] Gl. (8.32)

[13] Tab. 1

[11] Gl. (8.33)

Seitenholz

[11] Gl. (8.31)

Mittelholz

[11] Gl. (8.8)

[11] Gl. (8.30)

$$F_{v,Rk,1} = 16,51 \cdot 60 \cdot 12 = 11887 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,2} = 0,5 \cdot 25,26 \cdot 100 \cdot 12 = 15156 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,3} = 1,05 \cdot \frac{16,51 \cdot 60 \cdot 12}{2 + 1,53} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 1,53 \cdot (1 + 1,53) + \frac{4 \cdot 1,53 \cdot (2 + 1,53) \cdot 69071}{16,51 \cdot 12 \cdot 60^2}} - 1,53 \right] = 5678 \text{ N}$$

$$F_{v,Rk,4} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,53}{1 + 1,53}} \cdot \sqrt{2 \cdot 69071 \cdot 16,51 \cdot 12} = 6616 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$F_{v,Rd} = \frac{0,8 \cdot 5678}{1,3} = 3494 \text{ N}$$

Ermittlung der erforderlichen Stabdübelanzahl

Je Stabdübel weist die Verbindung zwei Scherflächen auf.

$$F_{v,Rd,tot} = 2 \cdot F_{v,Rd} = 2 \cdot 3494 = 6988 \text{ N}$$

$$n_{req} = \frac{F_d}{F_{v,Rd,tot}} = \frac{29,6 \cdot 10^3}{6988} = 4,2$$

Die Verbindung wird mit 5 SDÜ Ø 12 mm ausgeführt.

Ermittlung der wirksamen Stabdübelanzahl

Wegen der Spaltgefahr des Holzes ist für mehrere in Kraftrichtung hintereinander angeordnete Stabdübel der Bemessungswert der Tragfähigkeit für die wirksame Stabdübelanzahl zu ermitteln.

$$n_{ef} = \min \left\{ n; n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \right\}$$

Seitenholz

$$n = 2$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$a_1 = 100 \text{ mm}$$

$$n_{ef,S} = n = 2$$

Mittelholz

$$n = 2$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$a_1 = 100 \text{ mm}$$

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 8.5.1.1 (4)

[11] Gl. (8.34)

[11] Gl. (8.35)

$$n_{\text{ef},M} = \min \left\{ 2; 2^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{100}{13 \cdot 12}} \right\} = 1,66$$

wirksame Stabdübelanzahl der Verbindung

$$n_{\text{ef}} = 2 \cdot n_{\text{ef},M} + 1 = 2 \cdot 1,66 + 1 = 4,32$$

Nachweis

$$\frac{F_d}{n_{\text{ef}} \cdot R_d} = \frac{29,6 \cdot 10^3}{4,32 \cdot 6988} = 0,98 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Vereinfachtes Verfahren des Tragfähigkeitsnachweises der Verbindung

[12] NCI NA.8.2.4

Der Nachweis nach dem Vereinfachten Verfahren soll an dieser Stelle geführt, um die Unterschiede in den Ergebnissen der Bemessungsverfahren zu verdeutlichen.

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k}} \cdot d = \frac{F_{v,Rk,4}}{1,15} = 5753 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.109)}$$

Nachweis erforderlicher Mindestdicken von Mittel- und Seitenholz
Seitenhölzer

$$t_{1,\text{req}} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,1,k}} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.110)}$$

$$= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1,53}{1 + 1,53}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{69071}{16,51 \cdot 12}} = 76,3 \text{ mm}$$

$$t_{1,\text{req}} = 76,3 \text{ mm} > 60 \text{ mm} = t_1 \quad \text{Anforderung nicht erfüllt}$$

Mittelholz

$$t_{2,\text{req}} = 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + \beta}} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,2,k}} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.112)}$$

$$= 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + 1,53}} \right) \cdot \sqrt{\frac{69071}{25,26 \cdot 12}} = 43,7 \text{ mm}$$

$$t_{2,\text{req}} = 43,7 \text{ mm} < 100 \text{ mm} = t_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Da die Dicke der Seitenhölzer t_1 kleiner als die Mindestdicke $t_{1,\text{req}}$ ist, ist der Wert $F_{v,Rk}$ mit dem Verhältniswert $t_1/t_{1,\text{req}}$ abzumindern.

[12] NCI NA.8.2.4
(NA.2)

$$F_{v,Rk,\text{red}} = F_{v,Rk} \cdot \frac{t_1}{t_{1,\text{req}}} = 5753 \cdot \frac{60}{76,3} = 4524 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Verbindungsmittel und Scherfuge

[12] NCI NA.8.2.4
(NA.3)

$$F_{v,Rd} = \frac{0,8 \cdot 4524}{1,1} = 3290 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

Je Stabdübel weist die Verbindung zwei Scherflächen auf.

$$F_{v,Rd,tot} = 2 \cdot F_{v,Rd} = 2 \cdot 3290 = 6580 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{F_d}{n_{ef} \cdot R_d} = \frac{29,6 \cdot 10^3}{4,32 \cdot 6580} = 1,04 > 1,0 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

Beim Nachweis des Anschlusses nach dem vereinfachten Verfahren ist eine Ausführung mit 5 SDü Ø 12 nicht ausreichend. Es wird eine Erhöhung der Stabdübelanzahl auf 6 erforderlich.

Ermittlung der wirksamen Stabdübelanzahl

$$n_{ef} = \min \left\{ n; n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \right\} \quad [11] \text{ Gl. (8.34)}$$

Seitenholz

$$n = 2$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$a_1 = 50 \text{ mm}$$

$$n_{ef,S} = n = 2 \quad [11] \text{ Gl. (8.35)}$$

Mittelholz

$$n = 2$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$a_1 = 70 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} n_{ef,M} &= \min \left\{ 2; 2^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{70}{13 \cdot 12}} \right\} \\ &= [\min \{ 2; 1,63 \}] \cdot 1 + 0 = 1,52 \end{aligned}$$

wirksame Stabdübelanzahl der Verbindung

$$n_{ef} = 3 \cdot n_{ef,M} = 3 \cdot 1,52 = 4,6$$

Nachweis

$$\frac{F_d}{n_{ef} \cdot F_{v,Rd}} = \frac{29,6 \cdot 10^3}{2 \cdot 4,6 \cdot 2784} = 1,15 > 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Es zeigt sich, dass der Nachweis des Anschlusses nach dem vereinfachten Verfahren zu deutlich ungünstigeren Ergebnissen führt. Er wurde an dieser Stelle geführt, um die Unterschiede zu verdeutlichen. Es wäre eine weitere Erhöhung der Stabdübelanzahl erforderlich. Da jedoch der Nachweis nach dem genaueren Verfahren erfüllt ist, wird der vereinfachte Nachweis an dieser Stelle nicht weiter verfolgt.

Konstruktive Anforderungen

[11] Tab. 8.5

Seitenhölzer

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (3 + 2 \cdot \cos 90^\circ) \cdot 12$$

[11] Bild 8.7

$$= \underline{36 \text{ mm} < 100 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, \text{req}} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12 \\ = \underline{36 \text{ mm} < 50 \text{ mm}} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4, \text{t}, \text{req}} = \max[(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 3 \cdot d] = \max[(2 + 2 \cdot \sin 90^\circ) \cdot d; 3 \cdot d] \\ = 3 \cdot d = 3 \cdot 12 \\ = \underline{36 \text{ mm} < 50 \text{ mm}} = a_{4, \text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4, \text{c}, \text{req}} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12 \\ = \underline{36 \text{ mm} < 90 \text{ mm}} = a_{4, \text{c}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mittelholz

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1, \text{req}} = (3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (3 + 2 \cdot \cos 0^\circ) \cdot 12 \\ = \underline{60 \text{ mm} < 100 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, \text{req}} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12 \\ = \underline{36 \text{ mm} < 50 \text{ mm}} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende

$$a_{3, \text{t}, \text{req}} = \max[7 \cdot d; 80 \text{ mm}] = \max[7 \cdot 12; 80 \text{ mm}] \\ = \underline{84 \text{ mm} < 90 \text{ mm}} = a_{3, \text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4, \text{c}, \text{req}} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12 \\ = \underline{36 \text{ mm} < 40 \text{ mm}} = a_{4, \text{c}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Nachweis des Queranschlusses

[12] NCI Zu 8.1.4

Im Folgenden wird lediglich der Anschluss nach dem Genauen Verfahren weiter betrachtet. Der Nachweis des Queranschlusses kann für eine Bemessung nach dem Vereinfachten Verfahren in gleicher Weise geführt werden.

Für Bauteile mit einer Krafteinleitung rechtwinklig zur Faserrichtung sind die anschlussbedingten Querkzugspannungen zu berücksichtigen. Für Queranschlüsse mit $h_e/h > 0,7$ ist ein Nachweis nicht erforderlich.

[12] NCI Zu 8.1.4 (NA.6)

$$h_e = 150 \text{ mm}$$

$$h = 240 \text{ mm}$$

$$h_e/h = 150/240 = \underline{0,63 < 0,7} \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

Für $h_e/h \leq 0,7$ ist folgende Bedingung einzuhalten

[12] NCI Zu 8.1.4 (NA.7)

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{90,Rd}} \leq 1$$

[12] Gl. (NA.103)

$$F_{90,Rd} = k_s \cdot k_r \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot h_e^2}{h^2}\right) \cdot (t_{ef} \cdot h)^{0,8} \cdot f_{t,90,d}$$

[12] Gl. (NA.104)

$$k_s = \max\left\{1; 0,7 + \frac{1,4 \cdot a_r}{h}\right\}$$

[12] Gl. (NA.105)

$$a_r = 100 \text{ mm}$$

[12] Bild NA.13

Der Abstand der äußersten Verbindungsmittel untereinander in Faserrichtung des querzuggefährdeten Holzes darf $0,5 \cdot h$ nicht überschreiten.

$$a_r = \underline{100 \text{ mm} < 120 \text{ mm}} = 0,5 \cdot 240 \text{ mm}$$

Nachweis erbracht

$$h = 240 \text{ mm}$$

$$k_s = \max\left\{1; 0,7 + \frac{1,4 \cdot 100}{240}\right\}$$

$$k_s = \max\{1; 1,28\} = 1,28$$

$$k_r = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{h_1}{h_i}\right)^2}$$

[12] Gl. (NA.106)

$$h_1 = a_{3,t} = 90 \text{ mm}$$

$$= \frac{3}{\left(\frac{90}{90}\right)^2 + \left(\frac{90}{140}\right)^2 + \left(\frac{90}{190}\right)^2} = 1,83$$

$$a = 2 \cdot a_2 + a_{4,t} = 2 \cdot 50 + 50 = 150 \text{ mm}$$

$$t_{ef} = \min\{b_2; 2 \cdot t_{pen}; 12 \cdot d\}$$

[12] NCI Zu 8.1.4 (NA.8)

$$t = b_2 = 100 \text{ mm}$$

$$t_{ef} = \min\{100; 2 \cdot 100; 12 \cdot 12\} = \min\{100; 200; 144\} = 100 \text{ mm}$$

$$f_{t,90,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{t,90,k}}{\gamma_M}$$

[11] Gl. (2.14)

$$f_{t,90,k} = 0,4 \text{ N/mm}^2$$

[13] Tab. 1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{t,90,d} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1,3} = 0,25$$

$$F_{90,Rd} = 1,28 \cdot 1,83 \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot 150^2}{240^2}\right) \cdot (100 \cdot 240)^{0,8} \cdot 0,25 = 25299 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{F_{90,d}}{R_{90,d}} = \frac{29,6 \cdot 10^3}{25299} = 1,17 > 1 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

Die Aufnahme der Querkzugbeanspruchungen erfolgt über Verstärkungen mit 4 eingeklebten Gewindebolzen M6 nach DIN 976-1:1995-02.

[12] NCI NA.6.8.2

$$F_{t,90,d} = [1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3] \cdot F_{Ed}$$

[12] Gl. (NA.69)

$$\alpha = \frac{h_e}{h} = \frac{150}{240} = 0,63$$

[12] Bild NA.8

$$F_{t,90,d} = [1 - 3 \cdot 0,63^2 + 2 \cdot 0,63^3] \cdot 29,6 \cdot 10^3 = 9158 \text{ N}$$

Für die gleichmäßig verteilt angenommene Klebfugenspannung ist nachzuweisen, dass

[12] NCI NA.6.8.2 (NA.2)

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} \leq 1$$

[12] Gl. (NA.70)

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n \cdot d \cdot \pi \cdot \ell_{ad}}$$

[12] Gl. (NA.71)

$$\ell_{ad} = \min\{\ell_{ad,c}; \ell_{ad,t}\}$$

$$\ell_{ad,c} = 150 \text{ mm}$$

$$\ell_{ad,t} = 240 - 20 - 150 = 70 \text{ mm}$$

$$\ell_{ad} = \min\{150; 70\} = 70 \text{ mm}$$

$$n = 4$$

$$d = 6 \text{ mm}$$

Anzahl der Gewindestangen

$$\tau_{ef,d} = \frac{9158}{4 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 70} = 1,74 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,46 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{k1,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für } \ell_{ad} = 70 \text{ mm} < 250 \text{ mm}$$

Nachweis

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} = \frac{1,74}{2,46} = 0,70 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Zugbeanspruchung der Gewindestangen

Gewindestangen der Festigkeitsklasse 4.8

Die Zugbeanspruchung der Gewindestangen ist mit dem Spannungsquerschnitt nachzuweisen.

$$N_{R,d} = \min \left\{ \begin{array}{l} A_{Sp} \cdot f_{y,b,k} / (1,1 \cdot \gamma_M) \\ A_{Sp} \cdot f_{u,b,k} / (1,25 \cdot \gamma_M) \end{array} \right.$$

$$A_{Sp} = \pi \cdot (d_2 + d_3)^2 / 16$$

$$d_2 = d_{2,min} = 5,361 \text{ mm}$$

$$d_3 = d_{3,min} = 4,663 \text{ mm}$$

$$A_{Sp} = \pi \cdot (5,361 + 4,663)^2 / 16 = 19,7 \text{ mm}^2$$

$$f_{y,b,k} = 320 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{u,b,k} = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_M = 1,1$$

$$N_{R,d} = \min \left\{ \frac{19,7 \cdot 320}{(1,1 \cdot 1,1)}, \frac{19,7 \cdot 400}{(1,25 \cdot 1,1)} \right\} = \min \left\{ \frac{5210}{5731} \right\} = 5210 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{F_{t,90,d}}{4 \cdot N_{R,d}} = \frac{9158}{4 \cdot 5210} = 0,44 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = 3 \cdot d_r = 3 \cdot 6 = 18 \text{ mm} < 40 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 2,5 \cdot d_r = 2,5 \cdot 6 = 15 \text{ mm} < 30 \text{ mm} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[12] NCI NA.6.8.1
(NA.5)

Beispiel B.2.8

Koppelpfettenanschluss

Aufgabenstellung

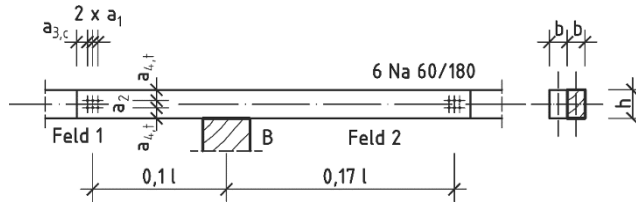


Bild B.2.8-1

$q_{G,k} = 0,3 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 0,6 \text{ kN/m}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2

Pfetten $b/h = 10/16 \text{ cm}$
 Feldlänge $\ell_F = 7,50 \text{ m}$
 Festigkeitsklasse C30
 Nägel Na 60/180 (nicht vorgebohrt)

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Es wird der Nachweis des Koppelpfettenanschlusses für die Koppelpfette des Beispiels A.2.4 geführt. Aus den dort ermittelten Bemessungswerten der Einwirkungen werden die maßgebenden Verbindungskräfte berechnet.

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$\begin{aligned} q_{z,d} &= q_{G,z,d} + q_{Q,z,d} = 0,41 + 0,89 &= 1,30 \text{ kN/m} \\ q_{y,d} &= q_{G,y,d} + q_{Q,y,d} = 0,07 + 0,15 &= 0,22 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

bemessungsmaßgebende Kopplungskräfte

Es werden die Kopplungskräfte eines sechsfeldrigen Trägers angesetzt. Bei einem Abstand der Kopplungspunkte vom Auflager von $0,10 \cdot \ell_F$ und $0,17 \cdot \ell_F$ ergeben sich die maximalen Kopplungskräfte entsprechend [19] zu:

Theorie I. Ordnung

[19] Tab. 6

Kopplungskraft in z-Richtung

(Beanspruchung der Nagelgruppe rechtwinklig zur Stiftachse)

$$\begin{aligned} F_{d,z} &= F_{ra,tot,d} = k \cdot q_{z,d} \cdot \ell_F \\ &= 0,430 \cdot 1,30 \cdot 7,5 &= 4,19 \text{ kN} \end{aligned}$$

Kopplungskraft in y-Richtung

(Beanspruchung der Nagelgruppe in Richtung der Stiftachse)

$$\begin{aligned} F_{d,y} &= F_{ax,tot,d} = k \cdot q_{y,d} \cdot \ell_F \\ &= 0,430 \cdot 0,22 \cdot 7,5 &= 0,71 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nachweise der Querschnittstragfähigkeit für die Pfetten

Da Nägel mit einem Durchmesser von 6 mm ohne Vorbohren eingetrieben werden, sind neben den in Beispiel A.2.4. geführten Nachweisen keine zusätzlichen Nachweise unter Berücksichtigung von Querschnittsschwächungen zu führen.

[11] 5.2 (3)

vereinfachter Tragfähigkeitsnachweis für die Nägel rechtwinklig zur Stiftachse

[12] NCI NA.8.2.4

charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ und des Fließmoments $M_{y,k}$

[11] 8.3.1.1

$$\rho_k = 380 \text{ kg/m}^3$$

[13] Tab. 1

$$f_{h,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 380 \cdot 6,0^{-0,3} = 18,2 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (8.15)

$$\beta = 1,0$$

[11] 8.2.2 (2)

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 6,0^{2,6} = 18987 \text{ Nmm}$$

[11] Gl. (8.14)

$$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 18987 \cdot 18,2 \cdot 6,0} = 2036 \text{ N}$$

[12] Gl. (NA.120)

Nachweis der Minstdicken bzw. Mindesteinschlagtiefen von Seiten- und Mittelholz

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 6,0 = 54 \text{ mm}$$

[12] Gl. (NA.121)

$$t = b = 100 \text{ mm}$$

$$\ell_{\text{ef}} = \ell_{\text{Na}} - b$$

$$\ell_{\text{Na}} = 180 \text{ mm}$$

$$\ell_{\text{ef}} = 180 - 100 = 80 \text{ mm}$$

maßgebend

$$t_{\text{req}} = 54 < 80 = \ell_{\text{ef}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{2036}{1,3} = 1253 \text{ N}$$

[11] Gl. (2.17)

$$k_{\text{mod}} = 0,8 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

Beanspruchung eines Nagels rechtwinklig zur Stiftachse

Der Anschluss wird mit 6 Nägeln ausgeführt. Pro Nagel ergibt sich 1 Scherfläche, so dass die Verbindung insgesamt 6 Scherflächen aufweist.

$$F_{\text{fa,d}} = \frac{F_{\text{fa,tot,d}}}{n} = \frac{4190}{6} = 698 \text{ N}$$

Bemessung zusätzlicher Verbindungsmittel auf eine in Richtung der Stiftachse wirkende Zugkraft

Da die glattschaftigen Nägel der Koppelpfettenkonstruktion ständig auf Herausziehen beansprucht werden, ist der charakteristische Wert des Ausziehparameters $f_{1,k}$ nur mit 60 % in Rechnung zu stellen.

Dabei dürfen die Nagellöcher nicht vorgebohrt werden.

charakteristischer Wert des Ausziehwiderstandes pro Nagel

$$F_{ax,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{ax,k} \cdot d \cdot t_{pen} \\ f_{ax,k} \cdot d \cdot t + f_{head,k} \cdot d_h^2 \end{array} \right. \quad [12] \text{ NCI Zu 8.3.2 (NA.11)}$$

$$d = 6,0 \text{ mm}$$

$$f_{ax,k} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 380^2 = 2,9 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.24)}$$

$$\ell_{ef} = 80 \text{ mm} = t_{pen}$$

$$\ell_{ef,req} = 12 \cdot d = 12 \cdot 6,0 = 72 \text{ mm} \quad [11] \text{ 8.3.2 (4)}$$

$$\ell_{ef} = 80 \text{ mm} > 72 \text{ mm} = \ell_{ef,req} \quad \text{Anforderung erfüllt} \quad [11] \text{ 8.3.2 (6)}$$

$$f_{head,k} = 70 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 = 70 \cdot 10^{-6} \cdot 380^2 = 10,1 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.25)}$$

Außendurchmesser des Nagelkopfes

$$d_k = 12 \text{ mm}$$

$$F_{ax,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} 2,9 \cdot 6 \cdot 80 \\ 2,9 \cdot 6 \cdot 100 + 10,1 \cdot 12 \end{array} \right. = \min \left\{ \begin{array}{l} 1392 \\ 1861 \end{array} \right. = 1392 \text{ N}$$

Es ist eine Einbauholzfeuchte unter 20 % einzuhalten.

Die Nagelabstände in Schafrichtung beanspruchter Nägel entsprechen denen rechtwinklig zur Nagelachse.

Bemessungswert des Ausziehwiderstandes

$$F_{ax,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{ax,Rk}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{1392}{1,3} = 857 \text{ N} \quad [11] \text{ Gl. (2.17)}$$

γ_M für Holz bzw. Holzwerkstoffe

Beanspruchung eines Nagels in Richtung der Stiftachse

Der Anschluss wird mit 6 Nägeln ausgeführt.

$$F_{ax,d} = \frac{F_{ax,tot,d}}{n} = \frac{710}{6} = 118 \text{ N}$$

Nachweis der Tragfähigkeit kombiniert beanspruchter Nägel

$$\left(\frac{F_{ax,d}}{F_{ax,Rd}} \right)^{1,5} + \left(\frac{F_{t,d}}{F_{v,Rd}} \right)^{1,5} \leq 1 \quad [12] \text{ NCI Zu 8.3.3}$$

$$\left(\frac{118}{857} \right)^{1,5} + \left(\frac{698}{1253} \right)^{1,5} = 0,47 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [12] \text{ Gl. [NA.130]}$$

Konstruktive Anforderungen

Nagelabstände

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,\text{req}} = (5 + 7 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 7 \cdot \cos 90^\circ) \cdot 6,0 \\ = \underline{30 \text{ mm} = 30 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,\text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = \underline{30 \text{ mm} < 40 \text{ mm}} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a_{3,\text{c},\text{req}} = 10 \cdot d = 10 \cdot 6,0 = \underline{60 \text{ mm} = 60 \text{ mm}} = a_{3,\text{c}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,\text{c},\text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 6,0 = \underline{30 \text{ mm} < 60 \text{ mm}} = a_{4,\text{c}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,\text{t},\text{req}} = (5 + 5 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (5 + 5 \cdot \sin 90^\circ) \cdot 6,0 \\ = \underline{60 \text{ mm} < 60 \text{ mm}} = a_{4,\text{t}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestholzdicke für Nagelverbindungen ohne Vorbohrung

$$t_{\text{req}} = \max \left(14 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{200} \right) \\ = \max \left(14 \cdot 6,0; (13 \cdot 6,0 - 30) \cdot \frac{380}{200} \right) \\ = \max(84 \text{ mm}; 91,2 \text{ mm}) \\ = \underline{91,2 \text{ mm} < 100 \text{ mm}} = t \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[11] Tab. 8.2,
Bild 8.7

[11] 8.3.1.2 (7)

[11] Gl. (8.19)

Beispiel B.2.9

Gerbergelenkanschluss

Aufgabenstellung

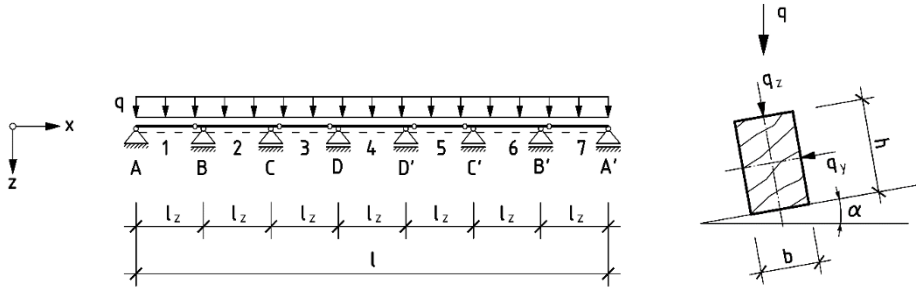


Bild B.2.9-1

 $q_{G,k} = 0,2 \text{ kN/m (ständig)}$
 $q_{Q,k} = 0,8 \text{ kN/m (veränderlich-kurz)}$

Nutzungsklasse 2

 $\ell = 52,50 \text{ m}$
 $\ell_F = 7,50 \text{ m}$
 $b/h = 10/18 \text{ cm}$
 $\alpha = 5^\circ \text{ Neigung der Pfette}$

Festigkeitsklasse C24

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Es wird der Nachweis des Gerbergelenkanschlusses für die Gerberpfette des Beispiels A.2.5 geführt. Aus den dort ermittelten Bemessungswerten der Einwirkungen werden die maßgebenden Verbindungskräfte berechnet. Der maßgebende Nachweis ergibt sich für das Gelenk im Endfeld.

Es werden zwei verschiedene Anschlussmöglichkeiten für das Gerbergelenk bemessen.

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{z,d} = 1,47 \text{ kN/m}$$

$$q_{y,d} = 0,14 \text{ kN/m}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$V_{z,d} = G_{1,z} = 0,4375 \cdot q_{z,d} \cdot \ell_F = 0,4375 \cdot 1,47 \cdot 7,5 = 4,82 \text{ kN}$$

$$V_{y,d} = G_{1,y} = 0,4375 \cdot q_{y,d} \cdot \ell_F = 0,4375 \cdot 0,14 \cdot 7,5 = 0,46 \text{ kN}$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{m,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

Beispiel A.2.5

[19] Tab. 7

[13] Tab. 1

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

$$k_{mod} = 0,9 \rightarrow \text{Nutzungs-kategorie: 2}$$

$$\text{Kategorie der Lasteinwirkungsdauer: kurz}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{21}{1,3} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Anschlussmöglichkeit 1 mit einem Dübel besonderer Bauart

Der Anschluss wird mit einem Dübel besonderer Bauart mit einem Passbolzen ausgeführt. Die Kraftübertragung erfolgt sowohl durch den Dübel als auch über Flächenpressung in der schrägen Kontaktfläche.

Dübel Typ C1 Ø 50 mm mit Bolzen M10 der Festigkeitsklasse 3.6

Dü Typ C1 Ø 50 mit Pb M10

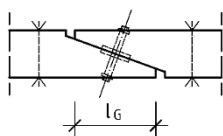


Bild B.2.9-2

Aufteilung der vertikalen Gelenkkraft in der Kontaktfläche

$$V_{z,d,70} = V_{z,d} \cdot \cos \beta = 4,82 \cdot \cos 20^\circ = 4,53 \text{ kN}$$

$$V_{z,d,20} = V_{z,d} \cdot \sin \beta = 4,82 \cdot \sin 20^\circ = 1,65 \text{ kN}$$

Winkel der Druckfläche zur Faser

$$\beta = 20^\circ$$

Dübelbeanspruchung

$$V_d = \sqrt{V_{z,d,20}^2 + V_{y,d}^2} = \sqrt{1,65^2 + 0,46^2} = 1,71 \text{ kN}$$

$$\tan \alpha = \frac{V_{y,d}}{V_{z,d,20}} = \frac{0,46}{1,65}$$

$$\alpha = \arctan \frac{0,46}{1,65} = 15,6^\circ$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit der Verbindungseinheit

$$F_{\alpha,Rd} = F_{v,Rd,c} + F_{\alpha,Rd,b} \quad [11] \text{ 8.10 (1)}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit des Dübels

[11] 2.4.3

$$F_{v,Rd,c} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{v,Rk,c}}{\gamma_M} \quad [11] \text{ Gl. (2.17)}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array} \quad [11] \text{ Tab. 3.1}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad [12] \text{ Tab. NA.2}$$

$$F_{v,Rk,c} = 18 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot d_c^{1,5} \quad [11] \text{ Gl. (8.72)}$$

$$k_1 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ t_1 / (3 \cdot h_e) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 96 / (3 \cdot 6) \end{array} \right\} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.73)}$$

$$t_1 = t_2 = \frac{h/2}{\cos 20^\circ} = \frac{180/2}{\cos 20^\circ} = 96 \text{ mm}$$

$$h_e = 6 \text{ mm} \quad \text{Einpresstiefe der Zähne}$$

$$k_2 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ a_{3,t} / (1,5 \cdot d_c) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 80 / (2 \cdot 50) \end{array} \right\} = 0,8 \quad [11] \text{ Gl. (8.74)}$$

$$a_{3,t} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,1 \cdot d_c \\ 7 \cdot d \\ 80 \text{ mm} \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,1 \cdot 50 \\ 7 \cdot 10 \\ 80 \text{ mm} \end{array} \right\} = 80 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (8.75)}$$

$$k_3 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ \rho_k / 350 \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 350 / 350 \end{array} \right\} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.78)}$$

$$h_e = 6 \text{ mm} \quad \text{Einpresstiefe der Zähne}$$

$$F_{v,Rk,c} = 18 \cdot 1,0 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 50^{1,5} = 5091 \text{ N}$$

$$F_{v,Rd,c} = \frac{0,9 \cdot 5091}{1,3} = 3525 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit des Bolzens

[11] 8.5

$$F_{\alpha,Rd,b} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{\alpha,Rk,b}}{\gamma_M} \quad [11] \text{ Gl. (2.17)}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad [12] \text{ Tab. NA.2}$$

$$F_{\alpha,Rk,b} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,\alpha,k} \cdot d} \quad [12] \text{ Gl. (NA.109)}$$

$$\beta = 1,0 \quad (\text{gleiche Lochleibungsfestigkeit in beiden Hölzern})$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 300 \cdot 10^{2,6} = 35830 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.30)}$$

$$f_{u,k} = 300 \text{ N/mm}^2 \quad [15] \text{ Tab. 3.1}$$

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad [11] \text{ Gl. (8.31)}$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d = 1,35 + 0,015 \cdot 10 = 1,50 \quad [11] \text{ Gl. (8.33)}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k \quad [11] \text{ Gl. (8.32)}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 10) \cdot 350 &= 25,8 \text{ N/mm}^2 \\
 \rho_k &= 350 \text{ kg/m}^3 \\
 f_{h,\alpha,k} &= \frac{25,8}{1,5 \cdot \sin^2 15,6^\circ + \cos^2 15,6^\circ} &= 24,9 \text{ N/mm}^2 \\
 F_{\alpha,Rk,b} &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{1+1}} \cdot \sqrt{2 \cdot 35830 \cdot 24,9 \cdot 10} &= 4224 \text{ N} \\
 F_{\alpha,Rd,b} &= \frac{0,9 \cdot 4224}{1,3} &= 2924 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

$$\begin{aligned}
 t_{\text{req}} &= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,\alpha,k} \cdot d}} \\
 &= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1+1}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{35830}{24,9 \cdot 10}} \\
 &= 47 \text{ mm} < 90 \text{ mm} = \frac{180}{2} = \frac{h}{2} = t &\text{Anforderung erfüllt}
 \end{aligned}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit der Verbindungseinheit

$$F_{\alpha,Rd} = F_{v,Rd,c} + F_{\alpha,Rd,b} = 3525 + 2924 = 6449 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{V_d}{F_{\alpha,Rd}} = \frac{1,71 \cdot 10^3}{6449} = 0,27 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

Mindestabstände für den Dübel besonderer Bauart

$$\begin{aligned}
 a_{3,t,\text{req}} &= 2,0 \cdot d_c = 2,0 \cdot 50 \\
 &= 100 \text{ mm} < 120 \text{ mm} = a_3 &\text{Anforderung erfüllt}
 \end{aligned}$$

Mindestabstände für den Bolzen

$$\begin{aligned}
 a_{3,t,\text{req}} &= \max \left\{ \frac{7 \cdot d = 7 \cdot 10}{80} \right\} \\
 &= \max \left\{ \frac{70}{80} \right\} = 80 \text{ mm} < 120 \text{ mm} = a_{3,t} &\text{Anforderung erfüllt} \\
 a_{4,t,\text{req}} &= \max \left\{ \frac{(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d}{3 \cdot d} \right\} = \max \left\{ \frac{(2 + 2 \cdot \sin 15,6^\circ) \cdot 10}{3 \cdot 10} \right\} \\
 &= \max \left\{ \frac{25}{30} \right\} = 30 \text{ mm} < 50 \text{ mm} = a_{4,t} &\text{Anforderung erfüllt}
 \end{aligned}$$

Nachweis der Flächenpressung

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad [11] \text{ Gl. (6.16)}$$

[12] NCI NA.8.2.4

[12] Gl. (NA.110)

[11] Tab. 8.8

[11] Tab. 8.4

$$\alpha = \beta = 20^\circ$$

$$k_{c,90} = 1,5$$

[11] 6.1.5 (4)

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{V_{z,d,90}}{A_{ef}}$$

[11] Bild 6.7

$$A_{ef} = b \cdot \left(\frac{\ell_G}{\cos \beta} + 30 \cdot \cos \beta \right)$$

[11] Bild 6.7

ℓ_G Grundlänge der Kontaktfläche

$$A_{ef} = 100 \cdot \left(\frac{240}{\cos 20^\circ} + 30 \cdot \cos 20^\circ \right) = 283,6 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{4,53 \cdot 10^3}{283,6 \cdot 10^2} = 0,16 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

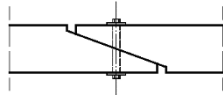
$$0,16 \leq 9,4 = \frac{14,5}{1,5 \cdot 1,7 \sin^2 20 + \cos^2 20} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] Gl. (6.16)

Anschlussmöglichkeit 2 mit einem Passbolzen

Der Anschluss wird mit einem auf Zug beanspruchten Passbolzen ausgeführt. Es sind die Zugbeanspruchung für den Passbolzen und die Flächenpressung für die Unterlegscheibe nachzuweisen.

Passbolzen M12 der Festigkeitsklasse 4.6 mit einer Unterlegscheibe 14/58 (Innen-/Außendurchmesser) nach DIN EN ISO 898-1



Pb M12 4.6 mit Unterlegscheibe 14/58

Bild B.2.9-3

Nachweis auf Zug für den Passbolzen nach DIN EN 1993-1-8

$$\frac{F_{t,Ed}}{F_{t,Rd}} \leq 1$$

[17] Tab. 3.2

Bemessungswert der Beanspruchung

$$F_{t,Ed} = V_{z,d} = 4,82 \text{ kN}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{M2}}$$

[17] Tab. 3.4

$$f_{ub} = 400 \text{ N/mm}^2$$

[17] Tab. 3.1

$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{d_s + d_k}{2} \right)^2$$

$$d_s = 12 \text{ mm}$$

$$d_k = 8,72 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{1,2 + 0,872}{4} \right)^2 = 0,843 \text{ cm}^2$$

$$k_2 = 0,9$$

$$\gamma_{M2} = 1,25$$

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot 400 \cdot 0,843 \cdot 10^2}{1,25} = 24278 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{F_{t,Ed}}{F_{t,Rd}} = \frac{4,82 \cdot 10^3}{24278} = 0,20 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Tragfähigkeit für eine Beanspruchung rechtwinklig zur Stiftachse (Abscheren)

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} \leq 1$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$F_{v,Ed} = V_{y,d} = 0,46 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit des Passbolzens

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M}$$

$$\gamma_M = 1,1$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit des Passbolzens

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$\beta = 1,0 \quad (\text{gleiche Lochleibungsfestigkeit in beiden Hölzern})$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 400 \cdot 12^{2,6} = 76745 \text{ Nmm}$$

$$f_{h,1,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k$$

$$= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 12) \cdot 350 = 25,3 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d = 1,35 + 0,015 \cdot 12 = 1,53$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$f_{h,1,k} = \frac{25,3}{1,53} = 16,5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{1 + 1}} \cdot \sqrt{2 \cdot 76745 \cdot 16,5 \cdot 12} = 5513 \text{ N}$$

Schaftdurchmesser

Kerndurchmesser

[17] Tab. 3.4

[15] 6.1 (1) und

[16] NDP zu 6.1(1)

[11] 2.4.3

[11] Gl. (2.17)

[12] Gl. (NA.113)

[11] 8.5

[12] Gl. (NA.109)

[11] Gl. (8.30)

[11] Gl. (8.31)

[11] Gl. (8.32)

[11] Gl. (8.33)

Bemessungswert der Tragfähigkeit des Passbolzens

$$F_{v,Rd} = \frac{0,9 \cdot 5513}{1,1} = 4511 \text{ N}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

$$\begin{aligned} t_{req} &= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d}} \\ &= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1+1}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{76745}{16,5 \cdot 12}} \\ &= \underline{77 \text{ mm} < 90 \text{ mm}} = \frac{180}{2} = \frac{h}{2} = t \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{[12] Gl. (NA.110)} \\ \text{Anforderung erfüllt} \end{array}$$

Nachweis

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} = \frac{0,46 \cdot 10^3}{4511} = \underline{0,10 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Aufgrund der geringen Auslastungen kann auf eine Überlagerung der Beanspruchungen des Passbolzens auf Zug und Abscheren verzichtet werden.

Konstruktive Anforderungen

Mindestabstände für den Passbolzen

$$\begin{aligned} a_{3,c,req} &= (1 + 6 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (1 + 6 \cdot \sin 90) \cdot 12 \\ &= \underline{84 \text{ mm} < 120 \text{ mm}} = a_{3,c} \quad \text{Anforderung erfüllt} \\ a_{4,t,req} &= \max \left\{ \frac{(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d}{3 \cdot d} \right\} = \max \left\{ \frac{(2 + 2 \cdot \sin 90) \cdot 12}{3 \cdot 12} \right\} \\ &= \max \left\{ \frac{48}{36} \right\} = \underline{48 \text{ mm} < 50 \text{ mm}} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{[11] Tab. 8.4} \end{array}$$

Nachweis der Flächenpressung an der Unterlegscheibe

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \text{[11] 6.1.5} \\ \text{[11] Gl. (6.3)} \end{array}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\begin{aligned} \sigma_{c,90,d} &= \frac{V_{z,d}}{A_{ef}} \\ A_{ef} &= \frac{\pi}{4} \cdot (d_2^2 - d_b^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (5,8^2 - 1,4^2) = 24,88 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{c,90,d} &= \frac{4,82 \cdot 10^3}{24,88 \cdot 10^2} = 1,94 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Querdruckbeiwert

$$\left. \begin{array}{l} \ell_1 > 360 \text{ mm} = 2 \cdot h \\ \ell = 58 \text{ mm} < 400 \text{ mm} \end{array} \right\} k_{c,90} = 1,5$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{1,94}{1,5 \cdot 1,7} = \underline{0,76 < 1}$$

Nachweis erbracht

[11] 6.1.5 (4)

Beispiel B.2.10

Firstgelenk

Aufgabenstellung

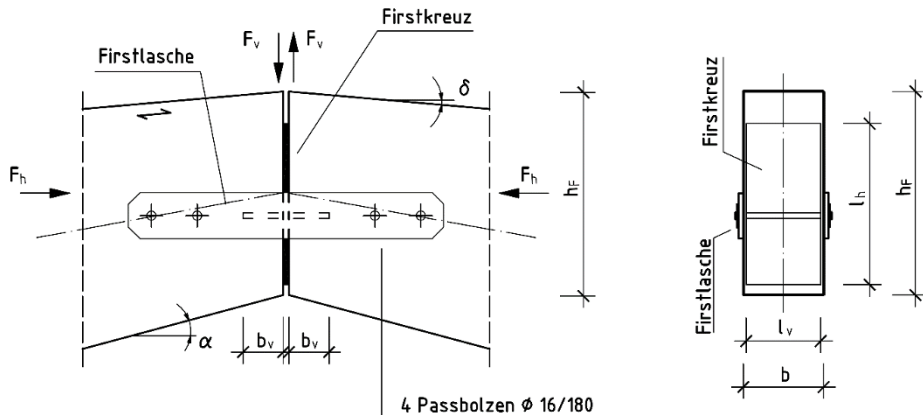


Bild B.2.10-1

 $F_{v,d} = 15,4 \text{ kN}$
 $F_{h,d} = 120 \text{ kN}$

Nutzungsklasse 2

Rahmenbinder mit veränderlicher Höhe $b = 14 \text{ cm}$ $h_F = 35,4 \text{ cm}$ Höhe im First $\square = 5^\circ$ Dachneigung $\alpha = 15^\circ$ Neigungswinkel

Festigkeitsklasse GL24h

Firstkreuz:

1 x FL 280x130x10, S 235

2 x FL 130x70x10, S 235

Firstlasche (konstruktiv):

2 x BL 550x8x80, S235

4 x PB Ø16/180

Berechnung

Tragfähigkeitsnachweis der Verbindung

Die horizontalen und vertikalen Kräfte werden durch Flächenpressung unter dem Winkel α übertragen.

bemessungsmaßgebende SchnittgröÙe

$$F_{v,d} = 15,4 \text{ kN}$$

$$F_{h,d} = 120,0 \text{ kN}$$

$$M_d = F_{v,d} \cdot a$$

$$a = 2 \cdot \frac{b_v}{2} + t = 2 \cdot \frac{70}{2} + 10$$

$$= 80 \text{ mm}$$

$$M_d = 15,4 \cdot 80 \cdot 10^{-1}$$

$$= 123,2 \text{ kNcm}$$

$$V = F_{v,d} \cdot \cos \alpha + F_{h,d} \cdot \sin \alpha$$

$$= 15,4 \cdot \cos 5^\circ + 120 \cdot \sin 5^\circ$$

$$= 25,8 \text{ kN}$$

Anmerkung

Theorie I. Ordnung

Querschnittswerte

$$A_v = b_v \cdot \ell_v = 7,0 \cdot 13,0 = 91 \text{ cm}^2$$

$$A_h = b_h \cdot \ell_h = 13,0 \cdot 28,0 = 364 \text{ cm}^2$$

$$W_h = \frac{b_h \cdot \ell_h^2}{6} = \frac{13,0 \cdot 28,0^2}{6} = 1699 \text{ cm}^3$$

$$A' = k_{cr} \cdot b \cdot h'$$

$$h' = h_F \cdot \cos \alpha = 35,4 \cdot \cos 5 = 35,3 \text{ cm}$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71$$

$$A' = 0,71 \cdot 14 \cdot 35,3 = 353 \text{ cm}^2$$

Fläche des horizontalen Bleches
Fläche des vertikalen Bleches

Fläche zur Übertragung der Schubkräfte
[12] NDP Zu 6.1.7(2)

Bemessungswert der Beanspruchung

vertikale Beanspruchung

$$\sigma_{c,\alpha,v,d} = \frac{F_{v,d}}{A_v} = \frac{15,4 \cdot 10^3}{91 \cdot 10^2} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

horizontale Beanspruchung

Die vertikale Beanspruchung aus der Querkraft $F_{v,d}$ erzeugt eine Momentenbeanspruchung. Die Randspannung infolge Biegedruck führt zu einer Erhöhung der Druckspannung des Querschnitts.

$$\sigma_{c,\alpha,d,h} = \frac{F_{h,d}}{A_h} = \frac{120 \cdot 10^3}{364 \cdot 10^2} = 3,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,\alpha,d,h} = \frac{M_d}{W_h} = \frac{123,2 \cdot 10^4}{1699 \cdot 10^3} = 0,73 \text{ N/mm}^2$$

Der Querschnitt wird vollständig überdrückt. Die Randspannung ergibt sich aus der Addition beider Normalspannungsanteile.

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{h,d}}{A_h} + \frac{M_d}{W_h} = 3,3 + 0,73 = 4,03 \text{ N/mm}^2$$

Beanspruchung aus Schub

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V}{A'} = 1,5 \cdot \frac{25,8 \cdot 10^3}{353 \cdot 10^2} = 1,1 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{c,0,g,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,g,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,g,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

[14] Tab. 5

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)
[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

$$\begin{aligned}
 f_{c,0,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,g,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{24,0}{1,3} &= 14,8 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{c,90,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,g,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{2,5}{1,3} &= 1,5 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{v,d} &= k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,g,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{3,5}{1,3} &= 2,2 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit aus vertikaler Beanspruchung

$$\begin{aligned}
 \sigma_{c,\alpha,V,d} &\leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} && [11] \text{ Gl. (6.16)} \\
 \alpha &= 90^\circ - 5^\circ && = 85^\circ \\
 k_{c,90} &= 1,5 && [11] 6.1.5 (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{c,\alpha,d} &= \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{14,8}{\frac{14,8}{1,5 \cdot 1,5} \sin^2 85^\circ + \cos^2 85^\circ} \\
 &= \frac{14,8}{1,5 \cdot 1,5 \sin^2 85^\circ + \cos^2 85^\circ} = 2,3 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,V,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{1,7}{2,3} = 0,74 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit aus horizontaler Beanspruchung

$$\begin{aligned}
 \sigma_{c,\alpha,d} &\leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} && [11] \text{ Gl. (6.16)} \\
 \alpha &= 5^\circ && \\
 k_{c,90} &= 1,0 && [11] 6.1.5 (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{c,\alpha,d} &= \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{14,8}{\frac{14,8}{1,0 \cdot 1,5} \sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ} \\
 &= \frac{14,8}{1,0 \cdot 1,5 \sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ} = 13,9 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{4,03}{13,9} = 0,29 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.13)

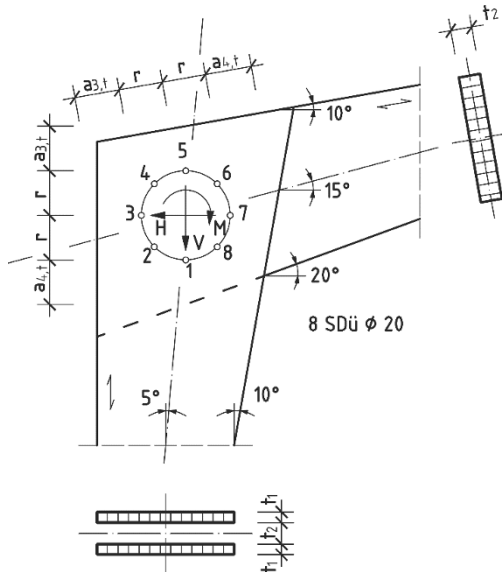
$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,1}{2,2} = \underline{0,50 < 1}$$

Nachweis erbracht

Beispiel B.2.11

Gedübelte Rahmenecke

Aufgabenstellung



$V_{G,k} = 5,0 \text{ kN}$ (ständig)
 $H_{G,k} = 5,0 \text{ kN}$ (ständig)
 $M_{G,k} = 2,5 \text{ kNm}$ (ständig)
 $V_{Q,k} = 9,3 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 $H_{Q,k} = 9,30 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 $M_{Q,k} = 4,5 \text{ kNm}$ (veränderlich-mittel)
 Nutzungsklasse 2
 Stiele: $t_1 = 6 \text{ cm}$
 Riegel: $t_2 = 12 \text{ cm}$
 Brettschichtholz GL28h
 8 Stabdübel $\varnothing 20 \text{ mm}$, Stahlsorte S235
 $r = 0,25 \text{ m}$ (Radius des Dübelkreises)

Bild B.2.11-1

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

$$V_d = \gamma_G \cdot V_{G,k} + \gamma_Q \cdot V_{Q,k} = 1,35 \cdot 5,0 + 1,50 \cdot 9,3 = 20,7 \text{ kN}$$

$$H_d = \gamma_G \cdot H_{G,k} + \gamma_Q \cdot H_{Q,k} = 1,35 \cdot 5,0 + 1,50 \cdot 9,3 = 20,7 \text{ kN}$$

$$M_d = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_Q \cdot M_{Q,k} = 1,35 \cdot 2,5 + 1,50 \cdot 4,5 = 10,1 \text{ kNm}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Der Bemessung liegen folgende Annahmen zugrunde:

Die zu übertragenden Kräfte greifen im Kreismittelpunkt des Dübelkreises an.

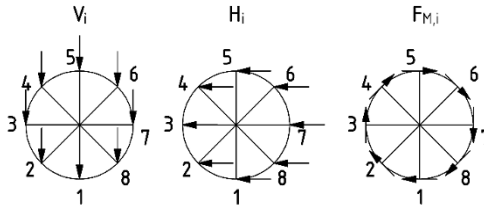


Bild B.2.11-2

Die resultierende Beanspruchung $F_{\text{tot},i,d}$ bezieht sich auf eine Scherfuge einer zweischnittigen Stabdübelverbindung.

Die Vertikal- und Horizontalkräfte werden über alle Stabdübel n mit gleichem Anteil übertragen.

$$|F_{H,i,d}| = \frac{H_{Q,d}}{2 \cdot n} = \frac{20,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 8} = 1294 \text{ N}$$

$$|F_{V,i,d}| = \frac{V_{Q,d}}{2 \cdot n} = \frac{20,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 8} = 1294 \text{ N}$$

Das Moment wird über alle Stabdübel mit dem Kreisradius als Hebelarm und den entsprechenden tangentialen Kraftanteilen aufgeteilt.

$$|F_{M,i,d}| = \frac{M_{Q,d}}{2 \cdot r \cdot n} = \frac{10,1 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,25 \cdot 8} = 2525 \text{ N}$$

Die somit an jeden Dübel angreifenden Kräfte werden durch Vektoraddition zu einer Resultierenden zusammengefasst.

$$\vec{F}_{\text{tot},i,d} = \vec{F}_{H,i,d} + \vec{F}_{V,i,d} + \vec{F}_{M,i,d}$$

Der Betrag $|F|$ gibt die Größe der Kraft und der Winkel β die Orientierung (Richtung) der Resultierenden im 360°-System an. Ein Winkel von 180° kennzeichnet eine nach unten gerichtete Kraft, ein Winkel von 90° eine nach rechts gerichtete Kraft.

Beispielhaft wird für die am Stabdübel 1 angreifenden Kräfte die Ermittlung des Bemessungswerts der resultierenden Beanspruchung gezeigt.

Die resultierenden Bemessungswerte der Beanspruchungen aus den horizontalen Kräften $H_{1,d}$ und vertikalen Kräften $V_{1,d}$ werden mit dem Satz des Pythagoras ermittelt.

$$|F_{\text{res},1,d}| = \sqrt{|F_{H,1,d}|^2 + |F_{V,1,d}|^2} = \sqrt{1294^2 + 1294^2} = 1830 \text{ N}$$

Die Richtung der resultierenden Beanspruchung wird mit Hilfe des Tangenssatzes ermittelt.

$$\beta_{\text{res},1} = 180 + \arctan\left(\frac{|F_{H,1,d}|}{|F_{V,1,d}|}\right) = 180 + \arctan\left(\frac{1294}{1294}\right) = 225^\circ$$

Der Bemessungswert der resultierenden Beanspruchung $|F_{\text{tot},1,d}|$ aus $|F_{H,1,d}|$, $|F_{V,1,d}|$ und $|F_{M,1,d}|$ wird mit dem allgemeinen Cosinussatz $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ für beliebige Dreiecke ermittelt.

$$\begin{aligned}
 |F_{\text{tot},1,d}| &= \sqrt{|F_{\text{res},1,d}|^2 + |F_{M,1,d}|^2 - 2 \cdot |F_{\text{res},1,d}| \cdot |F_{M,1,d}| \cdot \cos(\beta_{\text{res},1} + \beta_{M,1} - 360)} \\
 &= \sqrt{1830^2 + 2525^2 - 2 \cdot 1830 \cdot 2525 \cdot \cos(225 + 270 - 360)} \\
 &\cong 4032 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta_{\text{tot},1} &= \arccos\left(\frac{|F_{\text{res},1,d}|^2 + |F_{\text{tot},1,d}|^2 - |F_{M,1,d}|^2}{2 \cdot |F_{\text{res},1,d}| \cdot |F_{\text{tot},1,d}|}\right) + 225 \\
 &= \arccos\left(\frac{1830^2 + 4032^2 - 2525^2}{2 \cdot 1830 \cdot 4032}\right) + 225 \cong 267^\circ
 \end{aligned}$$

Die Bemessungswerte der Beanspruchungen und die jeweilige Richtung der Beanspruchung sind für alle Stabdübel in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

SDÜ-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
$ F_{H,j,d} $ in N	1969							
$\beta_{H,j}$ in °	270							
$ F_{V,j,d} $ in N	1969							
$\beta_{V,j}$ in °	180							
$ F_{\text{res},j,d} $ in N	2785							
$\beta_{\text{res},j}$ in °	225							
$ F_{M,j,d} $ in N	3938							
$\beta_{M,j}$ in °	270	315	180	45	90	135	180	225
$ F_{\text{tot},j,d} $ in N	4032	4355	1786	3118	1786	695	1786	3118
$\beta_{\text{tot},j}$ in °	267	270	226	255	181	180	181	255

Tragfähigkeitsnachweis für die Verbindungen

[11] 8.6

Die charakteristischen Tragfähigkeiten pro Scherfuge werden aufgrund der unterschiedlichen Winkel zwischen Kraft und Faserrichtung des Holzes für jeden Stabdübel berechnet.

Beispielhaft wird die Ermittlung der Tragfähigkeiten für den Stabdübel 1 gezeigt. Die Tragfähigkeit pro Scherfuge für alle weiteren Stabdübel werden in einer Tabelle zusammengestellt.

Tragsicherheitsnachweis für die Stabdübel

[12] NCI NA.8.2.4

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Stabdübel

$$F_{V,i,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{t,h,1,k} \cdot d}$$

[12] Gl. (NA.109)

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}$$

[11] Gl. (8.30)

$$f_{u,k} = 360 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für S235}$$

[15] Tab. 3.1

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot 360 \cdot 20^{2,6} = 260676 \text{ Nmm}$$

$$\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k}$$

[11] Gl. (8.8)

$$f_{h,1(2),k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad [11] \text{ Gl. (8.31)}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d_b) \cdot \rho_k \quad [11] \text{ Gl. (8.32)}$$

$$= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 20) \cdot 425 = 27,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 425 \text{ kg/m}^3$$

[14] Tab. 5

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d_b$$

[11] Gl. (8.33)

$$= 1,35 + 0,015 \cdot 20 = 1,65$$

Winkel zwischen Kraft und Faserrichtung des Holzes

$$\alpha_{1,S} = F_{1,res,d} - 180 = 252 - 180 = 72^\circ$$

$$\alpha_{1,R} = 260 - F_{1,res,d} = 260 - 252 = 8^\circ$$

$$f_{1,h,\alpha,k,S} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha_{1,S} + \cos^2 \alpha_{1,S}} = \frac{27,9}{1,65 \cdot \sin^2 72 + \cos^2 72} = 17,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{1,h,\alpha,k,R} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha_{1,R} + \cos^2 \alpha_{1,R}} = \frac{27,9}{1,65 \cdot \sin^2 8 + \cos^2 8} = 27,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\beta = \frac{f_{1,h,\alpha,k,R}}{f_{1,h,\alpha,k,S}} = \frac{27,6}{17,5} = 1,57$$

$$F_{v,1,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{1,h,1,k} \cdot d} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,57}{1 + 1,57}} \cdot \sqrt{2 \cdot 260676 \cdot 17,5 \cdot 20} = 14952 \text{ N}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.1)

$$t_{i,1,req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{f_{1,h,\alpha,k,S} \cdot d}$$

[12] Gl. (NA.110)

$$t_{i,2,req} = 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + \beta}} \right) \cdot \sqrt{f_{1,h,\alpha,k,R} \cdot d}$$

[12] Gl. (NA.112)

SDÜ-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{i,S}$ in °	72	80	45	45	45	10	18	45
$\alpha_{i,R}$ in °	8	20	55	35	55	90	62	35
$f_{1,h,\alpha,k,S}$ in N/mm ²	17,6	17,1	21,0	21,0	21,0	27,3	26,3	21,0
$f_{1,h,\alpha,k,R}$ in N/mm ²	27,5	25,9	19,4	23,0	19,4	16,9	18,5	23,0
β_i	1,57	1,52	0,92	1,09	0,92	0,62	0,70	1,09
$t_{i,1,req}$ in mm	111,6	112,8	96,9	98,6	96,9	81,2	84,2	98,6
$t_{i,2,req}$ in mm	62,5	65,1	86,0	75,8	86,0	100,4	93,5	75,8

Da die Dicken von Stiel und Riegel geringer sind als die Mindest-
dicken, sind die charakteristischen Werte der Tragfähigkeiten mit
dem kleineren Verhältniswert $t_{i,1}/t_{i,1,req}$ bzw. $t_{i,2}/t_{i,2,req}$ abzumindern.

$$F_{v,Rk,red} = F_{v,Rk} \cdot \min \left\{ \frac{t_{i,1}}{t_{i,1,req}}, \frac{t_{i,2}}{t_{i,2,req}} \right\}$$

SDü-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
$\min t/t_{i,req}$	0,54	0,53	0,62	0,61	0,62	0,74	0,71	0,61
$F_{v,Rk,red}$ in N	8074	7768	8997	9231	8997	10921	10682	9231

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Stabdübel

$$n_{ef} = n$$

$$F_{v,Rd,j} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk,red,j}}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$F_{v,Rd,1} = \frac{0,8 \cdot 8074}{1,3} = 4968 \text{ N}$$

SDü-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_{v,Rd}$ in N	4968	4780	5537	5681	5537	6721	6574	5681

Nachweis der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Stabdübel

$$\frac{|F_{tot,i,d}|}{R_{i,d}} \leq 1$$

Der maßgebende Nachweis ergibt sich für den Stabdübel 2.

$$\frac{|F_{tot,2,d}|}{F_{v,Rd,2}} = \frac{4355}{4780} = 0,91 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Für die hier gewählte Geometrie und Belastung wird die Querkraft
im Anschlussbereich des Dübelkreises nicht größer als im Stiel
bzw. Riegel. Somit wird auf einen Nachweis des Grenzzustandes
der Tragfähigkeit für die Bauteile verzichtet.

Konstruktive Anforderungen

Abstand zum beanspruchten Rand parallel zur Faserrichtung

$$a_{3,t,req} = \max \left\{ \begin{array}{l} 7 \cdot d \\ 80 \text{ mm} \end{array} \right\} = \underline{140 \text{ mm} < 250 \text{ mm}} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,t,req} = \max \left\{ \begin{array}{l} (2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d \\ 3 \cdot d \end{array} \right\} = \underline{60 \text{ mm} < 250 \text{ mm}} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[12] NCI NA.8.2.4
(NA.2)

[12] NCI Zu 8.6
(NA.10)

[11] Gl. (2.17)

[11] Gl. (2.17)

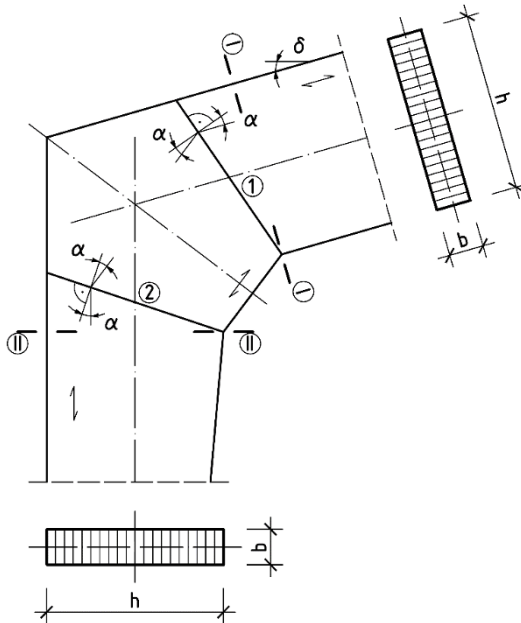
[12] Tab. NA.2

[11] Tab. 8.5

Beispiel B.3.1

Keilgezinkte Rahmenecke

Aufgabenstellung



Schnittgrößen an der Stelle „1“

$$M_{y,d} = 1580 \text{ kNm}$$

$$N_d = 648 \text{ kN}$$

Schnittgrößen an der Stelle „2“

$$M_{y,d} = 320 \text{ kNm}$$

$$N_d = 195 \text{ kN}$$

Nutzungsklasse 2

Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 100 \text{ cm}$$

Brettschichtholz GL32h

$$\alpha = 18,5^\circ$$

Bild B.3.1-1

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Bemessungswerte der Einwirkungen

Die Schnittgrößen wurden nach Theorie II. Ordnung mit der maßgebenden Einwirkungskombination ermittelt. Da die Querschnittswerte am Schnitt 1 und 2 übereinstimmen, ist aufgrund der größeren Schnittgrößen der Nachweis der Tragfähigkeit am Schnitt 2 maßgebend. Die Querkräfte sind nicht bemessungsmaßgebend und werden daher nicht angegeben.

$$N_d = 195 \text{ kN}$$

$$M_{y,d} = 320 \text{ kNm}$$

Querschnittswerte im Schnitt 2

Bei der Berechnung der Normalspannungen sind bei Querschnittshöhen über 300 mm die Querschnittsschwächungen durch die Universal-Keilzinkenverbindung zu berücksichtigen. Sie dürfen ohne genaueren Nachweis zu 20% = 4/5 der Bruttoquerschnittswerte angenommen werden.

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

[12] NCI NA.11.3 (NA.5)

Als Druckfläche wird die tatsächlich vorhandene Kontaktfläche angesetzt. Die Ermittlung einer effektiven Fläche nach [11] Bild 6.7 entfällt, da der Bemessungswert der Druckfestigkeit unter dem Winkel α nach [12] Gl. (NA.163) mit um den Faktor 2 erhöhten Druck- und Schubfestigkeiten berechnet wird.

$$A = b \cdot h \cdot \frac{4}{5} = 20 \cdot 100 \cdot \frac{4}{5} = 1600 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{20 \cdot 100^2}{6} \cdot \frac{4}{5} = 26667 \text{ cm}^3$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{195 \cdot 10^3}{1600 \cdot 10^2} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{320 \cdot 10^5}{26667 \cdot 10^3} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

Äste führen im Bereich von Universal-Keilzinkenverbindungen zu einer Verminderung der Tragfähigkeit. Zur Berücksichtigung dieses Einflusses sind die Bemessungswerte der Zug- und Druckfestigkeiten parallel zur Faserrichtung und der Biegefestigkeiten um jeweils 15 % zu vermindern.

$$f_{m,k} = 0,85 \cdot f_{m,g,k} = 0,85 \cdot 32 = 27,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 0,85 \cdot f_{c,0,g,k} = 0,85 \cdot 32 = 27,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{m,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{27,2}{1,3} = 18,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{27,2}{1,3} = 18,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

[14] Tab. 5

[12] NCI NA.11.3
(NA.5)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit

$$\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,\alpha,d}} \cdot \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \right) \leq 0,2$$

Die Schnittgrößen wurden nach Theorie II. Ordnung ermittelt.

$$k_c = 1$$

Druckfestigkeit unter dem Winkel α

$$\begin{aligned} f_{c,\alpha,d} &= \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right)^2 + \cos^4 \alpha}} \\ &= \frac{18,8}{\sqrt{\left(\frac{18,8}{2 \cdot 1,7} \cdot \sin^2 18,5^\circ \right)^2 + \left(\frac{18,8}{2 \cdot 2,4} \cdot \sin 18,5^\circ \cdot \cos 18,5^\circ \right)^2 + \cos^4 18,5^\circ}} \\ f_{c,\alpha,d} &= 12,4 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Nachweis

$$\frac{18,8}{12,4} \cdot \left(\frac{1,2}{1,0 \cdot 18,8} + \frac{1,2}{18,8} \right) = 0,19 < 0,2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI NA.11.3

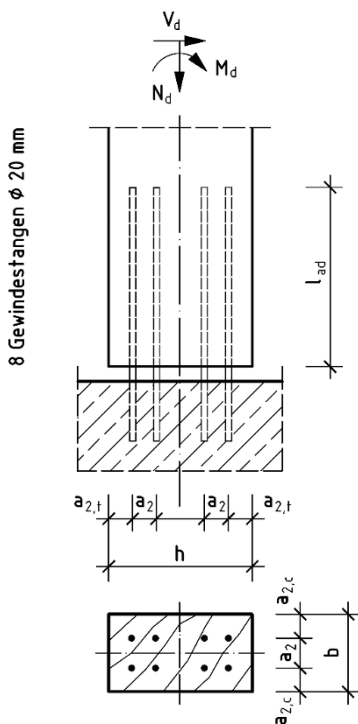
[12] Gl. (NA.159)

[12] Gl. (NA.163)

Beispiel B.3.2

Eingespannte Stütze mit eingeklebten Stahlstäben

Aufgabenstellung



Bemessungsschnittgrößen

$N_d = 65 \text{ kN}$ (Druckkraft)

$V_d = 9 \text{ kN}$ (Querkraft)

$M_d = 36 \text{ kNm}$ (Biegemoment)

Nutzungsstufe 2

Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

Stütze: $b/h = 26/48 \text{ cm}$

Festigkeitsklasse GL32h

Gewindestangen $8 \times \varnothing 20 \text{ mm}$

Festigkeitsklasse 4.8

Bild B.3.2-1

Berechnung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungsmaßgebende Schnittgrößen am Stützenfuß

$N_d = 65,0 \text{ kN}$

$M_d = 36,0 \text{ kNm}$

$V_d = 9,0 \text{ kN}$

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Theorie I. Ordnung

Querschnittswerte

Spannungsquerschnitt der Gewindestangen $\varnothing 20$ mm

$$A_{Sp} = 245 \text{ mm}^2$$

Einklebelänge des Stahlstabes

$$\ell_{ad} = 600 \text{ mm}$$

Polares Trägheitsmoment des Anschlussbildes

$$I_p = \sum y^2 = 4 \cdot (80^2 + 160^2) = 128000 \text{ mm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$F_{\text{a,Ed}} = \frac{V_d}{n} = \frac{9,0 \cdot 10^3}{8} = 1125 \text{ N}$$

$n = 8$ Anzahl der Verbindungsmittel

$$F_{\text{ax,Ed}} = \frac{M_d}{I_p} \cdot y_{\text{max}} + \frac{N_d}{n} = \frac{36,0 \cdot 10^6}{128000} \cdot 160 + \frac{65,0 \cdot 10^3}{8} = 53125 \text{ N}$$

Querkraft

Normalkraft

Charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{y,k} = 320 \text{ N/mm}^2$$

[17] Tab. 3.1

$$f_{u,k} = 400 \text{ N/mm}^2$$

[17] Tab. 3.1

$$\rho_{g,k} = 440 \text{ N/mm}^2$$

[14] Tab. 5

Tragfähigkeitsnachweis in Richtung der Stabachse

[12] NCI NA.11.2.3

$$F_{\text{ax,Rd}} = \min \{ f_{y,d} \cdot A_{\text{ef}} ; \pi \cdot d \cdot \ell_{ad} \cdot f_{k1,d} \}$$

[12] Gl. (NA.155)

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{1,1 \cdot \gamma_M} = \frac{320}{1,1 \cdot 1,1} = 264,5 \text{ N/mm}^2$$

[17]

$$\gamma_M = 1,1$$

[17] Tab. 2.1

$$A_{\text{ef}} = A_{Sp} = 245 \text{ mm}^2 \quad \text{Spannungsquerschnitt des Stahlstabes}$$

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$f_{k1,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{k1,k}}{\gamma_M}$$

[11] Gl. (2.14)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{k1,k} = 3,5 - 0,0015 \cdot \ell_{ad} = 3,5 - 0,0015 \cdot 600 = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

[12] Tab. NA.12

$$f_{k1,d} = \frac{0,9 \cdot 2,6}{1,3} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{\text{ax,Rd}} = \min \{ 264,5 \cdot 245 ; \pi \cdot 20 \cdot 600 \cdot 1,8 \}$$

$$= \min \{ 64803 ; 67858 \} = 64803 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{F_{\text{ax,Ed}}}{F_{\text{ax,Rd}}} = \frac{53125}{64803} = 0,82 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Mindestabstände für parallel zur Faserrichtung eingeklebte Stahlstäbe für eine Beanspruchung in Richtung der Stabachse

$$a_{2, \text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 20 = 100 \text{ mm} = 100 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{2, c, \text{req}} = 2,5 \cdot d = 2,5 \cdot 20 = 50 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = a_{2, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Nachweis der Mindesteinklebelänge

$$\ell_{\text{ad}, \text{min}} = \max\{0,5 \cdot d^2; 10 \cdot d\} = \max\{0,5 \cdot 20^2; 10 \cdot 20\} = 200 \text{ mm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.156)}$$

$$\ell_{\text{ad}, \text{min}} = 200 \text{ mm} < 600 \text{ mm} = \ell_{\text{ad}} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Knicken des Stahlstabes

Nach DIN EN 1993-1-8 ist für die Gewindestangen ein Stabilitätsnachweis zu führen. An dieser Stelle wird auf einen Knicknachweis verzichtet werden.

[17]

Tragfähigkeitsnachweis rechtwinklig zur Stabachse

Für den Nachweis auf Abscheren gelten die Bestimmungen nach Abschnitt 12.2. Dort werden nur Verbindungen mit anliegenden Bauteilen geregelt. Eine Erweiterung der auf Johansen (1949) basierenden Nachweise ergibt die charakteristische Tragfähigkeit je Stahlstab zu:

[12] NCI NA.11.2.2

[12] NCI NA.11.2.2 (NA.1)

[21] S. 249-262

Versagen bei Erreichen der Lochleibungsfestigkeit

$$F_{\ell a, Rk, 1} = f_{h, k} \cdot d \cdot \ell_{\text{ad}}$$

$$e = 50,0 \text{ mm}$$

$$f_{h, k} = 0,1 \cdot 1,25 \cdot 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot p_k$$

$$= 0,1 \cdot 1,25 \cdot 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 20) \cdot 440 = 3,6 \text{ N/mm}^2$$

[12] NCI NA.11.2.2 (NA.4) und (NA.5)

[11] 8.5.1.1 Gl. (8.32)

$$F_{\ell a, Rk, 1} = 3,6 \cdot 20 \cdot 600 = 42977 \text{ N}$$

Versagen bei Erreichen der Lochleibungsfestigkeit und Ausbildung eines Fließgelenks

$$F_{\ell a, Rk, 2} = f_{h, k} \cdot d \cdot \left(\sqrt{2 \cdot (\ell_{\text{ad}} + e)^2 + 2 \cdot e^2 + \frac{4 \cdot M_{y, Rk}}{f_{h, \text{par}, k} \cdot d}} - \ell_{\text{ad}} - 2 \cdot e \right)$$

$$M_{y, Rk} = 0,3 \cdot f_{u, k} \cdot d^{2,6}$$

$$f_{u, k} = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$d = \frac{d_N + d_k}{2} = \frac{20 + 16,933}{2} = 18,5 \text{ mm}$$

$$M_{y, Rk} = 0,3 \cdot 400 \cdot 18,5^{2,6} = 236498 \text{ Nmm}$$

$$F_{\ell a, Rk, 2} = 3,6 \cdot 20 \cdot \left(\sqrt{2 \cdot (600 + 50)^2 + 2 \cdot 50^2 + \frac{4 \cdot 236498}{3,6 \cdot 20}} - 600 - 2 \cdot 50 \right)$$

$$= 16492 \text{ N}$$

[11] Gl. (8.30)

[17] Tab. 3.1

[12] NCI NA.8.5.3 (NA.5)

Versagen bei Erreichen der Lochleibungsfestigkeit und zwei Fließgelenken pro Scherfuge

$$F_{\ell a, Rk, 3} = f_{h, k} \cdot d \cdot \left(\sqrt{e^2 + \frac{4 \cdot M_{y, Rk}}{f_{h, k} \cdot d}} - e \right)$$

$$= 3,6 \cdot 20 \cdot \left(\sqrt{50^2 + \frac{4 \cdot 236498}{3,6 \cdot 20}} - 50 \right) = 5404 \text{ N}$$

$$F_{\ell a, Rk} = \min\{F_{\ell a, Rk, 1}; F_{\ell a, Rk, 2}; F_{\ell a, Rk, 3}\}$$

$$= \min\{42977; 16492; 5404\} = 5404 \text{ N}$$

Bemessungswerte der Tragfähigkeit

$$F_{\ell a, Rd} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{\ell a, Rk}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 5404}{1,3} = 3741 \text{ N}$$

[11] Gl. (2.17)

Nachweis der kombinierten Beanspruchung

$$\left(\frac{F_{\ell a, Ed}}{F_{\ell a, Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{ax, Ed}}{F_{ax, Rd}} \right)^2 = \left(\frac{1125}{3741} \right)^2 + \left(\frac{53125}{64803} \right)^2 = 0,76 < 1,0$$

[12] Gl. (NA.157)

Nachweis erbracht

Mindestabstände für parallel zur Faserrichtung eingeklebte Stahlstäbe für eine Beanspruchung senkrecht zur Stabachse

[12] Tab. 22

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, \text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 20$$

$$= 100 \text{ mm} = 100 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2, c, \text{req}} = 2,5 \cdot d = 2,5 \cdot 20$$

$$= 50 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = a_{2, c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

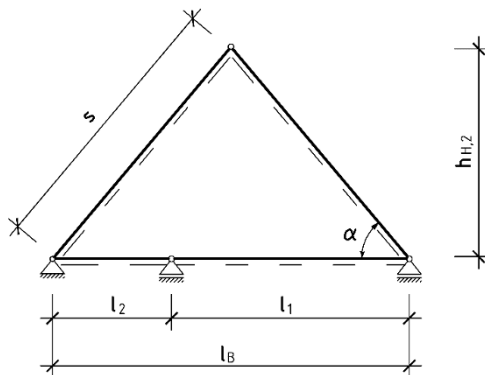
$$a_{2, t, \text{req}} = 4 \cdot d = 4 \cdot 20$$

$$= 80 \text{ mm} = 80 \text{ mm} = a_{2, t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Beispiel C.1.1

Sparrendach

Aufgabenstellung



$\ell_B = 6,00 \text{ m}$	Gebäudebreite
$\ell_L = 7,99 \text{ m}$	Gebäudelänge
$\ell_1 = 4,00 \text{ m}$	Deckenbalken 1
$b_1/h_1 = 8/22 \text{ cm}$	
$\ell_2 = 2,00 \text{ m}$	Deckenbalken 2
$b_2/h_2 = 8/12 \text{ cm}$	
$\alpha = 50^\circ$	
$h_H = 12,6 \text{ m}$	Gebäudehöhe
$h_{H,1} = 9 \text{ m}$	Traufhöhe
$h_{H,2} = 3,6 \text{ m}$	Dachhöhe
$b/h = 8/16 \text{ cm}$	Sparren
$e = 0,90 \text{ m}$	Sparrenabstand
$s = 4,67 \text{ m}$	Sparrenlänge
Standort Berlin	
Geländehöhe über NN $H_s = 60 \text{ m}$	
Nutzungszone 1	
Kiefernholz der Festigkeitsklasse C24	

Bild C.1.1-1

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeiten für den Sparren	
charakteristische Einwirkungen für die Sparren	
Eigengewicht	
Es wird angenommen, dass jeder Sparren mit einer Streckenlast von $1,00 \text{ kN/m}$ aus dem Eigengewicht von Dacheindeckung und Sparren belastet wird.	
g_k	$= 1,00 \text{ kN/m}$
Schneelast	
Schneelastzone 2	[8] Bild NA.1
Geländehöhe über NN: $A = 60 \text{ m}$	
charakteristische Schneelast auf dem Boden	
$s_k = 0,25 + 1,91 \cdot \left(\frac{A + 140}{760} \right)^2 \geq 0,85 \text{ kN/m}^2$	[8] Gl. (NA.2)
$= 0,25 + 1,91 \cdot \left(\frac{60 + 140}{760} \right)^2 = 0,38 < 0,85$	
s_k	$= 0,85 \text{ kN/m}^2$ [8] Bild NA.1
charakteristische Schneelast auf dem Dach	
$s = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k$	[7] Gl. (5.1)

Formbeiwert zur Berechnung der Schneeverteilung auf der Luvseite

$$\mu_1 = \frac{0,8 \cdot (60^\circ - \alpha)}{30^\circ} = \frac{0,8 \cdot (60^\circ - 50^\circ)}{30^\circ} = 0,27$$

[7] Tab. 5.2

Formbeiwert zur Erfassung von Schneeanhäufungen auf der Leeseite

$$\mu_2 = 1,6$$

[7] Tab. 5.2

Umgebungskoeffizient C_e

[7] 5.2 (7)

$C_e = 1,0$ Geländegegebenheiten: üblich

[7] Tab. 5.1

Temperaturbeiwert C_t

[7] 5.2 (8)

$$C_e = 1,0$$

$$s(\mu_1) = 0,27 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,85 = 0,23 \text{ kN/m}^2$$

$$s(\mu_2) = 1,6 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,85 = 1,36 \text{ kN/m}^2$$

$$s_{1,k} = s(\mu_1) \cdot e = 0,23 \cdot 0,90 = 0,21 \text{ kN/m}$$

$$s_{2,k} = s(\mu_2) \cdot e = 1,36 \cdot 0,90 = 1,22 \text{ kN/m}$$

Windlast

Windzone II

[10] Bild NA.A.1

Es handelt sich um eine nicht-schwingungsanfällige Konstruktion.

$$w_e = q_p(z_e) \cdot c_{pe} \cdot e$$

[9] Gl. (5.1)

Es wird mit der vereinfachten Annahme für den Geschwindigkeitsdruck gerechnet, da es sich um ein Bauwerk mit einer Höhe kleiner als 25 m handelt.

[10] NA.B.3.2

Die OK Deckenbalken liegen bei 9 m. Es gilt im gesamten Dachbereich der Geschwindigkeitsdruck für $h = 10 - 18$ m.

$$q_p(z_e) = 0,80 \text{ kN/m}^2$$

[10] Tab. NA.B.3

Lasteinzugsfläche

Die Außendruckbeiwerte c_{pe} hängen von der Größe der Lasteinzugsfläche ab.

[9] 7.2

Für die Tragsicherheitsnachweise der Sparren werden die Außendruckbeiwerte für die gesamten Dachhälften ermittelt.

$$A = \ell_L \cdot \frac{\ell_B/2}{\cos \alpha} = 7,99 \cdot \frac{6,00/2}{\cos 50^\circ} = 37,3 \text{ m}^2$$

$$\ell_L = 7,99 \text{ m}$$

Gebäudelänge

Somit wird für die Tragsicherheitsnachweise der Außendruckbeiwert $c_{pe,10}$ angesetzt.

Anströmrichtung $\theta = 0^\circ$

[9] Tab. 7.4a

$$\text{Bereich F,G} \quad c_{pe,10,F(G)} = 0,7$$

$$\text{Bereich H} \quad c_{pe,10,H} = 0,63$$

$$\text{Bereich I} \quad c_{pe,10,I} = -0,2$$

$$\text{Bereich J} \quad c_{pe,10,J} = -0,3$$

$$w_{e,F(G)} = 0,7 \cdot 0,80 \cdot 0,90 = 0,50 \text{ kN/m}$$

$$w_{e,H} = 0,63 \cdot 0,80 \cdot 0,90 = 0,45 \text{ kN/m}$$

$$w_{e,I} = -0,2 \cdot 0,80 \cdot 0,90 = -0,14 \text{ kN/m}$$

$$w_{e,J} = -0,3 \cdot 0,80 \cdot 0,90 = -0,22 \text{ kN/m}$$

Windkräfte für den Abhebenachweis

Für den Nachweis der Verankerung von Bauteilen sind die Werte für Lasteinzugsflächen $< 10 \text{ m}^2$ zu verwenden.

Für den Nachweis der Lagesicherheit (Abhebenachweis) wird der Außendruckbeiwert mit der Lasteinzugsfläche eines Sparrens ermittelt. Für den Abhebenachweis ist lediglich die Windrichtung $\theta = 90^\circ$ maßgebend.

$$A = e \cdot \frac{\ell_B/2}{\cos \alpha} = 0,90 \cdot \frac{6,00/2}{\cos 50^\circ} = 4,2 \text{ m}^2$$

Für den Abhebenachweis wird der Außendruckbeiwert $c_{pe,4,2}$ verwendet.

Anströmrichtung $\theta = 90^\circ$

Die maßgebende Belastung aus Windsog ergibt sich für den Randsparren.

Außendruckbeiwerte c_{pe} für einen Sparren mit $1 \text{ m}^2 < 4 \text{ m}^2 < 10 \text{ m}^2$

$$c_{pe} = c_{pe,1} - (c_{pe,1} - c_{pe,10}) \cdot \log_{10} A$$

$$\begin{array}{ll} \text{Bereich F} & c_{pe,4,2,F} = -1,5 + (-1,1 + 1,5) \cdot \log 4,2 \\ & = -1,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Bereich G} & c_{pe,4,2,G} = -2,0 + (-1,33 + 2,0) \cdot \log 4,2 \\ & = -1,58 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Bereich H} & c_{pe,4,2,H} = -1,13 + (-0,87 + 1,13) \cdot \log 4,2 \\ & = -0,97 \end{array}$$

Belastung der unteren Sparrenhälfte (Bereich F)

$$\begin{aligned} w_{90,u,k} &= c_{pe,4,2,F} \cdot q(z_e) \cdot e \\ &= (-1,25) \cdot 0,80 \cdot 0,9 = -0,90 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Belastung der oberen Sparrenhälfte (Bereich G)

$$\begin{aligned} w_{90,o,k} &= c_{pe,4,2,G} \cdot q(z_e) \cdot e \\ &= (-1,58) \cdot 0,80 \cdot 0,9 = -1,14 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Nutzlasten der Kategorie H (Dächer)

Maßgebend für die Tragfähigkeitsberechnung wird eine Personenlast als Einzellast in Feldmitte. Eine Flächenlast q_k ist nicht anzusetzen.

Personenlast in Sparrenmitte: $Q_k = 1,00 \text{ kN}$

[9] 7.2.1 (1)

[9] Tab. 7.4b

[9] 7.2.1, Bild 7.2

[4] NDP zu 6.3.4.2, Tabelle 6.10

[4] Tab. 6.10DE

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

$\psi_{0,S} = 0,5$ und $\psi_{0,W} = 0,6$

Eine Überlagerung von Nutzlasten für Dächer der Kategorie H mit Schneelasten ist nicht erforderlich.

Einwirkungskombinationen (Ek)

Ek 1: $1,35 \cdot g_k$

Ek 2: $1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot s_k$

Ek 3: $1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot s_k \oplus 1,5 \cdot 0,6 \cdot w_{0,k}$

Ek 4: $1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot w_{0,k} \oplus 1,5 \cdot 0,5 \cdot s_k$

Ek 5: $1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot F_{M,k}$

Ek 6: $1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot F_{M,k} \oplus 1,5 \cdot 0,6 \cdot w_{0,k}$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.1

[4] NDP Zu 6.3.4.2
Tab. 6.10

[4] NDP Zu 6.3.4.2
Tab. 6.10

charakteristische Schnittgrößen und Auflagerkräfte

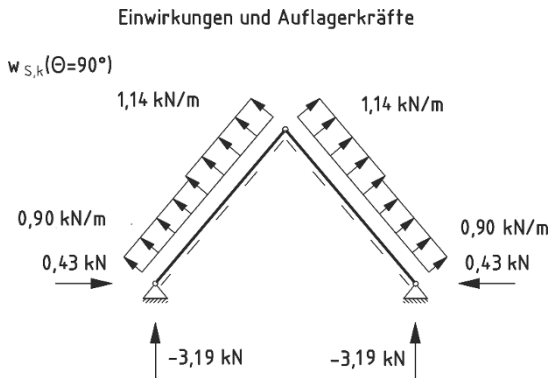


Bild C.1.1-2: Einwirkungen und Auflagerkräfte aus der Einwirkung Windsog für die Anströmrichtung $\theta = 90^\circ$

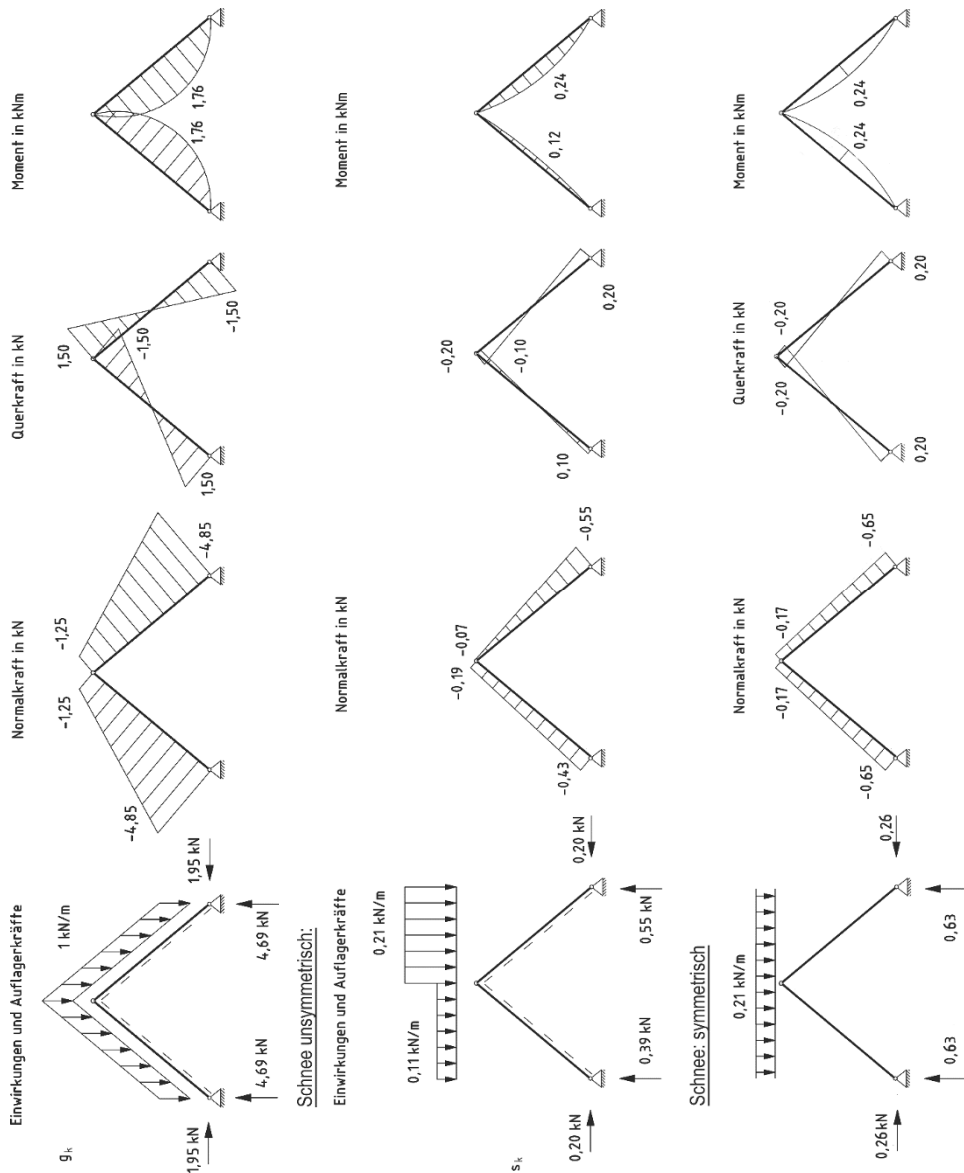


Bild C.1.1-3: Auflagerkräfte und Schnittgrößen aus Eigengewicht und Schnee

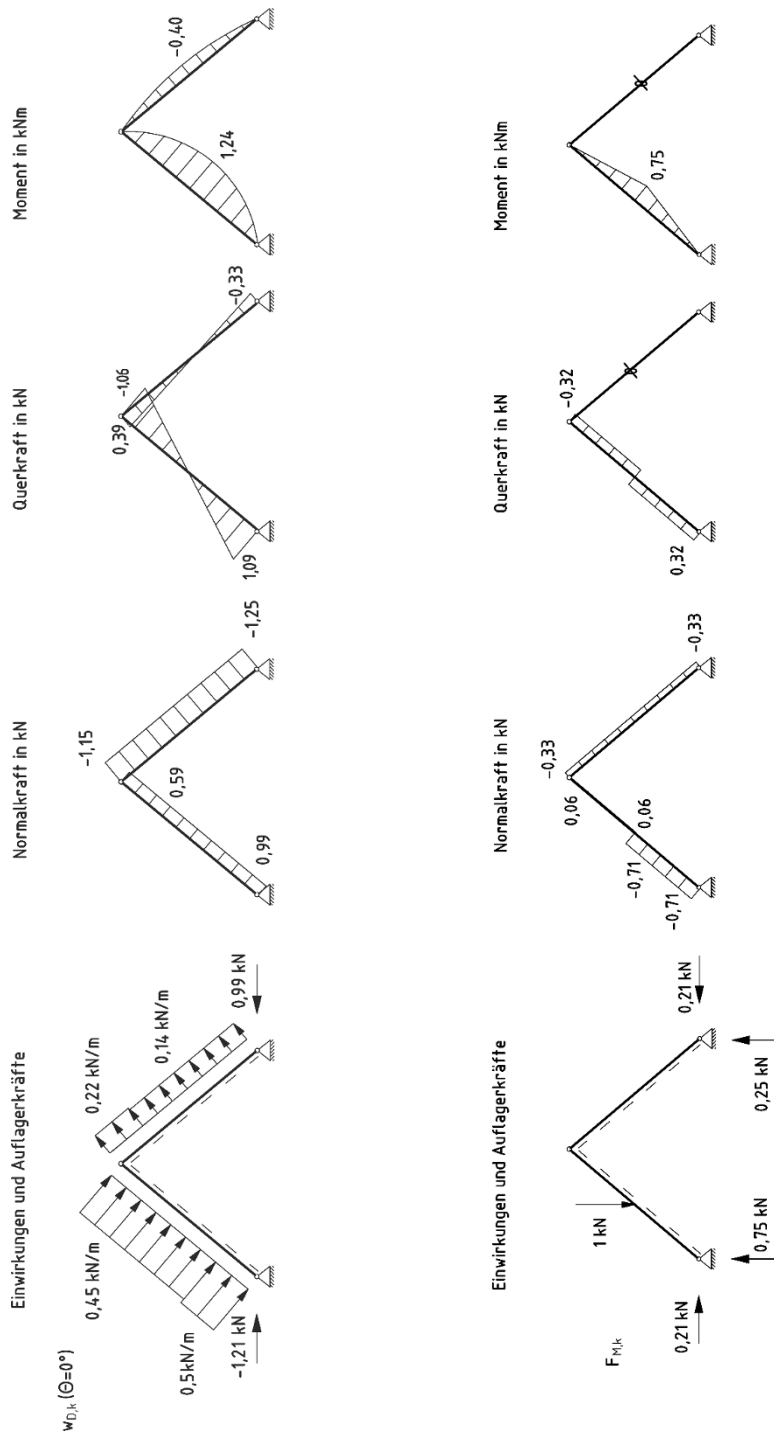


Bild C.1.1-4: Auflagerkräfte und Schnittgrößen aus Wind für die Anströmrichtung $\theta = 0^\circ$ und Personenlast

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

bemessungsmaßgebende Schnittgröße für den Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

$$V_d = 1,35 \cdot 1,5 + 1,5 \cdot 1,09 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 0,11 = 3,74 \text{ kN}$$

aus EK 4

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen für den Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

$$M_d = 1,35 \cdot 1,75 + 1,5 \cdot 0,75 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot 1,24 = 4,60 \text{ kNm}$$

aus EK 6

$$N_d = 1,35 \cdot (-3,05) + 1,5 \cdot (-0,71) + 1,5 \cdot 0,6 \cdot 0,58 = -4,66 \text{ kN}$$

aus EK 6

Querschnittswerte

$$A = b \cdot h = 8 \cdot 16 = 128 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{8 \cdot 16^2}{6} = 341 \text{ cm}^3$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{8 \cdot 16^3}{12} = 2731 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{8^3 \cdot 16}{12} = 683 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Bemessungswert der Beanspruchung für den Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{3,74 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 128 \cdot 10^2} = 0,88 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.13a)}$$

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

Bemessungswerte der Beanspruchungen für den Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_y} = \frac{4,60 \cdot 10^6}{341 \cdot 10^3} = 13,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{4,66 \cdot 10^3}{128 \cdot 10^2} = 0,36 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[13] Tab. 1

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,k} = 0,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 21 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{mean} = 690 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] Gl.(2.14)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{m,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{14}{1,3} = 9,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,4}{1,3} = 0,28 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{21}{1,3} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,88}{2,77} = 0,32 < 1,0$$

Nachweis erbracht

[11] Gl. (6.13)

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Die Sparren werden durch die Dachlatten und Windrispen in der Dachebene ausgesteift. Stabilitätsversagen infolge Knicken um die schwache Achse sowie Kippen können nicht auftreten. Der Nachweis nach [11] Gleichung (6.35) kann entfallen.

[12] NCI NA.13.2 (NA.5)

Dabei wird vereinfachend die mittlere Normalkraft über die Sparrenlänge als konstant angenommen.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl.(6.23)

Knickbeiwert

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}; 1 \right\}$$

[11] Gl.(6.26)

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl.(6.21)

$$\lambda_y = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_y}$$

Schlankheitsgrad

$$\ell_{\text{ef}} = \frac{\ell_B}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{6,00}{2 \cdot \cos 50^\circ} = 4,67 \text{ m}$$

Sparrenlänge

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2731}{128}} = 4,62 \text{ cm}$$

Trägheitsradius

$$\lambda_y = \frac{4,67 \cdot 10^2}{4,62} = 101,1$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{101,1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}} = 1,71$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2]$$

[11] Gl.(6.28)

$$\beta_c = 0,2 \text{ (Vollholz)}$$

[11] Gl. (6.29)

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,71 - 0,3) + 1,71^2] = 2,10$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{2,10 + \sqrt{2,10^2 - 1,71^2}} = 0,30$$

Kippbeiwert

$$k_m = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{0,36}{0,30 \cdot 14,5} + \frac{13,8}{1,0 \cdot 16,6} = 0,91 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[2] 6.5

Verformungen

$$w_{G,k} = 13,3 \text{ mm}$$

aus g_k

$$w_{Q,k} = 4,5 \text{ mm}$$

aus Q_k

$$w_{w,k} = 10,3 \text{ mm}$$

aus $w_{0,k}$

$$w_{s,k} = 1,8 \text{ mm}$$

aus s_k

Kombinationsregeln für Einwirkungen

seltene (charakteristische) Kombination

[2] 6.5.3

$$E_{d,\text{rare}} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[2] Gl. (6.14b)

Anfangsverformungen

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,\text{inst}} = 13,3 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,\text{inst}} = \max \begin{cases} w_{Q,k} + 0,6 \cdot w_{w,k} \\ w_{s,k} + 0,6 \cdot w_{w,k} \\ w_{w,k} + 0,5 \cdot w_{s,k} \end{cases}$$

$$= \max \begin{cases} 4,5 + 0,6 \cdot 10,3 = 10,7 \\ 1,8 + 0,6 \cdot 10,3 = 8,0 \\ 10,3 + 0,5 \cdot 1,8 = 11,2 \end{cases} = 11,2 \text{ mm}$$

Keine Überhöhung im lastfreien Zustand.

[11] 7.2 (1)

Endverformungen

[11] 7.2

Endverformung infolge ständiger Lasten
charakteristische Einwirkungskombinationen

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def})$$

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

$$k_{def} = 0,6 \rightarrow \begin{matrix} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 1} \end{matrix}$$

[11] Tab. 3.2

$$w_{G,fin} = 13,3 \cdot (1 + 0,6) = 21,3 \text{ mm}$$

Endverformung infolge veränderlicher Last

[11] 2.2.3 (5)

Bei der vorherrschenden ersten veränderlichen Last handelt es sich um eine Windlast.

$$w_{Q,W,fin} = w_{Q,W,inst} \cdot (1 + \psi_{2,W} \cdot k_{def})$$

[11] Gl. (2.4)

$$\psi_{2,W} = 0$$

[1] Tab. A.1.1

$$w_{Q,W,fin} = 10,3 \cdot (1 + 0 \cdot 0,6) = 10,3 \text{ mm}$$

Bei der zweiten veränderlichen Last handelt es sich um eine Schneelast. Geländehöhe über NN = 60 m.

$$w_{Q,S,fin} = w_{Q,S,inst} \cdot (\psi_{0,S} + \psi_{2,S} \cdot k_{def})$$

[11] Gl. (2.4)

$$\psi_{2,S} = 0$$

[1] Tab. A.1.1

$$w_{Q,S,fin} = 1,8 \cdot (0,5 + 0 \cdot 0,6) = 0,9 \text{ mm}$$

$$w_{Q,fin} = w_{Q,W,inst} + w_{Q,S,inst} = 10,3 + 0,9 = 11,2 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

[11] 2.2.3 (5)

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 21,3 + 11,2 = 32,5 \text{ mm}$$

[11] Gl. (2.2)

empfohlene Grenzwerte

[12] NDP Zu 7.2(2)

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13 Z.2

$$w_{inst} = 13,3 + 11,2 = 24,5 \text{ mm} = \ell / 190 \text{ Empfehlung nicht eingehalten}$$

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} \leq \ell / 150$$

[12] Tab. NA.13 Z.2

$$w_{fin} = 32,5 \text{ mm} = \ell / 144 \text{ Empfehlung nicht eingehalten}$$

Die empfohlenen Werte werden nicht eingehalten. Der Grenzwert für den Endzustand wird dabei nur um 1,4 mm überschritten. Sofern kein Dachausbau erfolgen soll, können diese Werte mit dem Bauherren vereinbart werden. Anderenfalls sollte eine Vergrößerung des Querschnitts vorgenommen werden. Auf eine Neubemessung soll an dieser Stelle verzichtet werden.

Grenzzustand der Tragfähigkeit für die Deckenbalken

statisches System der Deckenbalken

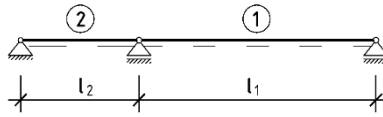


Bild C.1.1-5

charakteristische Einwirkungen für die Deckenbalken

Eigengewicht

Es wird angenommen, dass das Eigengewicht aus Deckenaufbau und Deckenbalken den Balken mit einer Streckenlast von 1,2 kN/m belastet.

$$g_{D,k} = 1,2 \text{ kN/m}$$

Nutzlasten

$$q_{D,k} = q_k \cdot e = 2,0 \cdot 0,9 = 1,8 \text{ kN/m}$$

[4] Tab. 6.1DE

Zugkraft im Deckenbalken aus den horizontalen Auflagerkräften der Sparren

$$N_{G,k} = 2,0 \text{ kN}$$

siehe Schnittgrößen

$$N_{S,k} = 0,2 \text{ kN}$$

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

$$\text{hier: } \gamma_{G,j} = 1,35 \quad \text{und} \quad \gamma_{Q,1} = 1,5$$

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

$$\psi_{0,S} = 0,5 \quad \text{und} \quad \psi_{0,Q} = 0,6$$

[2] Tab. NA.A.1.1

Einwirkungskombinationen (Ek)

$$\text{EK 1: } 1,35 \cdot g_{D,k} + 1,35 \cdot N_{G,k} + 1,50 \cdot q_{D,k}$$

$$\text{EK 2: } 1,35 \cdot g_{D,k} + 1,35 \cdot N_{G,k} + 1,50 \cdot q_{D,k} + 1,50 \cdot 0,5 \cdot N_{S,k}$$

$$\text{EK 3: } 1,35 \cdot g_{D,k} + 1,35 \cdot N_{G,k} + 1,50 \cdot N_{S,k} + 1,50 \cdot 0,7 \cdot q_{D,k}$$

Der maßgebliche Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich aus der EK 1. Die Klasse der Lasteinwirkungsdauer (KLED) für diese Einwirkungskombination ist infolge der Nutzlast „mittel“, für EK 2 und 3 infolge der Einwirkung aus Schnee „kurz“. Somit ergibt sich für EK 1 der geringste Bemessungswert der Beanspruchbarkeit. Die zusätzliche Normalkraft aus Schnee in EK 2 und 3 spielt für den Nachweis eine unwesentliche Rolle.

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$N_d = 1,35 \cdot N_{G,k} = 1,35 \cdot 2,0 = 2,7 \text{ kN}$$

$$g_{D,d} = 1,35 \cdot g_{D,k} = 1,35 \cdot 1,2 = 1,6 \text{ kN/m}$$

$$q_{D,d} = 1,50 \cdot q_{D,k} = 1,50 \cdot 1,8 = 2,7 \text{ kN/m}$$

$$q_d = g_{D,d} + q_{D,d} = 1,6 + 2,7 = 4,3 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Feld 1

$$M_{d,1} = \frac{q_d \cdot \ell_1^2}{8} = \frac{4,3 \cdot 4,0^2}{8} = 8,6 \text{ kNm}$$

$$V_{d,1} = \frac{q_d \cdot \ell_1}{2} = \frac{4,3 \cdot 4,0}{2} = 8,6 \text{ kN}$$

$$N_{d,1} = N_d = 2,7 \text{ kN}$$

Feld 2

$$M_{d,2} = \frac{q_d \cdot \ell_2^2}{8} = \frac{4,3 \cdot 2,0^2}{8} = 2,2 \text{ kNm}$$

$$V_{d,2} = \frac{q_d \cdot \ell_2}{2} = \frac{4,3 \cdot 2,0}{2} = 4,3 \text{ kN}$$

$$N_{d,2} = N_d = 2,7 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

Feld 1

$$A_1 = b_1 \cdot h_1 = 8 \cdot 22 = 176 \text{ cm}^2$$

$$W_{y,1} = \frac{b_1 \cdot h_1^2}{6} = \frac{8 \cdot 22^2}{6} = 645 \text{ cm}^3$$

$$I_{y,1} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{8 \cdot 22^3}{12} = 7099 \text{ cm}^4$$

Feld 2

$$A_2 = b_2 \cdot h_2 = 8 \cdot 12 = 96 \text{ cm}^2$$

$$W_{y,2} = \frac{b_2 \cdot h_2^2}{6} = \frac{8 \cdot 12^2}{6} = 192 \text{ cm}^3$$

$$I_{y,2} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{8 \cdot 12^3}{12} = 1152 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

Feld 1

$$\sigma_{t,0,d,1} = \frac{N_{d,1}}{A_1} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{176 \cdot 10^2} = 0,15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d,1} = \frac{M_{d,1}}{W_{y,1}} = \frac{8,6 \cdot 10^6}{645 \cdot 10^3} = 13,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{d,1} = 1,5 \cdot \frac{V_{d,1}}{k_{cr} \cdot A_1} = 1,5 \cdot \frac{8,6 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 176 \cdot 10^2} = 1,47 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[11] Gl. (6.13a)

[12] NDP Zu
6.1.7(2)

Feld 2

$$\sigma_{t,0,d,2} = \frac{N_{d,2}}{A_2} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{96 \cdot 10^2} = 0,28 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d,2} = \frac{M_{d,2}}{W_{y,2}} = \frac{2,2 \cdot 10^6}{192 \cdot 10^3} = 11,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{d,2} = 1,5 \cdot \frac{V_{d,2}}{k_{cr} \cdot A_2} = 1,5 \cdot \frac{4,3 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 96 \cdot 10^2} = 1,34 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: mittel} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{24}{1,3} = 14,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{14}{1,3} = 8,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{1,3} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,46 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Feld 1

$$\frac{\sigma_{t,0,d,1}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d,1}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.17)}$$

Nachweis

$$\frac{0,15}{8,6} + \frac{13,3}{14,8} = 0,92 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Aufgrund des geringen Zugkraftanteils wird zusätzlich der Biege-drillknicknachweis geführt.

$$\frac{\sigma_{m,y,d,1}}{k_{crit,1} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.33)}$$

$$k_{crit,1} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef,1}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{ef,1} = \ell_1 = 4,0 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 80^2}{220 \cdot 4,0 \cdot 10^3} \cdot 7400 = 42,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{42,0}} = 0,76$$

$$k_{crit,1} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,76 = 0,99$$

Nachweis

$$\frac{0,15}{8,6} + \frac{13,3}{0,99 \cdot 14,8} = 0,93 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Feld 2

$$\frac{\sigma_{t,0,d,2}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d,2}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.17)}$$

Nachweis

$$\frac{0,28}{8,6} + \frac{11,5}{14,8} = 0,81 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Aufgrund des geringen Zugkraftanteils wird zusätzlich der Biegedrillknicknachweis geführt.

$$\frac{\sigma_{m,y,d,2}}{k_{crit,2} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.33)}$$

$$k_{crit,2} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef,1}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{ef,2} = \ell_2 = 2,0 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 80^2}{120 \cdot 2,0 \cdot 10^3} \cdot 7400 = 153,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{153,9}} = 0,39$$

$$k_{crit,2} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{0,28}{8,6} + \frac{11,5}{1,0 \cdot 14,8} = 0,81 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Feld 1

Nachweis

$$\frac{\tau_{d,1}}{f_{v,d}} = \frac{1,47}{2,46} = 0,60 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

Feld 2

Nachweis

$$\frac{\tau_{d,2}}{f_{v,d}} = \frac{1,34}{2,46} = 0,54 < 1,0$$

Nachweis erbracht [11] Gl. (6.13)

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

[2] 6.5

Durchbiegungen**Kombinationsregel für veränderliche Einwirkungen**

seltene (charakteristische) Kombination

[2] 6.5.3

$$E_{d,rare} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

[2] Gl. (6.14b)

Feld 1

Anfangsverformungen

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,inst} = \frac{5 \cdot g_{D,k} \cdot \ell_1^4}{384 \cdot I_{y,1} \cdot E_{0,mean}} = \frac{5 \cdot 1,2 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 7099 \cdot 10^4 \cdot 11000} = 5,1 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = \frac{5 \cdot q_{D,k} \cdot \ell_1^4}{384 \cdot I_{y,1} \cdot E_{0,mean}} = \frac{5 \cdot 1,8 \cdot (4,0 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 7099 \cdot 10^4 \cdot 11000} = 7,7 \text{ mm}$$

Endverformungen

[11] 2.2.3

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} + w_{creep} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def})$$

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

$$k_{def} = 0,6 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 1} \end{array}$$

[11] Tab. 3.2

$$w_{G,fin} = 5,1 \cdot (1 + 0,6) = 8,2 \text{ mm}$$

Endverformung infolge veränderlicher Last

[11] 2.2.3

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Nutzlast der Kategorie A.

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def})$$

[11] Gl. (2.4)

$$\psi_2 = 0,3$$

[1] Tab. A.1.1

$$w_{Q,fin} = 7,7 \cdot (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 9,1 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

[11] 2.2.3 (5)

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 8,2 + 9,1 = 17,3 \text{ mm}$$

[11] Gl. (2.2)

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

empfohlene Grenzwerte

[12] NDP Zu 7.2(2)

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{inst} = 5,1 + 7,7 = 12,8 \text{ mm} = \ell / 313 \quad \text{Empfehlung eingehalten}$$

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{G,fin}} + w_{\text{Q,fin}} \leq \ell / 200$$

$$w_{\text{fin}} = 17,3 \text{ mm} = \ell / 231$$

Empfehlung eingehalten

[12] Tab. NA.13

Feld 2**Anfangsverformungen**

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{\text{G,inst}} = \frac{5 \cdot g_{\text{D,k}} \cdot \ell_2^4}{384 \cdot I_{y,2} \cdot E_{0,\text{mean}}}$$

$$= \frac{5 \cdot 1,2 \cdot (2,0 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 1152 \cdot 10^4 \cdot 11000} = 2,0 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{\text{Q,inst}} = \frac{5 \cdot q_{\text{D,k}} \cdot \ell_2^4}{384 \cdot I_{y,2} \cdot E_{0,\text{mean}}}$$

$$= \frac{5 \cdot 1,8 \cdot (2,0 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 1152 \cdot 10^4 \cdot 11000} = 3,0 \text{ mm}$$

Endverformungen

[1] 9.2 (2)

Endverformung infolge ständiger Lasten

[11] 2.2.3

charakteristische Einwirkungskombinationen

$$w_{\text{G,fin}} = w_{\text{G,inst}} + w_{\text{creep}} = w_{\text{G,inst}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 2,0 \cdot (1 + 0,6) = 3,2 \text{ mm}$$

[11] Gl. (7.2) u. (2.3)

Endverformung infolge veränderlicher Last

[11] 2.2.3

$$w_{\text{Q,fin}} = w_{\text{Q,inst}} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}})$$

[11] Gl. (2.4)

$$w_{\text{Q,fin}} = 3,0 \cdot (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 3,5 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

[11] 2.2.3 (5)

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{G,fin}} + w_{\text{Q,fin}} = 3,2 + 3,5 = 6,7 \text{ mm}$$

[11] Gl. (2.2)

empfohlene Grenzwerte

[12] NDP Zu 7.2(2)

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{G,inst}} + w_{\text{Q,inst}} \leq \ell / 300$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{\text{inst}} = 2,0 + 3,0 = 5,0 \text{ mm} = \ell / 313$$

Empfehlung eingehalten

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{G,fin}} + w_{\text{Q,fin}} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13

$$w_{\text{fin}} = 6,7 \text{ mm} = \ell_2 / 299$$

Empfehlung eingehalten

Tragfähigkeitsnachweis für den Stoß der DeckenbalkenLaschen: $2 \times b / h / \ell = 2 \times 2,8 / 12 / 25 \text{ cm}$; Festigkeitsklasse C24

Nägel: Na 31 x 65; nicht vorgebohrt

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_d = 1,35 \cdot N_{g,k} + 1,50 \cdot N_{s,k} = 1,35 \cdot 2,0 + 1,50 \cdot 0,2 = 3,0 \text{ kN}$$

aus EK 3

Tragfähigkeitsnachweis für die Laschen**Querschnittswert**

Für Nägel mit Durchmessern kleiner 6 mm in nicht vorgebohrten Löchern sind Querschnittsschwächungen nicht zu berücksichtigen.

[11] 5.2 (3)

$$A = b \cdot h = 2,8 \cdot 12 = 33,6 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d/2}{A} = \frac{3,0 \cdot 10^3/2}{33,6 \cdot 10^2} = 0,45 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Laschen

Bei symmetrisch ausgeführten Zugverbindungen mit Nägeln in nicht vorgebohrten Nagellöchern darf beim Nachweis der Tragfähigkeit der einseitig beanspruchten Bauteile das Zusatzmoment vereinfacht durch eine Verminderung des Bemessungswerts der Zugtragfähigkeit um ein Drittel berücksichtigt werden.

[12] NCI NA.8.1.6 (NA.1)

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{2/3 \cdot f_{t,0,d}} = \frac{0,45}{2/3 \cdot 9,7} = 0,07 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

vereinfachter Tragsicherheitsnachweis für die Nägel

Charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ und des Fließmoments $M_{y,k}$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 350 \cdot 3,1^{-0,3} = 20,4 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.16)}$$

$$\beta = f_{h,2,k}/f_{h,1,k} = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.8)}$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 3,1^{2,6} = 3410 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

Charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 3410 \cdot 20,4 \cdot 3,1} = 657 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.120)}$$

Mindestdicken bzw. Mindesteinschlagtiefen von Seiten- und Mittelholz

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 3,1 = 27,9 \text{ mm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.121)}$$

$$t_1 = 28 \text{ mm}$$

Seitenholzdicke

$$t_2 = \ell_{\text{Na}} - t_1 = 65 - 28 = 37,0 \text{ mm}$$

Einschlagtiefe
Mittelholz

$$t_{\text{req}} = 27,9 < 28,0 = t_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

$$t_{\text{req}} = 27,9 < 37,0 = t_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

[12] NCI NA 8.2.4 (NA.3)

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{\bar{F}_{v,Rk}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{657}{1,1} = 538 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

Nachweis für die Nägel

$$n_{\text{req}} = \frac{N_d}{F_{v,Rd}} = \frac{3,0 \cdot 10^3}{538} = 5,6$$

Der Anschluss ist mit 4 Nägeln (8 Scherflächen) je Seite auszuführen.

Anzahl der Scherflächen

Konstruktive Anforderungen

Mindestnagelabstände

[11] Tab. 8.2

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{1,\text{req}} &= (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 5 \cdot \cos 0^\circ) \cdot 3,1 \\ &= \underline{31 \text{ mm} = 31 \text{ mm}} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand untereinander rechtwinklig zur Faserrichtung

$$\begin{aligned} a_{2,\text{req}} &= 5 \cdot d = 5 \cdot 3,1 \\ &= \underline{15,5 \text{ mm} < 60 \text{ mm}} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholende

$$\begin{aligned} a_{3,t,\text{req}} &= (10 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (10 + 5 \cdot \cos 0^\circ) \cdot 3,1 \\ &= \underline{46,5 \text{ mm} < 47 \text{ mm}} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$\begin{aligned} a_{4,c,\text{req}} &= 5 \cdot d = 5 \cdot 3,1 \\ &= \underline{15,5 \text{ mm} < 30 \text{ mm}} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

Mindestholzdicken für Nagelverbindungen ohne Vorbohrung

[11] 8.3.1.2 (6)

Die Laschen sind aus Kiefernholz.

$$\begin{aligned} t &= \max \left\{ 7 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{400} \right\} \\ &= \max \left\{ 7 \cdot 3,1; (13 \cdot 3,1 - 30) \cdot \frac{350}{400} \right\} = \max \{ 21,7; 9,0 \} = 21,7 \text{ mm} \\ t &= \underline{21,7 \text{ mm} < 28 \text{ mm}} = t_1 \quad \text{Anforderung erfüllt} \end{aligned}$$

[11] Gl.(8.18)

Mindestlänge der Lasche

$$\begin{aligned} \ell_{\text{req}} &= 4 \cdot a_{1,t} + 2 \cdot a_1 = 4 \cdot 46,5 + 2 \cdot 31 \\ &= \underline{248 \text{ mm} < 250 \text{ mm}} = \ell \quad \text{Nachweis erbracht} \end{aligned}$$

Tragsicherheitsnachweis des Versatzanschlusses der Sparren an den Deckenbalken

[12] NCI NA.12.1

Der Anschluss des Sparrens an den Deckenbalken erfolgt mittels Stirnversatz mit einer Versatztiefe t_v von 2 cm.

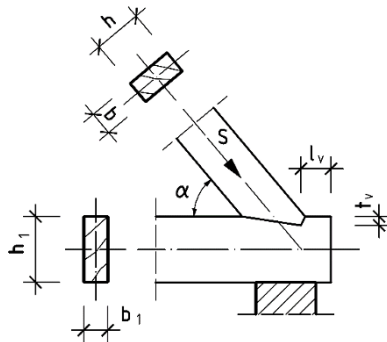


Bild C.1.1-6

Der maßgebende Nachweis erfolgt für den leeseitigen Sparren.

Normalkraft im Sparren

$$S_d = 8,4 \text{ kN}$$

aus EK 3

Kraft auf der Stirnfläche

Die Kraft $S_{S,d}$ wirkt senkrecht zur Stirnfläche.

$$S_{S,d} = S_d \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 8,4 \cdot \cos \frac{50}{2} = 7,6 \text{ kN}$$

Nachweis der maximalen Einschnitttiefe

$$t_v \leq h/4 \quad \text{für } \gamma = \alpha = 50^\circ$$

$$t_v = 20 \text{ mm}$$

$$h/4 = 220/4 = 55 \text{ mm}$$

$$t_v = 20 \text{ mm} < 55 \text{ mm} = h/4 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI NA.12.1 (NA.1)

[12] Gl. (NA.160)

Nachweis der Druckspannung in der Stirnfläche

[12] NCI NA.12.1

Der Nachweis in der Flankenfläche ist gegenüber dem Nachweis in der Stirnfläche nicht maßgebend und wird daher nicht geführt.

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{S_{S,d}}{A_{ef}}$$

[11] 6.2.2

$$A_{ef} = \frac{k_{cr} \cdot b \cdot t_v}{\cos \alpha/2} = \frac{0,5 \cdot 80 \cdot 20}{\cos 50/2} = 883 \text{ mm}^2$$

[11] Gl. (6.13a)

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{S_{S,d}}{A_{ef}} = \frac{7,6 \cdot 10^3}{883} = 8,6 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Stirnfläche

Der Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung ist für die Stirnfläche $\alpha/2 = 25^\circ$.

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1,0$$

[12] Gl. (NA.161)

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

$$= \frac{14,5}{\sqrt{\left(\frac{14,5}{2 \cdot 1,73} \cdot \sin^2 25\right)^2 + \left(\frac{14,5}{2 \cdot 2,77} \cdot \sin 25 \cdot \cos 25\right)^2 + \cos^4 25}}$$

$$= 9,7 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.163)

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{8,6}{9,7} = 0,89 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Schubspannung im Vorholz

$$S_{H,d} = S_d \cdot \cos \alpha = 8,4 \cdot \cos 50^\circ = 6,4 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\tau_{v,d} = \frac{S_{H,d}}{\ell_v \cdot b \cdot k_{cr}}$$

$$\ell_v = 100 \text{ mm} < 160 \text{ mm} = 8 \cdot 20 = 8 \cdot t_v$$

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

$$\tau_{v,d} = \frac{6,4 \cdot 10^3}{100 \cdot 80 \cdot 0,5} = 1,6 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Schubspannung

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,6}{2,77} = 0,58 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Zur Lagesicherung des Versatzes ist ein Bolzen M 10 anzuordnen.

[12] NCI NA.12.1 (NA.5)

Abhebenachweis am Sparrenfußpunkt

Abhebende Kraft

$$A_{v,d} = 0,9 \cdot 4,67 + 1,5 \cdot (-3,26) = 0,69 \text{ kN}$$

aus Windsog

Der Anschluss erfolgt mit einem nicht vorgebohrten glattschaftigen Sparrennagel 8 x 280 mit einem Außendurchmesser des Nagelkopfes d_k von 16 mm und einer Mindestzugfestigkeit von 600 N/mm². Aufgrund der Neigung des Sparrennagels von 60° ergibt sich zwischen der abhebenden Kraft und der Achse des Verbindungsmittels ein Winkel von 20°, infolge dessen eine Beanspruchung des Sparrennagels auf Abscheren und Herausziehen erfolgt. Die Beanspruchung $A_{v,d}$ wird in die entsprechenden Anteile zerlegt.

$$F_{ax,d} = A_{v,d} \cdot \cos 20^\circ = 690 \cdot \cos 20^\circ = 648 \text{ N}$$

Herausziehen

$$F_{fa,d} = A_{v,d} \cdot \sin 20^\circ = 690 \cdot \sin 20^\circ = 236 \text{ N}$$

Abscheren

charakteristischer Wert des Auszieh Widerstandes pro Nagel

[11] 8.3.2 (4)

$$F_{ax,Rk} = \min \begin{cases} f_{ax,k} \cdot d \cdot t_{pen} \\ f_{ax,k} \cdot d \cdot t + f_{head,k} \cdot d_k^2 \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (8.24)}$$

$$f_{ax,k} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 350^2 = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 8,0 \text{ mm}$$

Eindringtiefe auf der Seite der Nagelspitze

$$t_{pen} = \ell_{Nagel} - h_{Sparren} = 280 - 180 = 100 \text{ mm}$$

$$f_{head,k} = 70 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 = 70 \cdot 10^{-6} \cdot 350^2 = 8,6 \text{ N/mm}^2$$

$$d_k = 16 \text{ mm}$$

Der Sparrenquerschnitt ist im Auflagerbereich durch den Versatz geschwächt. Auf der sicheren Seite liegend wird als Dicke t des Bauteils auf der Seite des Nagelkopfes die halbe Sparrenhöhe angesetzt.

$$F_{ax,Rk} = \min \begin{cases} 2,5 \cdot 8 \cdot 100 \\ 2,5 \cdot 8 \cdot 80 + 8,6 \cdot 16^2 \end{cases} = 2,0 \text{ kN} \quad [11] \text{ Gl. (8.24)}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{ax,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{ax,Rk}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,0}{1,3} = 1,4 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit auf Abscheren

charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$

und des Fließmoments $M_{y,k}$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 350 \cdot 8,0^{-0,3} = 15,4 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.15)}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 8,0^{2,6} = 40115 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.14)}$$

$$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 40115 \cdot 15,4 \cdot 8,0} = 3144 \text{ N} \quad [12] \text{ NCI Zu 8.3.1.2 (NA.8)} \\ [12] \text{ Gl. (NA.120)}$$

Mindestdicken bzw. Mindesteinschlagtiefen von Seiten- und Mittelholz

$$t_{req} = 9 \cdot d = 9 \cdot 8,0 = 72 \text{ mm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.121)}$$

$$t_1 = h_{Sparren} = 180 \text{ mm} > 72 \text{ mm} = t_{req} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad \text{Sparrenhöhe}$$

$$t_2 = \ell_{ef} = 100 \text{ mm} > 72 \text{ mm} = t_{req} \quad \text{Nachweis erbracht} \quad \text{Einschlagtiefe Fußpfette}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3144}{1,1} = 2572 \text{ N} \quad [12] \text{ Gl. (NA.113)}$$

Nachweis

$$\frac{F_{ax,Ed}}{F_{ax,Rd}} + \frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} = \frac{648}{1400} + \frac{236}{2572} = 0,55 < 1,0$$

Nachweis erbracht

[11] 8.3.3

[11] Gl. (8.27)

Tragsicherheitsnachweis für den Anschluss der Sparren im Firstpunkt

Der Anschluss erfolgt mit Nägeln Na 31 x 70; nicht vorgebohrt.

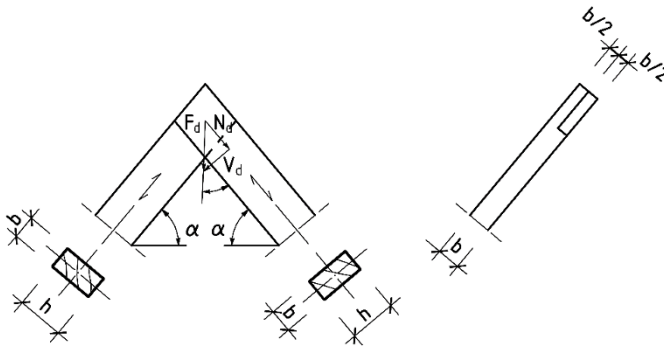


Bild C.1.1-7

bemessungsmaßgebende Schnittkräfte

$$N_d = 2,0 \text{ kN}$$

$$V_d = 2,2 \text{ kN}$$

resultierende Kraft im Firstpunkt

$$F_d = \sqrt{N_d^2 + V_d^2} = \sqrt{2,0^2 + 2,2^2} = 3,0 \text{ kN}$$

vereinfachter Tragsicherheitsnachweis für die Nägel

charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ und des Fließmoments $M_{y,k}$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 350 \cdot 3,1^{-0,3} = 20,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 3,1^{2,6} = 3410 \text{ Nmm}$$

$$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (8.15)

[13] Tab. 1

[11] Gl. (8.14)

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 3410 \cdot 20,4 \cdot 3,1} = 657 \text{ N}$$

Minstdicken bzw. Mindesteinschlagtiefen von Seiten- und Mittelholz

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 3,1 = 27,9 \text{ mm}$$

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.8)

[12] Gl. (NA.120)

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)

[12] Gl. (NA.121)

aus EK 2

$$t_1 = \frac{b}{2} = \frac{90}{2} = 45 \text{ mm} > 27,9 \text{ mm} = t_{\text{req}} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$t_2 = \ell_{\text{Na}} - t_1 = 70 - 40 = 30 \text{ mm} > 27,9 \text{ mm} = t_{\text{req}} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{657}{1,1} = 538 \text{ N}$$

Nachweis für die Nägel

$$n_{\text{req}} = \frac{F_d}{F_{v,Rd}} = \frac{3,0 \cdot 10^3}{538} = 5,6$$

Der Anschluss wird mit 4 Nägeln (8 Scherflächen) je Seite ausgeführt.

Konstruktive Anforderungen

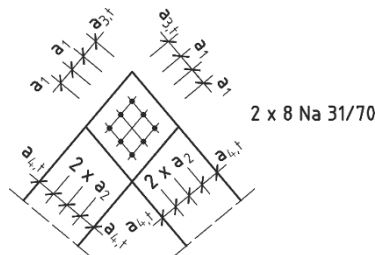


Bild C.1.1-8

Mindestnagelabstände

$$\cos \alpha = \frac{N_d}{F_d} = \frac{2,0}{3,0} = 0,67$$

$$\alpha = 48,2^\circ$$

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,\text{req}} = (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 5 \cdot \cos 48,2^\circ) \cdot 3,1 = 25,8 \text{ mm} < 39 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,\text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 3,1 = 15,5 \text{ mm} < 39 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende

$$a_{3,t,\text{req}} = (10 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (10 + 5 \cdot \cos 42,3^\circ) \cdot 3,1 = 42,5 \text{ mm} < 43 \text{ mm} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,t,\text{req}} = (5 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (5 + 2 \cdot \sin 42,3^\circ) \cdot 3,1 = 19,7 \text{ mm} < 39 \text{ mm} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Dicke Seitenholz 1

Einschlagtiefe
Seitenholz 2

[12] NCI NA 8.2.4
(NA.3)

[12] Gl. (NA.113)

Anzahl der Scher-
flächen

[11] Tab. 8.2

[1] Tab. 10

Mindestholzdicken für Nagelverbindungen ohne Vorbohrung

[11] 8.3.1.2 (6)

Die Sparren sind aus Kiefernholz.

$$t = \max \left\{ 7 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{400} \right\}$$

$$= \max \left\{ 7 \cdot 3,1; (13 \cdot 3,1 - 30) \cdot \frac{350}{400} \right\} = \max \{ 21,7; 9,0 \} = 21,7 \text{ mm}$$

[11] Gl.(8.18)

$$t = 21,7 \text{ mm} < 45 \text{ mm} = t_1$$

Anforderung erfüllt

Tragsicherheitsnachweis der Dachaussteifung - Windrispen

Die Windrispen werden in Nadelholz C24 $b_3/h_3 = 10/3$ cm ausgeführt.

Querschnittswerte

$$A_3 = b_3 \cdot h_3 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ cm}^2$$

$$I_{y,3} = \frac{b_3 \cdot h_3^3}{12} = \frac{10 \cdot 3^3}{12} = 22,5 \text{ cm}^4$$

charakteristische Einwirkung aus Wind auf Giebelwand

$$F_{w,k} = w_e \cdot A_w$$

$$w_e = c_{pe} \cdot q_p(z_e)$$

[9] Gl. (5.1)

Außendruckbeiwert c_{pe}

[9] 7.2

Größe der gesamten Giebelfläche

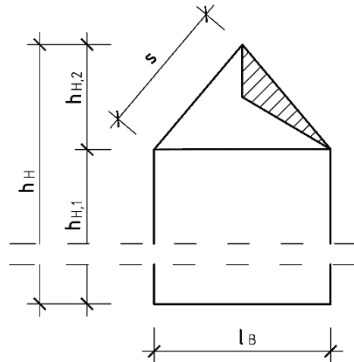


Bild C.1.1-9

$$A_G = l_B \cdot h_1 + l_B \cdot \frac{1}{2} \cdot h_2$$

$$l_B =$$

$$6,00 \text{ m}$$

$$h_{H,1} =$$

$$= 9,00 \text{ m}$$

$$h_{H,2} = \frac{l_B}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{6,00}{2} \cdot \tan 50^\circ$$

$$= 3,58 \text{ m}$$

Gebäudebreite
OK Deckenbalken

Höhe DG

$$A_G = 6,00 \cdot 9,00 + 6,00 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,58 = 64,74 \text{ m}^2$$

Da $A_G > 10 \text{ m}^2$ gilt der Außendruckbeiwert $c_{pe,10}$.

$$\frac{\ell_L}{h_H} = \frac{7,99}{12,58} = 0,64 < 1$$

$$c_{pe,10,D} = 0,8$$

$$c_{pe,10,E} = -0,5$$

$$c_{pe,10} = c_{pe,10,D} + c_{pe,10,E} = 0,8 + 0,5 = 1,3$$

Geschwindigkeitsdruck in Abhängigkeit von der Gebäudebreite b und der -höhe h .

$$h_H = h_{H,1} + h_{H,2} = 9,00 + 3,58 = 12,58 \text{ m}$$

$$h_H = 12,58 > 12,00 = 2 \cdot 6,00 = 2 \cdot \ell_B$$

Im Dachbereich ist für die Giebelwand der Geschwindigkeitsdruck $q(h)$ anzusetzen.

$$q_p(z_e) = 0,80 \text{ kN/m}^2$$

$$w_e = 1,3 \cdot 0,80 = 1,04 \text{ kN/m}^2$$

Linienlast auf Giebelsparren

$$q_F = w_e \cdot \frac{h_{H,2}}{2} = 1,04 \cdot \frac{3,58}{2} = 1,9 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Kraft in einer Windrispe

Im Folgenden wird nur eine Giebelwandhälfte betrachtet.

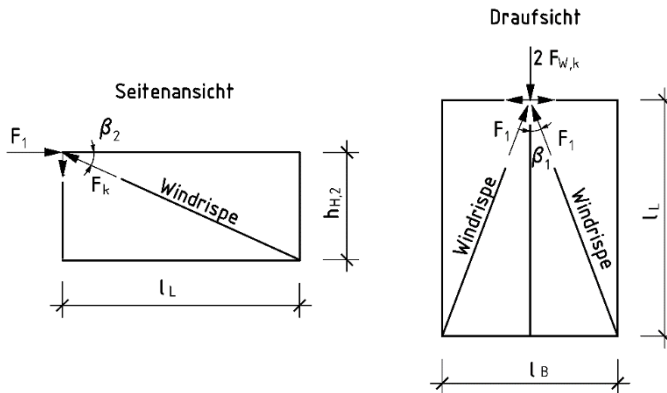


Bild C.1.1-10

$$F_{W,k} = q_F \cdot \frac{s}{3}$$

$$s = \frac{\ell_B/2}{\cos \alpha} = \frac{6,00/2}{\cos 50^\circ} = 4,67 \text{ m}$$

$$F_{W,k} = 1,9 \cdot \frac{4,67}{3} = 3,0 \text{ kN}$$

[9] Bild 7.2

[9] Tab. 7.1

[9] Tab. 7.1

[9] Bild 7.4

[10] Tab. NA.B.3

Sparrenlänge

$$F_k = \frac{F_{w,k}}{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}$$

$$\tan\beta_1 = \frac{\ell_B/2}{\ell_L}$$

$$\ell_L = 7,99 \text{ m}$$

$$\tan\beta_1 = \frac{6,00/2}{7,99} = 0,375$$

$$\beta_1 = 20,6^\circ$$

$$\tan\beta_2 = \frac{h_{H,2}}{\ell_L} = \frac{3,58}{7,99} = 0,448$$

$$\beta_2 = 24,1^\circ$$

$$F_k = \frac{3,0}{\cos 20,6^\circ \cdot \cos 24,1^\circ} = 3,2 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Windrispenkraft

$$F_d = \gamma_Q \cdot F_k = 1,5 \cdot 3,2 = 4,8 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Festigkeit

Die Festigkeitseigenschaften entsprechen denen der Sparren, da die Materialien und die Klasse der Lasteinwirkungsdauer (kurz) übereinstimmen.

$$f_{c,0,d} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_d}{A} = \frac{4,8 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^2} = 1,6 \text{ N/mm}^2$$

Tragfähigkeitsnachweis der Windrispe

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_{2y}^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}; 1 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.25)}$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.21)}$$

$$\lambda_y = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_y}$$

$$\ell_{\text{ef}} = \frac{e}{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}$$

$$= \frac{0,90}{\cos 20,6^\circ \cdot \cos 24,1^\circ} = 1,05 \text{ m}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{22,5}{30}} = 0,87 \text{ cm}$$

Gebäudelänge

$$\lambda_y = \frac{1,05 \cdot 10^2}{0,87} = 120,7$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{120,7}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7333}} = 2,06$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.27)}$$

$$= 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (2,06 - 0,3) + 2,06^2] = 2,80$$

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{2,80 + \sqrt{2,80^2 - 2,06^2}}; 1 \right\} = \{0,21; 1\} = 0,21$$

Nachweis

$$\frac{1,6}{0,21 \cdot 14,5} = 0,53 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Beispiel C.1.2

Verschiebliches Kehlbalkendach

Aufgabenstellung

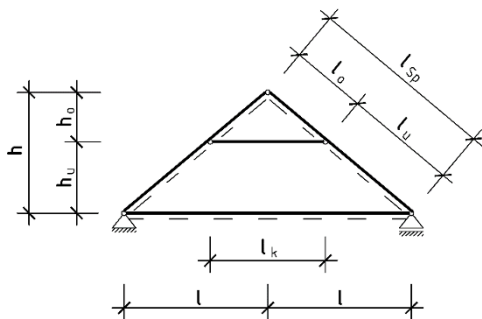


Bild C.1.2-1

Gebäudebreite = 9,50 m
 Gebäudelänge = 12,00 m
 Gebäudehöhe = 12,00 m (über OKG)
 16 Sparren - Sparrenabstand a = 0,80m
 $\alpha = 40,0^\circ$ Dachneigung
 $\ell_{SP} = 6,20$ m Sparrenlänge
 $\ell_o = 2,48$ m
 $\ell_u = 3,72$ m
 $\ell_k = 3,80$ m Kehlbalkenlänge
 $h = 4,00$ m
 $h_o = 1,60$ m
 $h_u = 2,40$ m
 $\ell = 4,75$ m
 Sparren $b/h = 8/18$ cm
 Kehlbalken $2xb/h = 2x 6/14$ cm
 $h_{DB} = 20$ cm Deckbalkenhöhe
 Festigkeitsklasse C24
 Nutzungsklasse 1

Berechnung

Grenzustände der Tragfähigkeit für den Sparren

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

Bemessungswerte der Einwirkungen und bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Bei diesem Beispiel wird auf die Zusammenstellung der einzelnen Einwirkungen und der Ermittlung der Schnittgrößen aus den jeweiligen Einwirkungskombinationen verzichtet. Die bemessungsmaßgebenden Schnittgrößen sind in den nachfolgenden Bildern dargestellt. Die für den Nachweis der einzelnen Bauteile und Verbindungen maßgebenden Einwirkungskombinationen und Schnittgrößen werden bei der Nachweisführung angegeben.

Anmerkung

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.2(B)

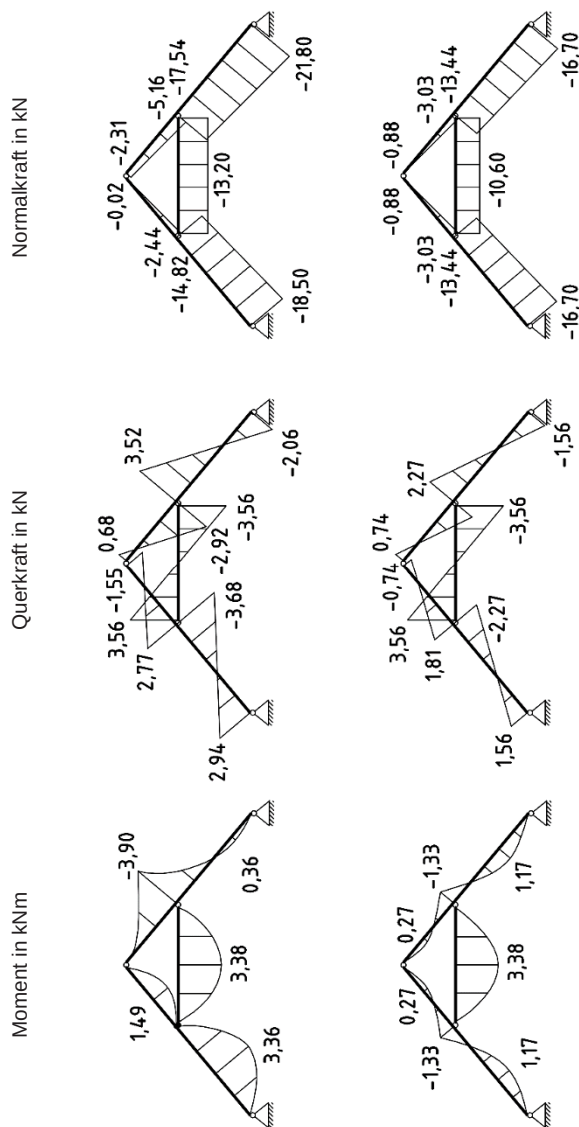


Bild C.1.2-2: Schnittgrößen aus den bemessungsmaßgebenden Einwirkungskombinationen

Querschnittswerte

$$b/h = 8/18 \text{ cm}$$

$$A = b \cdot h = 8 \cdot 18 = 144 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{8 \cdot 18^2}{6} = 432 \text{ cm}^3$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{8 \cdot 18^3}{12} = 3888 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{3888}{144}} = 5,2 \text{ cm}$$

Die Berücksichtigung einer Querschnittsschwächung am Anschluss des Kehlbalkens ist nicht erforderlich.

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[13] Tab. 1

$$\begin{aligned} f_{m,k} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{c,0,k} &= 21,0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{c,90,k} &= 2,5 \text{ N/mm}^2 \\ f_{v,k} &= 4,0 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,mean} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\ G_{mean} &= 690 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,05} &= 7400 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

$$k_{mod} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[12] Tab. NA.2

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24,0}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{21,0}{1,3} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

bemessungsmaßgebende Einwirkungskombination für den Sparren

Einwirkungskombination für Nachweis auf Druck und Biegung, sowie Schub

$$1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot w_k \oplus 1,5 \cdot 0,5 \cdot s_k \oplus 1,5 \cdot 1,0 \cdot p_k$$

mit $k_{mod} = 0,9$ (Klasse der Lasteinwirkungsdauer kurz)

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[11] Tab 3.1

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Maßgebend für die Bemessung auf Biegung und Druck sind das maximale Biegemoment und die zugehörige Normalkraft. Diese Schnittgrößen wirken im Sparren an der Stelle des Anschlusses mit dem Kehlbalken (Leeseite).

$$M_{y,d} = 3,90 \text{ kNm}$$

$$N_{c,d} = 17,54 \text{ kN}$$

Die bemessungsmaßgebende Querkraft wirkt unterhalb des Anschlusses des Kehlbalkens an den Sparren.

$$V_d = 3,68 \text{ kN}$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{17,54 \cdot 10^3}{144 \cdot 10^2} = 1,22 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_y} = \frac{3,90 \cdot 10^6}{432 \cdot 10^3} = 9,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{3,68 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 144 \cdot 10^2} = 0,77 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren um die starke Achse

[11] 6.3.2

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl. (6.23)

Knickbeiwert k_c

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}}; 1,0 \right\}$$

[11] Gl. (6.25)

$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2]$$

[11] Gl. (6.27)

$$\beta_c = 0,2 \quad (\text{für Vollholz})$$

[1] Gl. (6.29)

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.21)

$$\lambda = \frac{\ell_{ef}}{i_y}$$

$$\ell_{ef} = \beta \cdot s = 0,8 \cdot 6,20 \text{ m}$$

$$= 4,96 \text{ m}$$

[12] Gl. (NA.167)

$$s_1 = 3,72 \text{ m} < 4,34 \text{ m} = 0,7 \cdot 6,20 \text{ m}$$

$$\beta = 0,8$$

[12] Tab. NA.64, Nr.6

$$\lambda = \frac{\ell_{ef}}{i_y} = \frac{496}{5,2}$$

$$= 95$$

$$\lambda_{rel} = \frac{95}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}}$$

$$= 1,61$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,61 - 0,3) + 1,61^2] = 1,93$$

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{1,93 + \sqrt{1,93^2 - 1,61^2}}; 1,0 \right\} = \min \{0,33; 1,0\} = 0,33$$

Nachweis

$$\frac{1,22}{0,33 \cdot 14,5} + \frac{9,0}{16,6} = 0,79 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Ein Nachweis des Knickens um die schwache Achse, bzw. ein Kippnachweis (Biegedrillknicken) ist aufgrund der Haltung durch Dachlatten, Windrispen und der Geometrie des Bauteils selbst nicht erforderlich.

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (6.13)}$$

$$\frac{0,77}{2,8} = 0,28 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit für den Sparren

[2] 6.5

maßgebende Einwirkungskombination

[2] 6.5.3

$$1,0 \cdot g_k \oplus 1,0 \cdot w_k$$

[2] Gl. (6.14b)

Die Verformungen infolge der Schneelast s_k wirken hier günstig und sind deshalb nicht in der Einwirkungskombination enthalten. Die für den Nachweis maßgebende Verformung entsteht im Bereich zwischen dem Fußpunkt des Sparrens und dem Anschluss des Kehlbalkens an den Sparren.

Anfangsverformungen

seltene (charakteristische) Bemessungssituation
elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,inst} = 1,9 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = 15,8 \text{ mm}$$

Keine Überhöhung im lastfreien Zustand.

[11] 7.2 (1)

Endverformungen

[11] 7.2 (2)

[12] NCI Zu 2.2.3
(NA.7)

Endverformung infolge ständiger Lasten

[11] 2.2.3

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def})$$

[11] Gl. (2.3)

$$k_{def} = 0,6 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 1} \end{array}$$

[11] Tab. 3.2

$$w_{G,fin} = 1,9 \cdot (1 + 0,6) = 3,0 \text{ mm}$$

Endverformung infolge veränderlicher Last

Bei der vorherrschenden ersten veränderlichen Last handelt es sich um eine Windlast.

$$w_{Q,W,fin} = w_{Q,W,inst} \cdot (1 + \psi_{2,W} \cdot k_{def})$$

$$\psi_{2,W} = 0$$

$$w_{Q,W,fin} = 15,8 \cdot (1 + 0 \cdot 0,6) = 15,8 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 3,0 + 15,8 = 18,8 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis

empfohlene Grenzwerte

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 200$$

$$w_{inst} = 1,9 + 15,8 = 17,7 \text{ mm} = \ell / 350 \quad \text{Empfehlung eingehalten}$$

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,w,fin} \leq \ell / 150$$

$$w_{fin} = 18,8 \text{ mm} = \ell / 330 \quad \text{Empfehlung eingehalten}$$

Grenzzustände der Tragfähigkeit für den Kehlbalken

Der Kehlbalken wird als zweiteiliger Stab mit sechs Zwischenhölzern ausgeführt. Die Vorgehensweise bei der Ermittlung der bemessungsmaßgebenden Schnittgrößen, entspricht der für den Sparren.

Querschnittswerte

$$b/h = 2 \times 6 / 14 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot 6 \cdot 14 = 168 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{6} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 14^2}{6} = 392 \text{ cm}^3$$

$$I_y = \frac{2 \cdot b \cdot h^3}{12} = 2744 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2744}{168}} = 4,0 \text{ cm}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,7 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: lang} \end{array}$$

Abweichend von [12] Tab. NA.1 wird für die Belastung auf den Spitzboden die Lasteinwirkungsdauer lang angenommen.

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,7 \cdot \frac{21,0}{1,3} = 11,3 \text{ N/mm}^2$$

[11] 2.2.3

[11] Gl. (2.4)

[1] Tab. A.1.1

[11] 2.2.3 (5)

[11] Gl. (2.2)

[12] NDP Zu 7.2(2)

[12] Tab. NA.13 Z.2

[12] Tab. NA.13 Z.2

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl.(2.14)

[11] 3.1.3 (2)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

$$f_{m,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,7 \cdot \frac{24,0}{1,3} = 12,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,7 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,2 \text{ N/mm}^2$$

bemessungsmaßgebende Einwirkungskombination

$$1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot p_k$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Maßgebend für die Bemessung sind das maximale Biegemoment und die zugehörige Normalkraft. Diese Schnittgrößen wirken in Feldmitte des Kehlbalkens.

$$M_{y,d} = 3,38 \text{ kNm}$$

$$N_{c,d} = 13,20 \text{ kN}$$

$$V_d = 3,56 \text{ kN}$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{13,20 \cdot 10^3}{168 \cdot 10^2} = 0,79 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{3,38 \cdot 10^6}{392 \cdot 10^3} = 8,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{3,56 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 168 \cdot 10^2} = 0,64 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (6.13a)

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren um die starke Achse (y-Achse)

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl.(6.23)

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}; 1,0 \right\}$$

[11] Gl. (6.25)

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2]$$

[11] Gl. (6.27)

$$\beta_c = 0,2 \quad (\text{für Vollholz})$$

[11] Gl. (6.29)

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.21)

$$\lambda = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_y}$$

$$\ell_{\text{ef}} = \beta \cdot s$$

$$\beta = 1,0$$

$$s = \ell_k = 380 \text{ cm}$$

Eulerfall 2

$$\begin{aligned}
 \ell_{\text{ef}} &= \beta \cdot s = 1,0 \cdot 3,80 &= 3,80 \text{ m} \\
 \lambda &= \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_y} = \frac{380}{4,04} &= 94 \\
 \lambda_{\text{rel},y} &= \frac{94}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}} &= 1,60 \\
 k_y &= 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,60 - 0,3) + 1,60^2] &= 1,91 \\
 k_{c,y} &= \min \left\{ \frac{1}{1,91 + \sqrt{1,91^2 - 1,60^2}}; 1,0 \right\} = \min \{0,34; 1,0\} &= 0,34
 \end{aligned}$$

Nachweis

[11] 6.3.2 (3)

$$\frac{0,63}{0,34 \cdot 11,3} + \frac{8,6}{12,9} = 0,16 + 0,67 = \underline{0,83 < 1,0} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren um die schwache Achse (z-Achse)

Um den zweiteiligen Kehlbalken gegen Knicken um die schwache Achse auszusteifen, werden sechs Zwischenhölzer (7 Felder) angeordnet. Die genagelten Zwischenhölzer haben einen Achsabstand ℓ_1 von 54 cm untereinander.

[11] C.3

a = 8,0 cm (Sparrenbreite/lichter Abstand der Seitenhölzer)

[11] Bild C.1

h = 6,0 cm (Seitenholzbreite)

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1,0$$

[11] Gl. (6.35)

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}}; 1,0 \right\}$$

[11] Gl. (6.26)

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2]$$

[11] Gl. (6.28)

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.22)

Bei der Berechnung des bezogenen Schlankheitsgrades $\lambda_{\text{rel},z}$ wird anstelle der Schlankheit λ der wirksame Schlankheitsgrad λ_{ef} eingesetzt.

[11] C.3.2

$$\lambda_{\text{ef}} = \sqrt{\lambda^2 + \eta \cdot \frac{n}{2} \cdot \lambda_1^2}$$

[11] Gl. (C.10)

n = 2 (Anzahl der Einzelstäbe)

η = 4 (lange Belastung)

[11] Tab. C.1

a/h = 8/6 = 1,33 ≤ 3

h = b_{KB}

$\ell_y = \beta \cdot s = 1,0 \cdot 3,80 = 3,80 \text{ m}$

a₁ = a + h = 8 + 6 = 14,0 cm

$$\begin{aligned}
\ell_1 &= 54,0 \text{ cm} & [11] \text{ Bild C.1} \\
A_{\text{tot}} &= 2 \cdot A = 2 \cdot b_{\text{KB}} \cdot h_{\text{KB}} = 2 \cdot 6 \cdot 14 & [11] \text{ Gl. (C.6)} \\
&= 168 \text{ cm}^2 \\
I_{\text{tot}} &= \frac{b \cdot [(2h+a)^3 - a^3]}{12} & [11] \text{ Gl. (C.7)} \\
&= \frac{14 \cdot [(2 \cdot 6 + 8)^3 - 8^3]}{12} \\
&= 8736 \text{ cm}^4 \\
\lambda &= \ell_y \cdot \sqrt{\frac{A_{\text{tot}}}{I_{\text{tot}}}} = 380 \cdot \sqrt{\frac{168}{8736}} & [11] \text{ Gl. (C.11)} \\
&= 52,7 \\
\lambda_1 &= \max \left\{ \frac{30}{\frac{I_1 \cdot \sqrt{12}}{h}} \right\} = \max \left\{ \frac{30}{\frac{54 \cdot \sqrt{12}}{6}} \right\} = 31,2 & [11] \text{ C.3.2 (2), Gl.(C.12)} \\
\lambda_{\text{ef}} &= \sqrt{52,7^2 + 4 \cdot \frac{2}{2} \cdot 31,2^2} = 81,7 \\
\lambda_{\text{rel,z}} &= \frac{81,7}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{7400}} = 1,39 \\
k &= 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,39 - 0,3) + 1,39^2] = 1,57 \\
k_{\text{c,z}} &= \min \left\{ \frac{1}{1,57 + \sqrt{1,57^2 - 1,39^2}}; 1,0 \right\} = 0,43 \\
k_{\text{crit}} &= \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel,m}} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel,m}} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel,m}} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel,m}}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel,m}} \end{cases} & [11] \text{ Gl. (6.34)} \\
\lambda_{\text{rel,m}} &= \sqrt{\frac{f_{\text{m,k}}}{\sigma_{\text{m,crit}}}} & [11] \text{ Gl. (6.30)} \\
\sigma_{\text{m,crit}} &= \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05} & [11] \text{ Gl. (6.32)} \\
\ell_{\text{ef}} &= \ell_k = 3,80 \text{ m} & [11] \text{ Tab. 6.1} \\
\sigma_{\text{m,crit}} &= \frac{0,78 \cdot 60^2}{140 \cdot 3,8 \cdot 10^3} \cdot 7400 = 39,1 \text{ N/mm}^2 \\
\lambda_{\text{rel,m}} &= \sqrt{\frac{24,0}{39,1}} = 0,78 \\
k_{\text{crit}} &= 1,56 - 0,75 \cdot 0,78 = 0,98 \\
\text{Nachweis} & & [11] \text{ 6.3.2 (6)} \\
\left(\frac{8,6}{0,98 \cdot 12,9} \right)^2 + \frac{0,79}{0,43 \cdot 11,3} &= 0,63 < 1,0 & \text{Nachweis erbracht}
\end{aligned}$$

Auf den Nachweis der Tragfähigkeit der Anschlüsse der Bindehölzer wird hier verzichtet.

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Die Abschnitte [12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5) und (NA.6) finden hier keine Anwendung.

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1,0$$

$$\frac{0,64}{2,2} = 0,29 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit für den Kehlbalken**maßgebende Einwirkungskombination**

$$1,0 \cdot g_k \oplus 1,0 \cdot p_k$$

Anfangsverformungen

seltene (charakteristische) Bemessungssituation

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,inst} = 4,5 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{Q,inst} = 7,2 \text{ mm}$$

Keine Überhöhung im lastfreien Zustand.

Endverformungen

Endverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def})$$

$$k_{def} = 0,6 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Vollholz} \\ \text{Nutzungs-kategorie: 1} \end{array}$$

$$w_{G,fin} = 4,5 \cdot (1 + 0,6) = 7,2 \text{ mm}$$

Endverformung infolge veränderlicher Last

Bei der vorherrschenden ersten veränderlichen Last handelt es sich um eine Nutzlast der Kategorie E - Lagerräume.

$$w_{Q,fin} = w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,w} \cdot k_{def})$$

$$\psi_2 = 0,8$$

$$w_{Q,fin} = 7,2 \cdot (1 + 0,8 \cdot 0,6) = 10,7 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = 7,2 + 10,7 = 17,9 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis

empfohlene Grenzwerte

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} \leq \ell / 300$$

[11] 6.1.7

[12] NCI Zu 6.1.7

[11] Gl. (6.13)

[2] 6.5

[2] 6.5.3

[2] Gl. (6.14b)

[11] 7.2 (1)

[11] 7.2 (2)

[12] NCI Zu 2.2.3 (NA.7)

[11] 2.2.3

[11] Gl. (2.3)

[11] Tab. 3.2

[11] 2.2.3

[11] Gl. (2.4)

[1] Tab. A.1.1

[11] 2.2.3 (5)

[11] Gl. (2.2)

[12] NDP Zu 7.2(2)

[12] Tab. NA.13 Z.1

$$w_{\text{inst}} = 4,5 + 7,2 = 11,7 \text{ mm} = \ell / 325$$

Empfehlung eingehalten

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{G,fin}} + w_{\text{Q,w,fin}} \leq \ell / 200$$

[12] Tab. NA.13 Z.1

$$w_{\text{fin}} = 17,9 \text{ mm} = \ell / 212$$

Empfehlung eingehalten

Tragfähigkeitsnachweise des Anschlusses Kehlbalken/Sparren

Der Anschluss des zweiteiligen Kehlbalkens erfolgt mit zweiseitigen Einpressdübeln mit Zähnen vom Typ C1 mit einem Bolzen M12. Am Anschluss müssen Druck- und Querkkräfte übertragen werden.

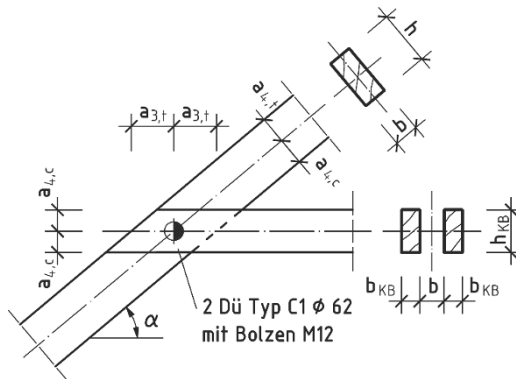


Bild C.1.2-3: Anschluss Kehlbalken/Sparren

bemessungsmaßgebende Einwirkungskombination

$$1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot s_k \oplus 1,5 \cdot 0,6 \cdot w_{0,k} \oplus 1,5 \cdot 1,0 \cdot p_k$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \quad (\text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer kurz})$$

[11] Tab 3.1

bemessungsmaßgebende resultierende Kraft/Beanspruchung

Bestimmung der zu übertragenden resultierenden Kraft F_d infolge der Querkraft V_d und der Normalkraft N_d am Anschluss und deren Winkel zur Faser des Holzes.

$$V_d = 3,56 \text{ kN}$$

$$N_d = 13,20 \text{ kN}$$

$$F_d = \sqrt{V_d^2 + N_d^2} = \sqrt{3,56^2 + 13,20^2} = 13,7 \text{ kN}$$

Winkel zwischen resultierender Krafrichtung und Kehlbalken

$$\varphi_1 = \arctan \frac{3,56}{13,20} = 15,1^\circ$$

Winkel zwischen resultierender Krafrichtung und Sparren

$$\varphi_2 = 40^\circ - 15,1^\circ = 24,9^\circ$$

Tragfähigkeitsnachweis der Dübel besonderer Bauart

Bemessungswert der Beanspruchbarkeit je Verbindungsmittel und Scherfuge für einen beliebigen Winkel zwischen Kraft und Faserichtung

$$F_{a,Rd} = F_{v,Rd,c} + F_{a,Rd,b}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit des Scheibendübels Typ C1
Durchmesser des Dübels $d_c = 62 \text{ mm}$

Passbolzen M12 aus S 235

$$F_{v,Rd,c} = \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk,c}}{\gamma_M}$$

$$k_{mod} = 0,9 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungsklasse: 2} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{array}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$F_{v,Rk,c} = 18 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot d_c^{1,5}$$

$$k_1 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ t_1 / (3 \cdot h_e) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 60 / (3 \cdot 7,4) \\ 80 / (5 \cdot 7,4) \end{array} \right\} = 1,0$$

$$t_1 = 60 \text{ mm} \quad \text{Breite der Kehlbalken}$$

$$t_2 = 80 \text{ mm} \quad \text{Breite der Sparren}$$

$$h_e = 7,4 \text{ mm} \quad \text{Einpresstiefe der Zähne}$$

$$k_2 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ a_{3,t} / (1,5 \cdot d_c) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 84 / (2 \cdot 62) \end{array} \right\} = 0,68$$

$$a_{3,t} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,1 \cdot d_c \\ 7 \cdot d \\ 80 \text{ mm} \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,1 \cdot 62 \\ 7 \cdot 12 \\ 80 \text{ mm} \end{array} \right\} = 84 \text{ mm}$$

$$k_3 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ \rho_k / 350 \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 350 / 350 \end{array} \right\} = 1,0$$

$$F_{v,Rk,c} = 18 \cdot 1,0 \cdot 0,68 \cdot 1,0 \cdot 62^{1,5} = 5975 \text{ N}$$

$$F_{v,Rd,c} = \frac{0,9 \cdot 5975}{1,3} = 4137 \text{ N}$$

Bemessungswert der Beanspruchbarkeit $R_{b,\alpha,d}$ des Bolzens M12
charakteristischer Wert der Lochleibungsfestigkeit

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$f_{u,k} = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k$$

$$= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 12) \cdot 350$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d = 1,35 + 0,015 \cdot 12 = 1,53$$

[11] 8.10

[11] 8.10 (1)

[11] 2.4.3

[11] Gl. (2.17)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] Gl. (8.72)

[11] Gl. (8.73)

[11] Gl. (8.74)

[11] Gl. (8.75)

[11] Gl. (8.78)

Bolzendurchmesser

[13] Tab. 1

[15] Tab. 3.1

[11] Gl. (8.31)

[11] Gl. (8.32)

[11] Gl. (8.33)

$f_{h,1,k} = \frac{25,26}{1,53 \cdot \sin^2(15,1^\circ) + \cos^2(15,1^\circ)}$	$= 24,38 \text{ N/mm}^2$	(Seitenhölzer Kehlbalken)
$f_{h,2,k} = \frac{25,26}{1,53 \cdot \sin^2(24,9^\circ) + \cos^2(24,9^\circ)}$	$= 23,09 \text{ N/mm}^2$	Sparren
$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = \frac{23,09}{24,38}$	$= 0,95$	[11] Gl. (8.8)
charakteristischer Wert des Fliemomentes		
$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 360 \cdot 12^{2,6}$	$= 69071 \text{ Nmm}$	[11] Gl. (8.30)
Mindestholzdicken		[12] NCI NA.8.2.4
Seitenhölzer (Kehlbalken)		
$t_{1,req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d}}$		[12] Gl. (NA.110)
$t_{1,req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0,95}{1+0,95}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{69071}{24,38 \cdot 12}}$		
$t_{1,req} = 60,0 \text{ mm} = \underline{6,00 \text{ cm}} = 6,0 \text{ cm} = t_1$	Anforderung erfüllt	
Mittelholz (Sparren)		
$t_{2,req} = 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1+\beta}} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,2,k} \cdot d}}$		[12] Gl. (NA.112)
$t_{2,req} = 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1+0,95}} \right) \cdot \sqrt{\frac{69071}{23,09 \cdot 12}}$		
$t_{2,req} = 52,0 \text{ mm} = \underline{5,20 \text{ cm}} < 8,0 \text{ cm} = t_2$	Anforderung erfüllt	
Charakteristischer Bemessungswert der Tragfähigkeit je Scherfuge und Bolzen		[12] NCI NA.8.2.4
$F_{\alpha,Rk,b} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,2,k} \cdot d}$		[12] Gl. (NA.109)
$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0,94}{1+0,94}} \cdot \sqrt{2 \cdot 69071 \cdot 23,09 \cdot 12}$	$= 6107 \text{ N}$	
Bemessungswert der Tragfähigkeit je Scherfuge und Bolzen		
$F_{\alpha,Rd,b} = \frac{k_{mod} \cdot F_{\alpha,Rk,b}}{\gamma_M} = \frac{k_{mod} \cdot R_{b,\alpha,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 6107}{1,1}$	$= 4997 \text{ N}$	[12] Gl. (NA.113)
$\gamma_M = 1,1$		[12] Gl. (NA.113)
Bemessungswert der Tragfähigkeit je Scherfuge der Verbindung		
$F_{\alpha,Rd} = F_{v,Rd,c} + F_{\alpha,Rd,b} = 4137 + 4997 = 9134 \text{ N}$	$= 9,13 \text{ kN}$	[11] 8.10 (1)

Nachweis

Es werden zwei Einpressdübel Typ C1 (je Seite einer mit Durchmesser $d_c = 62 \text{ mm}$) mit einem Bolzen M12 angeordnet. Die zu übertragende Kraft F_d wird auf zwei Scherfugen verteilt.

$$\frac{F_d}{2 \cdot F_{\alpha, Rd}} = \frac{13,7}{2 \cdot 9,13} = 0,75 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Konstruktive Anforderungen

Randabstände des Einpressdübels und des Bolzens

Seitenhölzer/Einpressdübel

$$\alpha = 15,1^\circ$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende

$$a_{3,t, req} = 1,5 \cdot d_c = 1,5 \cdot 6,2 = 9,3 \text{ cm} < 11,7 \text{ cm} = a_{3,t}$$

Anforderung erfüllt

[11] 8.9 (9), Tab. 8.7

Abstand zum unbeanspruchten Hirnholzende

$$a_{3,c, req} = 1,2 \cdot d_c = 1,2 \cdot 6,2 = 7,4 \text{ cm} < 11,7 \text{ cm} = a_{3,c}$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum beanspruchten Rand

$$a_{4,t, req} = (0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c = (0,6 + 0,2 \cdot \sin 15,1^\circ) \cdot 6,2 \\ = 4,4 \text{ cm} < 7,0 \text{ cm} = a_{4,t}$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c, req} = 0,6 \cdot d_c = 0,6 \cdot 6,2 = 3,7 \text{ cm} < 7,0 \text{ cm} = a_{4,c}$$

Anforderung erfüllt

Seitenhölzer/Bolzen

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende

$$a_{3,t, req} = 7 \cdot d = 7 \cdot 1,2 = 8,4 \text{ cm} < 11,7 \text{ cm} = a_{3,t}$$

Anforderung erfüllt

 [11] 8.5.5.1 (3),
Tab. 8.4

Abstand zum unbeanspruchten Hirnholzende

$$a_{3,c, req} = 4 \cdot d = 4 \cdot 1,2 = 4,8 \text{ cm} < 11,7 \text{ cm} = a_{3,c}$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum beanspruchten Rand

$$a_{4,t, req} = \max [(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 3 \cdot d] \\ = \max [(2 + 2 \cdot \sin 15,1^\circ) \cdot 1,2; 3 \cdot 1,2] \\ = 3,6 \text{ cm} < 7,0 \text{ cm} = a_{4,t}$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c, req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 1,2 = 3,7 \text{ cm} < 7,0 \text{ cm} = a_{4,c}$$

Anforderung erfüllt

Mittelholz/Einpressdübel

$$\alpha = 24,9^\circ$$

Abstand zum beanspruchten Rand

$$a_{4,t, req} = (0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c = (0,6 + 0,2 \cdot \sin 24,9^\circ) \cdot 6,2 \\ = 4,3 \text{ cm} < 9,0 \text{ cm} = a_{4,t}$$

Anforderung erfüllt

[11] 8.9 (9), Tab. 8.7

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c, req} = 0,6 \cdot d_c = 0,6 \cdot 6,2 = 3,7 \text{ cm} < 9,0 \text{ cm} = a_{4,c}$$

Anforderung erfüllt

Mittelholz/Bolzen

Abstand zum beanspruchten Rand

$$\begin{aligned} a_{4,t,req} &= \max [(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 3 \cdot d] \\ &= \max [(2 + 2 \cdot \sin 24,9) \cdot 1,2; 3 \cdot 1,2] \\ &= \underline{3,6 \text{ cm} < 7,0 \text{ cm}} = a_{4,t} \end{aligned}$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 1,2 = \underline{3,6 \text{ cm} < 9,0 \text{ cm}} = a_{4,c}$$

Anforderung erfüllt

Tragfähigkeitsnachweise für den Anschluss der Sparren im Firstpunkt

Die beiden Sparren werden im Firstpunkt durch eine Verblattung miteinander verbunden. Die Konstruktion wird durch eine einschrittige Holz-Holz-Nagelverbindung mit Nägeln Na 34/80 ausgeführt.

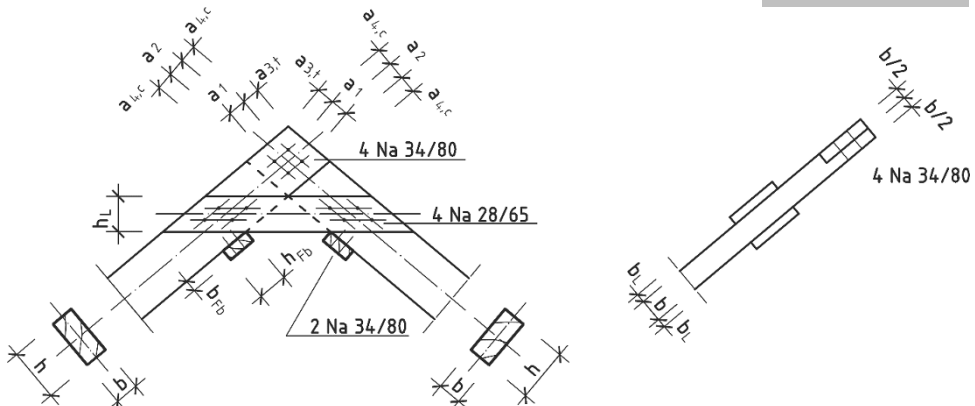


Bild C.1.2-4: Anschluss Kehlbalken/Sparren

bemessungsmaßgebende Einwirkungskombination

$$1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot w_{0,k} \oplus 1,5 \cdot 0,5 \cdot s_k \oplus 1,5 \cdot 1,0 \cdot p_k$$

$$k_{mod} = 0,9 \quad (\text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer kurz})$$

Bemessungswerte der Beanspruchung

Maßgebende resultierende Kräfte im Firstpunkt

$$F_{Ed} = \sqrt{2,31^2 + 0,68^2} = 2,41 \text{ kN} \quad (k_{mod} = 0,9)$$

Maßgebend sind die Einwirkungskombinationen des Sparrens.

vereinfachter Tragfähigkeitsnachweis für die Nägel

Mindestholzdicke

Stärke der Verblattung $t = 4,0 \text{ cm}$ je Seite

Nagellänge $= 8,0 \text{ cm}$

$$t_{req} = 9 \cdot d = 9 \cdot 3,4 = \underline{31 \text{ mm} < 40 \text{ mm}}$$

Anforderung erfüllt

[11] 8.5.5.1 (3),
Tab. 8.4

[1] Gl. (6.9b), (6.10)
[11] Tab 3.1

[12] NCI Zu 8.3.1.2

[12] Gl. (NA.121)

Mindesteinschlagtiefe

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 3,4 = \underline{31 \text{ mm}} < 40 \text{ mm} = 8,0 - 4,0 \text{ cm}$$

Anforderung erfüllt

[12] Gl. (NA.121)

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

[12] Gl. (NA.120)

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

[13] Tab. 1

$$d = 3,4 \text{ mm}$$

$$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 3,4^{2,6} = 4336 \text{ Nmm}$$

[11] Gl. (8.14)

$$f_{h,1,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} \text{ (für nicht vorgebohrte Hölzer)}$$

[11] Gl. (8.15)

$$f_{h,1,k} = 0,082 \cdot 350 \cdot 3,4^{-0,3} = 19,9 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot 4336,3 \cdot 19,9 \cdot 3,4} = 766 \text{ N}$$

Bemessungswerte der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.3)

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} = \frac{766 \cdot 0,9}{1,1} = 626,7 \text{ N}$$

[12] Gl. (NA.113)

$$k_{\text{mod}} = 0,9$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,1$$

[12] Gl. (NA.113)

Bestimmung der erforderlichen Nagelanzahl n

$$n_{\text{req}} = \frac{F_{\text{Ed}}}{F_{v,Rd}} = \frac{2410}{626,7} = 3,84$$

Ausführung mit 2×2 Nägeln Na 34/80

Die Nägel sind in Reihe rechtwinklig zur Faserrichtung mindestens um 1d gegeneinander versetzt anzuordnen.

[11] 8.3.1.1 (8)

Konstruktive Anforderungen**Mindestnagelabstände**

Für den Winkel α wird jeweils der ungünstigste Fall der Wirkungsrichtung der resultierenden Kraft F_{Ed} untersucht.

Abstand parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,\text{req}} = (5 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = 10 \cdot 3,4$$

$$= \underline{34 \text{ mm}} < 90 \text{ mm} = a_1$$

Anforderung erfüllt

[1] 12.5.2, Tab.10

Abstand rechtwinklig zur Faserrichtung

$$a_{2,\text{req}} = 5 \cdot d = 5 \cdot 3,4 = \underline{17 \text{ mm}} < 90 \text{ mm} = a_2$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende

$$a_{3,t,\text{req}} = (10 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = 15 \cdot 3,4$$

$$= \underline{51 \text{ mm}} < 90 \text{ mm} = a_{3,t}$$

Anforderung erfüllt

Abstand zum beanspruchten Rand

$$a_{4,t,\text{req}} = (5 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d = 7 \cdot 3,4$$

$$= \underline{24 \text{ mm}} < 90 \text{ mm} = a_{4,t}$$

Anforderung erfüllt

Konstruktiv werden an den beiden Sparren im Firstpunkt Laschen 3×12 cm beidseitig angeordnet, die mit Nägeln Na 28/65 befestigt sind. Unter den Laschen wird je Dachseite eine Firstbohle $4,0 \times 10,0$ cm (Querschnitt) angeordnet, die der Weiterleitung der resultierenden Windkraft im First dient.

Tragfähigkeitsnachweise für den Fußpunkt

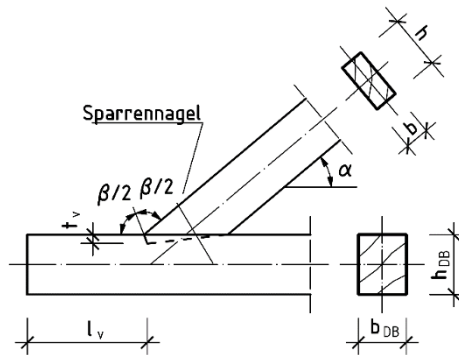


Bild C.1.2-5: Anschluss des Sparrens an den Deckenbalken

bemessungsmaßgebende Einwirkungskombination

$$1,35 \cdot g_k \oplus 1,5 \cdot s_k \oplus 1,5 \cdot 0,6 \cdot w_{0,k} \oplus 1,5 \cdot 1,0 \cdot p_k$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \quad (\text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer kurz})$$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[11] Tab 3.1

Bemessungswert der Einwirkung

maßgebende Normalkraft im Fußpunkt des Sparrens

$$F_d = 21,8 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Beanspruchung

Druckkraft $F_{c,\alpha,d}$, die senkrecht zur Stirnfläche wirkt.

$$\text{Dachneigung/Anschlußwinkel} \quad \gamma = 40^\circ$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{40}{2} = 20^\circ$$

$$F_{c,\alpha,d} = F_d \cdot \cos \alpha = 21,8 \cdot \cos 20^\circ = 20,5 \text{ kN}$$

Tragfähigkeitsnachweis für den einfachen Versatz

Der Sparren wird mittels eines einfachen Versatzes im Deckenbalken (16/20 cm, C24) einer Holzbalkendecke gelagert.

$$\text{Einschnitttiefe} \quad t_v = 3,0 \text{ cm}$$

$$\text{Vorholzlänge} \quad \ell_v = 40,0 \text{ cm}$$

$$\text{Sparrenbreite} \quad b_{\text{sp}} = 8,0 \text{ cm}$$

Nachweis der Stirnfläche

Bemessungsmaßgebende Beanspruchung

Druckkraft $F_{c,\alpha,d}$, die senkrecht zur Stirnfläche wirkt.

Dachneigung/Anschlußwinkel $\gamma = 40^\circ$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{40}{2} = 20^\circ$$

$$F_{c,\alpha,d} = F_d \cdot \cos \alpha = 21,8 \cdot \cos 20^\circ = 20,5 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

Stirnfläche des Versatzes

$$A_\alpha = \frac{b \cdot t_v}{\cos \alpha} = \frac{8 \cdot 3,0}{\cos 20^\circ} = 25,5 \text{ cm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Normalspannung senkrecht zur Stirnfläche

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A_\alpha} = \frac{20,5 \cdot 10^3}{25,5 \cdot 10^2} = 8,0 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.162)
Druckspannung

Bemessungswert der Festigkeit des Stirnversatzes

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{14,5}{\sqrt{\left(\frac{14,5}{2 \cdot 1,73} \cdot \sin^2 20^\circ \right)^2 + \left(\frac{14,5}{2 \cdot 2,8} \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ \right)^2 + \cos^4 20^\circ}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 11,1 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.163)

Einschnitttiefe

$$t_v \leq \frac{h}{4}$$

$$t_v = \underline{3,0 \leq 5} = \frac{20}{4} = \frac{h}{4}$$

Nachweis erbracht

[12] NCI NA.12.1
(NA.1)

[12] Gl. (NA.160)
für $\alpha < 50^\circ$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1$$

[12] Gl. (NA.161)

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{8,0}{11,1} = \underline{0,72 < 1,0}$$

Nachweis erbracht

Nachweis der Vorholzlänge

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

[12] NCI NA.12.1
(NA.4)

[11] Gl. (6.13)

Bemessungsmaßgebende Beanspruchung

$$\tau_d = \frac{F_{H,d}}{A_D}$$

$$F_{H,d} = F_d \cdot \cos \gamma = 21,8 \cdot \cos 40^\circ = 16,7 \text{ kN}$$

$$A_D = k_{cr} \cdot b_{1(2)} \cdot \ell$$

$$\ell = \min\{\ell_v; 8 \cdot t_v\} = \min\{40; 8 \cdot 3,0 = 24\} = 24,0 \text{ cm}$$

$$A_D = 0,5 \cdot 16 \cdot 24 = 192,0 \text{ cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{16,7 \cdot 10^3}{192,0 \cdot 10^2} = 0,87 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,87}{2,8} = 0,31 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Der Versatz wird durch einen konstruktiv angebrachten Sparrennagel in der Lage gesichert.

[12] NCI NA.12.1
(NA.4)

[12] NCI NA.12.1
(NA.5)

Beispiel C.2.1

Fachwerkträger - Dreiecksbinder

Aufgabenstellung

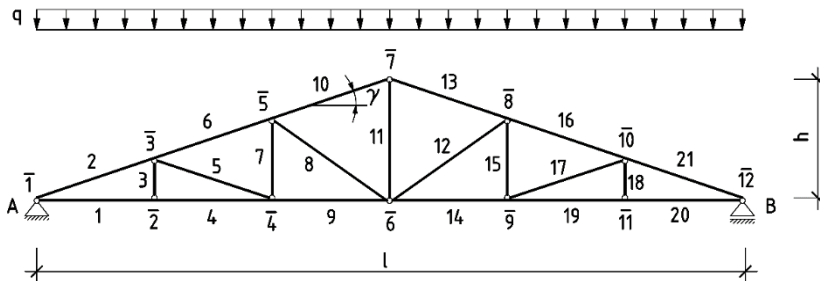


Bild C.2.1-1

$q_{G,k} = 0,6 \text{ kN/m}^2$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 0,3 \text{ kN/m}^2$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2

$\ell = 15,0 \text{ m}$
 $\ell_1 = 2,50 \text{ m}$
 Dachneigung $\gamma = 18,4^\circ$
 $a = 5,0 \text{ m}$ Binderabstand
 $e = 2,5 \text{ m}$ Pfettenabstand
 Kiefernholz der Festigkeitsklasse C35

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$

[1] Gl. (6.9b), (6.10)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 0,6 = 0,81 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 0,3 = 0,45 \text{ kN/m}^2$$

$$\bar{q}_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 0,81 + 0,45 = 1,26 \text{ kN/m}^2$$

[1] Tab. A1.2(B)

Streckenlasten auf den Dreiecksbinder

Transformation der Flächenlast in eine Streckenlast, als Einwirkung für den Fachwerkträger. Die Durchlaufwirkung der Pfetten wird vernachlässigt.

$$q_d = \bar{q}_d \cdot a = 1,26 \cdot 5,0 = 6,3 \text{ kN/m}$$

Querschnittswerte

Bauteil	Stab- nummer	b_i / h_i in cm	A_i in cm ²	$W_{i,y}$ in cm ³	$I_{i,y}$ in cm ⁴	$I_{i,z}$ in cm ⁴
Obergurt	2, 6, 10	16 / 20	320	1067	10667	6827
Untergurt	1, 4, 9	16 / 20	320	1067	10667	6827
Druckstreben	5, 8	16 / 10	160	267	1333	3413
Vertikalstäbe	3, 7	2 x 4 / 10	2 x 40	2 x 67	2 x 333	2 x 53
	11	16 / 16	256	683	5461	5461

Vereinfachte Berechnung von Fachwerken

Der Fachwerkträger ist ausschließlich aus Dreiecken aufgebaut. Es wird eine vereinfachte Berechnung durchgeführt. Dabei werden die Beanspruchungen an einem Stabwerksmodell mit gelenkigen Anschlüssen in den Knotenpunkten ermittelt. Für die durchlaufenden Gurte werden die Biegemomente unter Berücksichtigung der Durchlaufwirkung berechnet. Die Systemlinien im statischen Modell stimmen mit den Achsen der Gurtstäbe überein. Die Systemlinien der Füllstäbe liegen innerhalb der Ansichtsflächen der Stäbe.

Schnittgrößen und Auflagerkräfte

Aus Symmetriegründen wird im Weiteren nur der linke Teil des Fachwerks betrachtet.

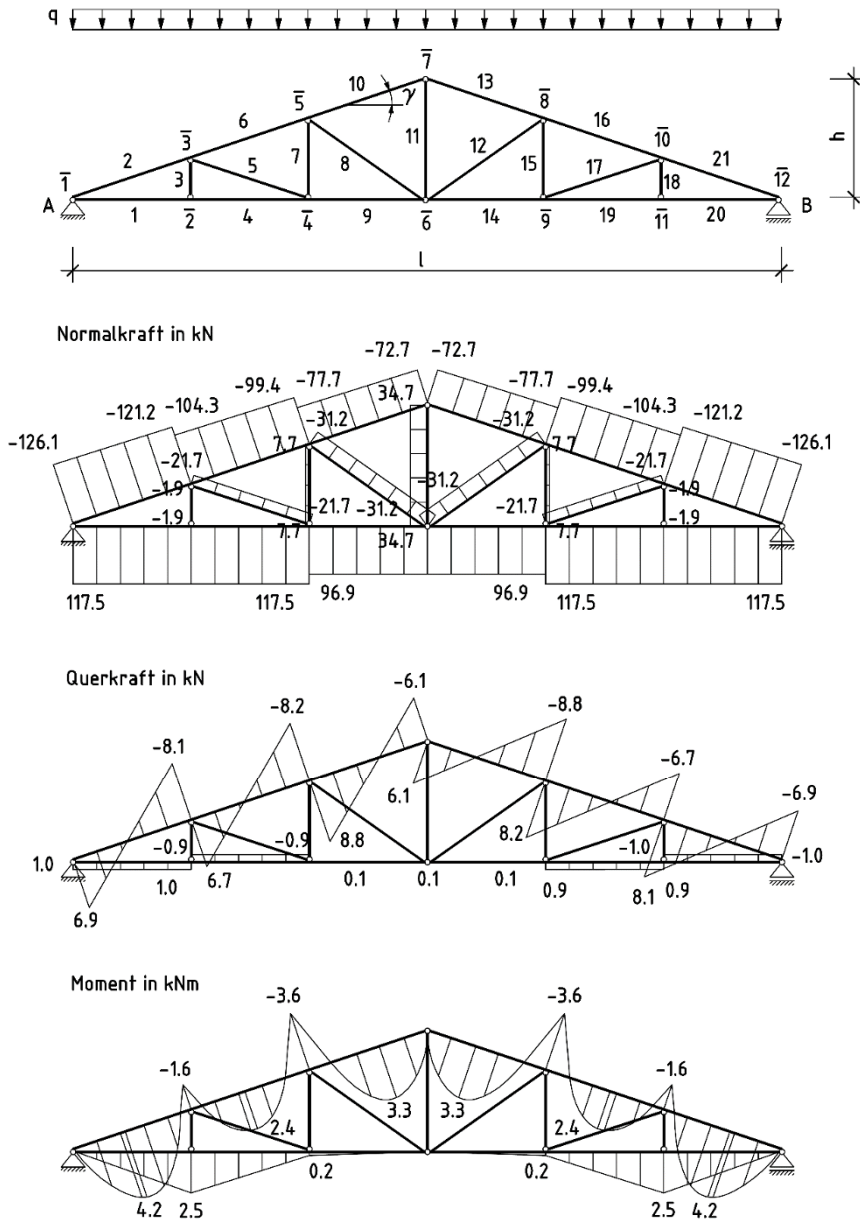


Bild C.2.1-2: Schnittgrößen aus der Einwirkungskombination

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$f_{m,k}$	= 35,0 N/mm ²
$f_{t,0,k}$	= 21,0 N/mm ²
$f_{c,0,k}$	= 25,0 N/mm ²
$f_{c,90,k}$	= 2,8 N/mm ²
$f_{v,k}$	= 4,0 N/mm ²
$E_{0,mean}$	= 13000 N/mm ²
$E_{0,05}$	= 8700 N/mm ²
G_{mean}	= 810 N/mm ²

[13] Tab. 1

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$k_{mod} = 0,9 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 2
Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

$$\gamma_M = 1,3$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.3

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{35,0}{1,3} = 24,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{21,0}{1,3} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{25,0}{1,3} = 17,3 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,8}{1,3} = 1,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Nachweise der Querschnittstragfähigkeiten

Im Folgenden werden die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit für folgende Bauteile des Fachwerks mit den jeweiligen bemessungsmaßgebenden Schnittgrößen und Verformungen geführt:

- Obergurt (Stab 2)
- Untergurt (Stab 1)
- Druckstrebe (Stab 8)
- Vertikalstäbe (Stäbe 7, 11).

Die Anschlüsse der Knoten 1, 5 und 6 werden bemessen. Bei der Tragsicherheitsberechnung der Knoten sind die Querschnittsschwächungen der Bauteile aufgrund der Knotenausbildung zu berücksichtigen. Abschließend werden zusätzliche Betrachtungen zur Stabilitätsberechnung erläutert.

Tragfähigkeitsnachweis für den Obergurt (Stab 2)

Der Einfluss der Auflagerausmitten ist aufgrund der Wahl des doppelten Versatzes am Knoten 1 vernachlässigbar klein und wird hier nicht weiter betrachtet.

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Normalkraft an der Stelle des maximalen Momentes

$$N_{2,c,d} = -123,9 \text{ kN}$$

$$M_{2,y,d} = 4,2 \text{ kNm}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{2,c,0,d} = \frac{N_{2,c,d}}{A_2} = \frac{123,9 \cdot 10^3}{320 \cdot 10^2} = 3,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{2,m,y,d} = \frac{M_{2,y,d}}{W_{2,y}} = \frac{4,2 \cdot 10^6}{1067 \cdot 10^3} = 3,9 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Knickbeiwert für die starke Achse (y-Achse)

$$k_{2,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}; 1,0 \right\}$$

$$k_y = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2)$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz}$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$$\lambda_y = \frac{\ell_{\text{ef},y}}{\sqrt{I_{2,y}/A_2}}$$

$$\ell_{\text{ef},y} = \beta_y \cdot \ell_2$$

$$\beta_y = 1,0 \quad \text{Eulerfall 2}$$

$$\ell_2 = \frac{\ell_1}{\cos \alpha} = \frac{2,5}{\cos 18,4} = 2,63 \text{ m}$$

$$\ell_{\text{ef},y} = 1,0 \cdot 2,63 = 2,63 \text{ m}$$

$$\lambda_y = \frac{2,63 \cdot 10^2}{\sqrt{10667/320}} = 45,6$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{45,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{25,0}{8700}} = 0,78$$

$$k_y = 0,5 \cdot (1 + 0,2 \cdot (0,78 - 0,3) + 0,78^2) = 0,85$$

$$k_{2,y} = \min \left\{ \frac{1}{0,85 + \sqrt{0,85^2 - 0,78^2}}; 1,0 \right\}$$

$$= \min \{0,84; 1,0\} = 0,84$$

[11] 6.3.2

[11] 5.4.2 (1)P

Druck

Biegung

[11] 6.3.2

[11] Gl. (6.25)

[11] Gl. (6.27)

[11] Gl. (6.29)

[11] Gl. (6.21)

[12] Tab. NA.24

[13] Tab. 1

Knickbeiwert für die schwache Achse (z-Achse)

$$k_{2,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}}; 1,0 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.26)}$$

$$k_z = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2) \quad [11] \text{ Gl. (6.28)}$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.22)}$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_{\text{ef},z}}{\sqrt{I_{2,z}/A_2}}$$

$$\ell_{\text{ef},z} = \beta_z \cdot \ell_2$$

$$\beta_z = 1,0$$

$$\ell_{\text{ef},z} = 1,0 \cdot 2,63 = 2,63 \text{ m} \quad \text{Eulerfall 2}$$

$$\lambda_z = \frac{2,63 \cdot 10^2}{\sqrt{6827/320}} = 56,9$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{56,9}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{25,0}{8700}} = 0,97 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$k_z = 0,5 \cdot (1 + 0,2 \cdot (0,97 - 0,3) + 0,97^2) = 1,04$$

$$k_{2,z} = \min \left\{ \frac{1}{1,04 + \sqrt{1,04^2 - 0,97^2}}; 1,0 \right\} = 0,71$$

$$= \min \{0,71; 1,0\}$$

Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{\text{ef}} = 2,63 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 160^2}{200 \cdot 2,63 \cdot 10^3} \cdot 8700 = 330,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{35,0}{330,3}} = 0,33$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

Stabilitätsnachweis um die starke Achse (y-Achse)

$$\frac{\sigma_{2,c,0,d}}{k_{2,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{2,m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

$$\frac{3,9}{0,84 \cdot 17,3} + \frac{3,9}{24,2} = 0,43 < 1$$

Nachweis erbracht

Stabilitätsnachweis um die schwache Achse (z-Achse)

$$\frac{\sigma_{2,c,0,d}}{k_{2,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{2,m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.24)

$$k_m = 0,7 \quad \text{für Rechteckquerschnitte}$$

[11] 6.1.6 (2)

$$\frac{3,9}{0,71 \cdot 17,3} + 0,7 \cdot \frac{3,9}{24,2} = 0,43 < 1$$

Nachweis erbracht

Da der Kippbeiwert 1,0 beträgt wird die Gleichung (6.35) nicht bemessungsmaßgebend.

[11] Gl. (6.35)

Tragfähigkeitsnachweis für den Untergurt (Stab 1)

[11] 6.2.3

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$N_{1,t,d} = 117,5 \text{ kN}$$

Zug

$$M_{1,y,d} = 2,5 \text{ kNm}$$

Biegung

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{1,t,0,d} = \frac{N_{1,t,d}}{A_1} = \frac{117,5 \cdot 10^3}{320 \cdot 10^2} = 3,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,m,y,d} = \frac{M_{2,y,d}}{W_{2,y}} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{1067 \cdot 10^3} = 2,3 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Zug und Biegung

[11] 6.2.3 (1)

$$\frac{\sigma_{1,t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{1,m,y,d}}{f_{m,d}} = \frac{3,7}{14,5} + \frac{2,3}{24,2} = 0,35 < 1,0$$

Nachweis erbracht

[11] Gl. (6.17)

Tragsicherheitsnachweis für die Druckstreben (Stab 8)

[11] 6.3.2

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$N_{8,c,d} = -31,2 \text{ kN}$$

Druck

Da die Versatzanschlüsse der Strebe 8 gleichgerichtete Ausmitten aufweisen, wird die Strebe durch ein zusätzliches konstantes Moment infolge der exzentrischen Krafteinleitung beansprucht. Der Einfluss der Anschlussausmitten ist zu berücksichtigen.

Das über die Strebe konstante Moment M_8 aufgrund der ausmittigen Lasteinleitung beträgt:

$$M_{8,y,d} = N_{8,c,d} \cdot e$$

$$N_{8,c,d} = -31,2 \text{ kN}$$

$$e = \frac{h_8}{2} - \frac{t_{v,5}}{2} = \frac{10}{2} - \frac{2,5}{2} = 3,75 \text{ cm}$$

$$t_{v,5} = 2,5 \text{ cm} \quad \text{Versatztiefe der Strebe 8 am Knoten 5}$$

$$M_{8,y,d} = 31,2 \cdot 3,75 \cdot 10^{-2} = 1,17 \text{ kNm}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{1,c,0,d} = \frac{N_{1,c,d}}{A_1} = \frac{31,2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^2} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{8,m,y,d} = \frac{M_{8,y,d}}{W_{2,y}} = \frac{1,17 \cdot 10^6}{267 \cdot 10^3} = 4,4 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3

Knickbeiwert für die schwache Achse (y-Achse)

$$k_{8,c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,c,y}^2}}; 1,0 \right\}$$

[11] Gl. (6.25)

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2]$$

[11] Gl. (6.27)

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.21)

$$\lambda_y = \frac{\ell_{ef,y}}{\sqrt{I_{8,y}/A_8}}$$

$$\ell_{ef,y} = \beta_y \cdot \ell_8$$

$$\beta_y = 1,0 \text{ Eulerfall 2}$$

[12] Tab. NA.24

$$\ell_8 = \sqrt{(2 \cdot \ell_1 \cdot \tan \alpha)^2 + \ell_1^2}$$

$$= \sqrt{(2 \cdot 2,50 \cdot \tan 18,4)^2 + 2,50^2} = 3,00 \text{ m}$$

$$\ell_{ef,y} = 1,0 \cdot 3,00 = 3,00 \text{ m}$$

$$\lambda_y = \frac{3,00 \cdot 10^2}{\sqrt{1333/160}} = 103,9$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{103,9}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{25,0}{8700}} = 1,77$$

[13] Tab. 1

$$k_y = 0,5 \cdot (1 + 0,2 \cdot (1,77 - 0,3) + 1,77^2) = 2,22$$

$$k_{8,c,y} = \min \left\{ \frac{1}{2,22 + \sqrt{2,22^2 - 1,77^2}}; 1,0 \right\}$$

$$= \min \{0,28; 1,0\} = 0,28$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{8,c,0,d}}{k_{8,c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{8,m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{2,0}{0,28 \cdot 17,3} + \frac{4,4}{24,2} = 0,59 < 1$$

[11] Gl. (6.23)

Nachweis erbracht

Tragsicherheitsnachweise für die Vertikalstäbe (Stab 7 und 11)

Stab 7

[11] 6.1.2

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{7,t,d} = 7,7 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{7,t,0,d} = \frac{N_{7,t,d}}{A_7} = \frac{7,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 40 \cdot 10^2} = 0,96 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Zug

$$\frac{\sigma_{7,t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{0,96}{14,5} = 0,07 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Stab 11

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{11,t,d} = 34,7 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{11,t,0,d} = \frac{N_{11,t,d}}{A_{11}} = \frac{34,7 \cdot 10^3}{256 \cdot 10^2} = 1,36 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Zug

$$\frac{\sigma_{11,t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{1,36}{14,5} = 0,09 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Bemessung der Anschlüsse

Bemessung des Anschlusses am Knoten 1

Der Anschluss wird mit einem doppelten Versatz ausgeführt. Der Versatz ist durch einen Bolzen M8 in der Lage zu sichern.

$$t_{v,1} = 3,0 \text{ cm (Stirn)}$$

$$t_{v,2} = 4,0 \text{ cm (Ferse)}$$

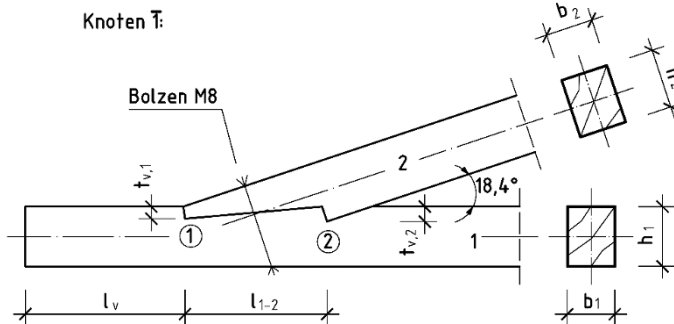


Bild C.2.1-3

Nachweis der maximalen Einschnittstiefen

$$t_v \leq \frac{h}{4} \text{ für } \gamma \leq 50^\circ \quad \text{hier ist } \gamma = 18,4^\circ < 50^\circ$$

$$t_{v,1} = 3,0 < 5,0 = \frac{20}{4} = \frac{h_2}{4} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Zug

[11] Gl. (6.1)

[11] 6.1.2

Zug

[11] Gl. (6.1)

[12] NCI NA.12.1

[12] NCI NA.12.1 (NA.1)

[12] Gl. (NA.160)

$$t_{v,2} = 4,0 < 5,0 = \frac{20}{4} = \frac{h_2}{4}$$

Nachweis erbracht

Erläuterungen zur Nachweisführung des doppelten Versatzes

Der Nachweis wird über einen Vergleich des Bemessungswertes der Normalkraft zur Tragfähigkeit geführt. Die Tragfähigkeit des doppelten Versatzes $R_{\text{tot},d}$ ergibt sich aus der Summe der Tragfähigkeiten des Stirnversatzes $R_{1,d}$ und des Fersenversatzes $R_{2,d}$.

$$\frac{N_{c,0,d}}{R_{\text{tot},d}} \leq 1$$

$$R_{\text{tot},d} = R_{1,d} + R_{2,d}$$

Tragfähigkeit des Stirnversatzes $R_{1,d}$

$$R_{1,d} = f_{c,\alpha,d} \cdot A_1$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{18,4}{2} = 9,2^\circ$$

$$= \frac{17,3}{\sqrt{\left(\frac{17,3}{2 \cdot 1,9} \cdot \sin^2 9,2^\circ\right)^2 + \left(\frac{17,3}{2 \cdot 2,8} \cdot \sin 9,2^\circ \cdot \cos 9,2^\circ\right)^2 + \cos^4 9,2^\circ}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 14,4 \text{ N/mm}^2$$

$$A_1 = \frac{b_1 \cdot t_{v,1}}{\cos \alpha} = \frac{16,0 \cdot 3,0}{\cos 9,2^\circ} = 48,6 \text{ cm}^2$$

$$R_{1,d} = 14,4 \cdot 48,6 \cdot 10^2 = 70019 \text{ N}$$

Transformation der Krafrichtung der Kraft $R_{1,d}$ in Richtung der Stabachse

$$\bar{R}_{1,d} = \frac{R_{1,d}}{\cos \alpha} = \frac{70019}{\cos 9,2^\circ} = 70931 \text{ N}$$

Tragfähigkeit des Fersenversatzes $R_{2,d}$

$$R_{2,d} = f_{c,\alpha,d} \cdot A_2$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha = \gamma = 18,4^\circ$$

[12] NCI NA.12.1
(NA.3)

[12] Gl. (NA.163)

[12] NCI NA.12.1
(NA.3)

[12] Gl. (NA.163)

$f_{c,\alpha,d}$

$$= \frac{17,3}{\sqrt{\left(\frac{17,3}{2 \cdot 1,9} \cdot \sin^2 18,4^\circ\right)^2 + \left(\frac{17,3}{2 \cdot 2,8} \cdot \sin 18,4^\circ \cdot \cos 18,4^\circ\right)^2 + \cos^4 18,4^\circ}} = 9,2 \text{ N/mm}^2$$

$$A_2 = \frac{b_1 \cdot t_{v,2}}{\cos \alpha} = \frac{16,0 \cdot 4,0}{\cos 18,4^\circ} = 67,4 \text{ cm}^2$$

$$R_{2,d} = 9,2 \cdot 67,4 \cdot 10^2 = 62269 \text{ N}$$

Die Krafrichtung der Kraft $R_{2,d}$ stimmt mit der Richtung der Stabachse überein:

$$\bar{R}_{2,d} = R_{2,d} = 62269 \text{ N}$$

$$R_{\text{tot},d} = \bar{R}_{1,d} + \bar{R}_{2,d} = 70931 + 62269 = 133200 \text{ N}$$

Bemessungswert der zu übertragenden Kraft in der Strebe

$$N_{2(\bar{1}),c,d} = 126,1 \text{ kN}$$

Druck

Nachweis

$$\frac{N_{2(\bar{1}),c,d}}{R_{\text{tot},d}} = \frac{126,1 \cdot 10^3}{133200} = 0,95 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Scherspannungen (erforderliche Vorholzlänge)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.13)

$$\tau_d = \frac{F_{0,d}}{A}$$

$$F_{0,d} = N_{2(\bar{1}),c,d} \cdot \cos \alpha = 126,1 \cdot \cos 18,4^\circ = 119,7 \text{ kN}$$

$$A = k_{cr} \cdot b_1 \cdot \ell_{v,\text{tot}}$$

[11] Gl. (6.13a)

$$k_{cr} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,50$$

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

In Anlehnung an den in [12] geregelten einfachen Versatz, werden für die Vorholzlänge $\ell_{v,\text{tot}}$ des doppelten Versatzes die Längen des Stirnversatzes und des Abstandes zwischen Stirn- und Fersenversatz addiert.

$$\ell_{v,1} = \min\{\ell_v; (8 \cdot t_{v,1})\}$$

$$= \min\{53,5; 8 \cdot 3,0\} = \min\{53,5; 24,0\} = 24,0 \text{ cm}$$

Stirnversatz

Die Vorholzlänge $\ell_{v,2}$ des Fersenversatzes kann maximal mit dem Abstand zwischen Stirn und Fersengrund in Ansatz gebracht werden.

$$\begin{aligned}
 \ell_{v,2} &= \min\{\ell_{1-2}; (8 \cdot t_{v,2})\} \\
 &= \min\{28,0; 8 \cdot 4,0\} = \min\{28,0; 32,0\} = 28,0 \text{ cm} \\
 \ell_{v,\text{tot}} &= \ell_{v,1} + \ell_{v,2} = 24,0 + 28,0 = 52,0 \text{ cm} \\
 A &= 0,50 \cdot 16,0 \cdot 52,0 = 416 \text{ cm}^2 \\
 \tau_d &= \frac{119,7 \cdot 10^3}{416 \cdot 10^2} = 2,88 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{2,88}{2,8} = 1,03 \approx 1$$

Die geringfügige Überschreitung ist hinnehmbar.

Zusätzlich muss überprüft werden, ob über die Vorholzlänge $\ell_{v,1}$ die Kraft aus dem Stirnversatz übertragen werden kann.

$$\tau_d = \frac{F_{0,1,d}}{A}$$

Die Beanspruchungen von Stirn- und Fersenversatz werden im Verhältnis der Einzeltragfähigkeiten aufgeteilt. Die Tragfähigkeit des Stirnversatzes beträgt 53% der Gesamttragfähigkeit.

$$\frac{\bar{R}_{1,d}}{R_{\text{tot},d}} = \frac{70931}{133200} = 0,53$$

$$\begin{aligned}
 F_{0,1,d} &= 0,53 \cdot F_{0,d} \cdot \cos \alpha \\
 &= 0,53 \cdot 126,1 \cdot \cos 18,4 = 63,4 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$A = k_{cr} \cdot b_1 \cdot \ell_{v,1} = 0,50 \cdot 16,0 \cdot 24,0 = 192 \text{ cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{F_{0,1,d}}{A} = \frac{59,8 \cdot 10^3}{192 \cdot 10^2} = 3,1 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{3,1}{2,8} = 1,1 > 1$$

Nachweis nicht erbracht

Aufgrund der Überschreitung ist eine Verstärkung des Anschlusses erforderlich. Diese kann beispielsweise mit aufgeklebten Holzwerkstoffplatten erfolgen. Auf einen gesonderten Nachweis soll an dieser Stelle verzichtet werden. Es wird auf die Bemessungsbeispiele zu Verstärkungen verwiesen.

Tragsicherheitsnachweis für den Untergurt am Knoten 1 (Querschnittsschwächung durch den Versatz)

$$A_{1,n} = b_1 \cdot (h_1 - t_{v,2}) = 16 \cdot (20 - 4) = 16 \cdot 16 = 256,0 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{1,t,0,d} = \frac{N_{1,t,d}}{A_{1,n}} = \frac{117,5 \cdot 10^3}{256,0 \cdot 10^2} = 4,6 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{1,t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{4,6}{14,5} = 0,32 < 1,0$$

Nachweis erbracht

Fersenversatz

[11] Gl. (6.1)

Bemessung der Anschlüsse am Knoten 5

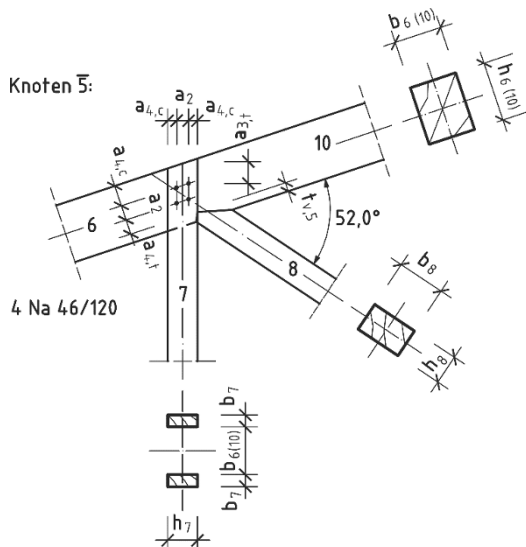


Bild C.2.1-4

Der Anschluss der Druckstrebe 8 wird mit einem Stirnversatz ausgeführt. Der Versatz ist durch einen Bolzen M 8 in der Lage zu sichern.

$$t_{v,5} = 2,5 \text{ cm}$$

Der Zugstab 7 wird als Zange ausgeführt und durch Nägel am Obergurt angeschlossen.

Nachweis der Einschnitttiefen zwischen Obergurt und Strebe

Der vorhandene Winkel beträgt $52,0^\circ$. Bei Winkeln γ zwischen 50° und 60° darf linear zwischen den Einschnitttiefen der Gl. (NA.160) interpoliert werden. Da die Einschnitttiefe den minimalen Grenzwert für einen Winkel von 60° nicht überschreitet, ist eine Interpolation nicht erforderlich.

$$t_{v,60^\circ} = \frac{h_6}{6} = \frac{20}{6} = 3,3 \text{ cm}$$

$$t_{v,5} = 2,5 \text{ cm} < 3,3 \text{ cm} = t_{v,60^\circ} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Tragfähigkeitsnachweis des Stirnversatzes

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A_5}$$

$$F_{c,\alpha,d} = F_{c,0,d} \cdot \cos \alpha_5 = N_{8,c,d} \cdot \cos \alpha_5$$

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha_5 = \frac{\gamma_5}{2} = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$$

[12] NCI NA.12.1 (NA.5)

[12] NCI NA.12.1 (NA.1)

[12] Gl. (NA.160)

[12] NCI NA.12.1 (NA.3)

[12] Gl. (NA.161)

[12] Gl. (NA.162)

$$\begin{aligned}
 F_{c,\alpha,d} &= 31,2 \cdot \cos 26^\circ &= 28,0 \text{ kN} \\
 A_5 &= \frac{b_8 \cdot t_{v,5}}{\cos \alpha} = \frac{16,0 \cdot 2,5}{\cos 26^\circ} &= 44,5 \text{ cm}^2 \\
 \sigma_{c,\alpha,d} &= \frac{28,0 \cdot 10^3}{44,5 \cdot 10^2} &= 6,3 \text{ N/mm}^2 \\
 f_{c,\alpha,d} &= \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right)^2 + \cos^4 \alpha}} \\
 &= \frac{17,3}{\sqrt{\left(\frac{17,3}{2 \cdot 1,9} \cdot \sin^2 26^\circ \right)^2 + \left(\frac{17,3}{2 \cdot 2,8} \cdot \sin 26^\circ \cdot \cos 26^\circ \right)^2 + \cos^4 26^\circ}} \\
 f_{c,\alpha,d} &= 10,2 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

[12] Gl. (NA.163)

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{6,3}{10,2} = 0,62 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Scherspannungen (erforderliche Vorholzlänge)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

$$\begin{aligned}
 \frac{\tau_d}{f_{v,d}} &\leq 1 \\
 \tau_d &= \frac{N_{8,c,d} \cdot \cos \gamma_5}{k_{cr} \cdot b_6 \cdot \ell_{v,5}} = \frac{31,2 \cdot \cos 52^\circ \cdot 10}{0,50 \cdot 16 \cdot 20} = 1,20 \text{ N/mm}^2 \\
 \ell_{v,5} &= 8 \cdot t_{v,5} = 8 \cdot 2,5 = 20 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

[11] Gl. (6.13)

Nachweis

$$\frac{1,20}{2,8} = 0,43 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Bemessung der Zugverbindung am Knoten 5 Anschluss des Vertikalstabes 7 an den Obergurt Stäbe 6, 10

zu übertragende Anschlusskraft des Vertikalstabes 7

$$N_{7,t,d} = 7,7 \text{ kN}$$

Zug

Der Anschluss des zweiteiligen Vertikalstabes an den Obergurt wird mit Nägeln Na 5,0 x 120 mit einer Mindestzugfestigkeit von 600 N/mm² ausgeführt. Die Nagellöcher werden nicht vorgebohrt.

Konstruktive Bedingungen

Für $(t_2 - \ell)$ größer als $4 \cdot d$ dürfen sich die Nägel im Mittelholz übergreifen.

[11] 8.3.1.1 (7)

$$t_1 = 40 \text{ mm}$$

$$t_2 = 160 \text{ mm}$$

$$\ell = \ell_{Na} - t_1 = 120 - 40 = 80 \text{ mm}$$

$$4 \cdot d = 4 \cdot 5,0 = 20 \text{ mm}$$

Vertikalstab
Obergurt
Einschlagtiefe
Obergurt

$$t_2 - \ell = 160 - 80 = 80 \text{ mm} > 20 \text{ mm} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindesteinschlagtiefe für das Mittelholz (Obergurt)

$$\ell = 80 \text{ mm} > 20 \text{ mm} = 4 \cdot d \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestbauteildicken zur Berücksichtigung der Spaltgefahr bei Nagelverbindungen ohne Vorbohrung für Kiefernholz

$$t = \max \left\{ 7 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{400} \right\}$$

$$\rho_k = 400 \text{ kg/m}^3$$

$$t = \max \left\{ 7 \cdot 4,6; (13 \cdot 5,0 - 30) \cdot \frac{400}{400} \right\} = \max \{ 32,2; 35,0 \}$$

$$= 35,0 \text{ mm} < 40 \text{ mm} = t_{\min} = t_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Die Nägel können ohne Vorbohrung eingeschlagen werden. Um jedoch die erforderlichen Mindestabstände nach [11] Tabelle 8.2 einhalten zu können, wird eine Vorbohrung vorgenommen.

Vereinfachtes Verfahren zum Nachweis der Verbindung

Charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ und des Fließmoments $M_{y,k}$

$$f_{h,1,k} = f_{h,3,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k$$

$$= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 5,0) \cdot 400 = 31,2 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 5,0^{2,6} = 11819 \text{ Nmm}$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 11819 \cdot 31,2 \cdot 5,0} = 1919 \text{ N}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

$$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 5,0 = 45 \text{ mm}$$

$$t_{\text{req}} = 45 \text{ mm} > 40 \text{ mm} = t_1 \quad \text{Nachweis nicht erbracht}$$

Da die Dicke des Vertikalstabes geringer ist als die Mindestdicke, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit mit dem Verhältniswert $t_1/t_{1,\text{req}}$ abzumindern.

$$F_{v,Rk,\text{red}} = F_{v,Rk} \cdot \frac{t_1}{t_{\text{req}}} = 1919 \cdot \frac{40}{45} = 1706 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{F_{v,Rk,\text{red}}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{1706}{1,3} = 1181 \text{ N}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

Nachweis für die Nägel

$$n_{\text{req}} = \frac{N_{7,t,d}}{F_{v,Rd}} = \frac{7,7 \cdot 10^3}{1181} = 6,5$$

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.11)

[11] 8.3.1.2 (6)

[11] Gl. (8.18)

[13] Tab. 1

[12] NCI Zu 8.3.1.2

[11] Gl. (8.15)

[11] Gl. (8.14)

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.8)

[12] Gl. (NA.120)

[12] NCI Zu 8.3.1.2 (NA.9)

[12] Gl. (NA.121)

[1] 12.2.2 (2)

[11] 2.4.3 (1)P

[11] Gl. (2.17)

[12] Tab. NA.2

Anzahl der erf. Scherflächen

Der Anschluss ist mit 2 x 4 Nägel mit je 1 Scherfläche (→ 8 Scherflächen) auszuführen.

Konstruktive Anforderungen

Mindestnagelabstände für die Vertikalstäbe (Seitenholz)

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (4 + \cos \alpha) \cdot d = (4 + \cos 0) \cdot 5,0$$

$$= 25 \text{ mm} < 50 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = (3 + \sin \alpha) \cdot d = (3 + \sin 90) \cdot 5,0$$

$$= 20 \text{ mm} < 40 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholende

$$a_{3,t,req} = (7 + 5 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (7 + 5 \cdot \cos 0) \cdot 5,0$$

$$= 60 \text{ mm} < 70 \text{ mm} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 5,0 = 15 \text{ mm} < 30 \text{ mm} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Mindestnagelabstände für den Obergurt (Mittelholz)

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (5 + 7 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (5 + 7 \cdot \cos 71,6) \cdot 5,0$$

$$= 36,0 \text{ mm} < 42,2 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = (3 + \sin \alpha) \cdot d = (3 + \sin 18,4) \cdot 5,0$$

$$= 16,6 \text{ mm} < 47,4 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,t,req} = (3 + 4 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (3 + 4 \cdot \sin 71,6) \cdot 5,0$$

$$= 34,0 \text{ mm} < 76,3 \text{ mm} = a_{4,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Knoten 5:

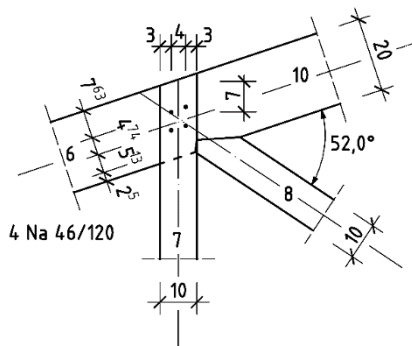


Bild C.2.1-5

[11] Tab. 8.2,
Bild 8.7

Tragsicherheitsnachweis für den Obergurt am Knoten 5 unter Beachtung der Querschnittsschwächung

Für Nägel mit einem Durchmesser < 6 mm können Querschnittsschwächungen beim Nachweis der Tragfähigkeit vernachlässigt werden. Es ist die Schwächung durch den Versatz des Druckstrebenanschlusses (Stab 8) zu berücksichtigen.

$$A_{\bar{5},n} = b_{6(10)} \cdot (h_{6(10)} - t_{v,5}) = 16 \cdot (20 - 2,5) = 280 \text{ cm}^2$$

$$W_{\bar{5},y,n} = \frac{b_{6(10)} \cdot (h_{6(10)} - t_{v,5})^2}{6} = \frac{16 \cdot (20 - 2,5)^2}{6} = 817 \text{ cm}^2$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$N_{\bar{5},c,d} = -77,7 \text{ kN}$$

$$M_{\bar{5},y,d} = -3,6 \text{ kNm}$$

$$V_{\bar{5},y,d} = 8,8 \text{ kNm}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{\bar{5},c,0,d} = \frac{N_{\bar{5},c,d}}{A_{\bar{5},n}} = \frac{77,7 \cdot 10^3}{280 \cdot 10^2} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\bar{5},m,y,d} = \frac{M_{\bar{5},y,d}}{W_{\bar{5},y,n}} = \frac{3,6 \cdot 10^6}{817 \cdot 10^3} = 4,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\bar{5},d} = 1,5 \cdot \frac{V_{\bar{5},d}}{k_{cr} \cdot A_{\bar{5},n}} = 1,5 \cdot \frac{8,8 \cdot 10^3}{0,50 \cdot 280 \cdot 10^2} = 0,94 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\left(\frac{\sigma_{\bar{5},c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{\bar{5},m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \left(\frac{2,8}{17,3} \right)^2 + \frac{4,4}{24,2} = 0,21 < 1,0 \text{ Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,94}{2,8} = 0,34 < 1,0 \text{ Nachweis erbracht}$$

Bemessung der Anschlüsse am Knoten 6

Die Anschlüsse der Druckstreben 8 und 12 werden mit Stirnversätzen ausgeführt. Die Lagesicherung der Versätze erfolgt durch die Zuglasche im Stoß des Untergurtes. Der Zugstoß der Untergurtstäbe 9 und 14 wird als Zange mit Stabdübelverbindungen ausgeführt.

$$t_{v,6} = 2,5 \text{ cm}$$

[11] 5.2 (3)

Druck

Biegung

Schub

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

[11] Gl. (6.19)

[11] Gl. (6.13)

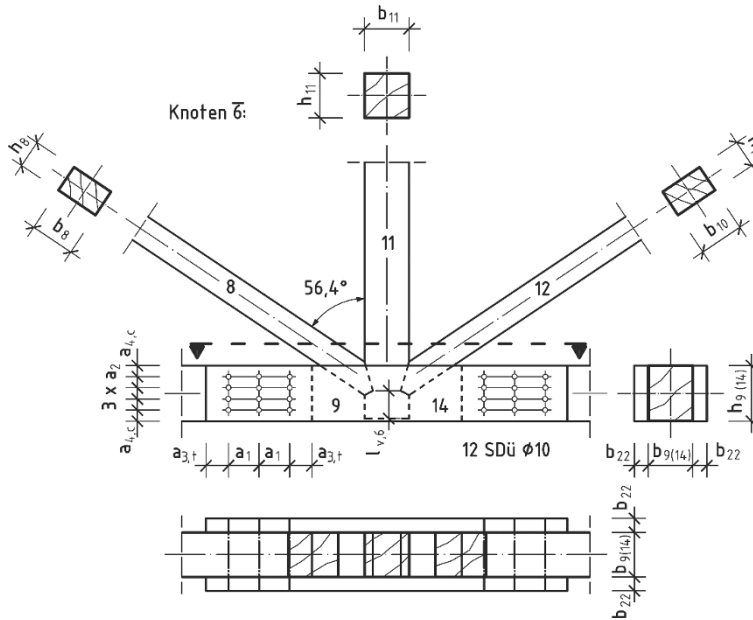


Bild C.2.1-6

Nachweis der Einschnitttiefen

Der vorhandene Winkel beträgt 56,4°. Bei Winkeln γ zwischen 50° und 60° darf linear zwischen den Einschnitttiefen der Gl. (NA.160) interpoliert werden. Da die Einschnitttiefe den minimalen Grenzwert für einen Winkel von 60° nicht überschreitet, ist eine Interpolation nicht erforderlich.

$$t_{v,60^\circ} = \frac{h_6}{6} = \frac{20}{6} = 3,3 \text{ cm}$$

$$t_{v,6} = 2,5 \text{ cm} < 3,3 \text{ cm} = t_{v,60^\circ}$$

Nachweis erbracht

Bei zweiseitigem Versatzeinschnitt darf jeder Einschnitt maximal 1/6 der Höhe des eingeschnittenen Holzes (Stab 11) betragen.

$$t_{v,max} = \frac{h_{11}}{6} = \frac{16}{6} = 2,67 \text{ cm}$$

$$t_{v,6} = 2,5 \text{ cm} < 2,7 \text{ cm} = t_{v,max}$$

Nachweis erbracht

Bemessungswerte der zu übertragenden Kräfte in den Streben

$$N_{8,c,d} = N_{12,c,d} = 31,2 \text{ kN}$$

Druck

Tragfähigkeitsnachweis des Stirnversatzes

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A_5}$$

$$F_{c,\alpha,d} = F_{c,0,d} \cdot \cos \alpha_6 = N_{8,c,d} \cdot \cos \alpha_6$$

[12] NCI NA.12.1 (NA.1)

[12] Gl. (NA.160)

[12] NCI NA.12.1 (NA.1)
Bild NA.22

[12] NCI NA.12.1

[12] Gl. (NA.161)

[12] Gl. (NA.162)

Winkel zwischen Beanspruchungs- und Faserrichtung

$$\alpha_6 = \frac{\gamma_6}{2} = \frac{56,4^\circ}{2} = 28,2^\circ$$

$$F_{c,\alpha,d} = 31,2 \cdot \cos 28,2^\circ = 27,5 \text{ kN}$$

$$A_{\bar{6}} = \frac{b_8 \cdot t_{v,6}}{\cos \alpha_6} = \frac{16,0 \cdot 2,5}{\cos 28,2^\circ} = 45,4 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{27,5 \cdot 10^3}{45,4 \cdot 10^2} = 6,1 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

$$= \frac{17,3}{\sqrt{\left(\frac{17,3}{2 \cdot 1,9} \cdot \sin^2 28,2^\circ \right)^2 + \left(\frac{17,3}{2 \cdot 2,8} \cdot \sin 28,2^\circ \cdot \cos 28,2^\circ \right)^2 + \cos^4 28,2^\circ}}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 9,5 \text{ N/mm}^2$$

[12] Gl. (NA.163)

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{6,1}{9,5} = 0,64 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der Scherspannungen (erforderliche Vorholzlänge)

[12] NCI NA.12.1 (NA.4)

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.13)

$$\tau_d = \frac{N_{8,c,d} \cdot \cos \gamma_6}{k_{cr} \cdot b_{11} \cdot \ell_{v,6}} = \frac{31,2 \cdot \cos 56,4^\circ \cdot 10}{0,50 \cdot 16 \cdot 10} = 2,15 \text{ N/mm}^2$$

$$\ell_{v,6} = \min \{ \ell_v ; 8 \cdot t_{v,6} \} = \min \{ 10 ; 8 \cdot 2,5 \}$$

$$= \min \{ 10 ; 20 \} = 10 \text{ cm}$$

Nachweis

$$\frac{2,15}{2,8} = 0,77 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Der Versatz wird durch Nägel mit der Zuglasche in der Lage gesichert.

[12] NCI NA.12.1 (NA.5)

Nachweis der Zugverbindung des Untergurts

zu übertragende Anschlusskraft

$$N_{9,t,d} = N_{14,t,d} = 96,9 \text{ kN}$$

Zug

Der Zugstoß des Untergurts wird mit Laschen 2 x 5/20 mit Stabdübeln Ø 10 mm der Stahlsorte S 355 ausgeführt.

Querschnittswert der Laschen

$$A_{22} = 2 \cdot b_{22} \cdot h_{22} = 2 \cdot 5 \cdot 20 = 200 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{9,t,0,d} = \frac{N_{9,t,d}}{A_{22}} = \frac{96,9 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^2} = 4,85 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Laschen

Bei symmetrisch ausgeführten Zugverbindungen darf beim Nachweis der Tragfähigkeit der einseitig beanspruchten Bauteile das Zusatzmoment vereinfacht durch eine Verminderung des Bemessungswertes der Zugtragfähigkeit um ein Drittel berücksichtigt werden.

$$\frac{\sigma_{9,t,0,d}}{2/3 \cdot f_{t,0,d}} = \frac{4,85}{2/3 \cdot 14,5} = 0,50 < 1,0$$

vereinfachtes Verfahren zum Nachweis der Verbindung

charakteristische Werte der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ und des Fließmoments $M_{y,k}$

$$f_{h,9,0,k} = f_{h,22,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 10) \cdot 400 = 29,5 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 490 \cdot 10^{2,6} = 58522 \text{ Nmm}$$

$$f_{u,k} = 490 \text{ N/mm}^2$$

charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Stabdübel

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$\beta = \frac{f_{h,9,0,k}}{f_{h,22,0,k}} = 1$$

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{1 + 1}} \cdot \sqrt{2 \cdot 58522 \cdot 29,5 \cdot 10,0} = 5876 \text{ N}$$

Nachweis der erforderlichen Mindestholzdicken

$$t_{22,req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,22,k} \cdot d}}$$

$$= 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 1}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{58522}{29,5 \cdot 10,0}} = 55,3 \text{ mm}$$

$$t_{22,req} = 55,3 \text{ mm} > 50 \text{ mm} = t_1 = b_{22} \quad \text{Anforderung nicht erfüllt}$$

$$t_{9,req} = 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + \beta}} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{f_{h,9,0,k} \cdot d}}$$

$$= 1,15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1 + 1}} \right) \cdot \sqrt{\frac{58522}{29,5 \cdot 10,0}} = 45,8 \text{ mm}$$

$$t_{9,req} = 45,8 \text{ mm} < 160 \text{ mm} = t_2 = b_9 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[12] NCI NA.8.1.6 (NA.1)

[11] Gl. (6.1)

[12] NCI Zu 8.3.1.2

[11] Gl. (8.32)

[11] Gl. (8.30)

[15] Tab. 3.1

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.1)

[12] Gl. (NA.109)

[11] Gl (8.8)

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.1)

[12] Gl. (NA.110)

[12] Gl. (NA.112)

Da die Dicke der Laschen geringer ist als die Mindestdicke, ist der charakteristische Wert der Tragfähigkeit mit dem Verhältniswert $t_1/t_{1,req}$ abzumindern.

$$F_{v,Rk,red} = F_{v,Rk} \cdot \frac{t_1}{t_{req}} = 5876 \cdot \frac{50}{55,3} = 5313 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Stabdübel

$$R_d = k_{mod} \cdot \frac{R_{k,red}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{5313}{1,3} = 3678 \text{ N}$$

$$\gamma_M = 1,3$$

Nachweis für die Stabdübel

gewählte Anordnung der Stabdübel

4 Reihen mit je vier Stabdübeln, $n=4$; Abstand $a_1=73,3 \text{ mm}$

$$n_{ef} = \min \left\{ n; n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \right\} = \min \left\{ 4; 4^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{110}{13 \cdot 10}} \right\} = 3,3$$

Durch Vergrößerung des Stabdübelabstandes a_1 über das Mindestmaß von $5 \cdot d = 5 \cdot 10 = 50 \text{ mm}$ hinaus, konnte die Anzahl der hintereinander ansetzbaren Stabdübel erhöht werden und somit der ausreichende Bemessungswert der Tragfähigkeit nachgewiesen werden.

Anzahl der vorhandenen Scherflächen

$$n = 2 \cdot 4 \cdot n_{ef} = 2 \cdot 4 \cdot 3,3 = 26,7$$

Nachweis

$$\frac{N_{9,t,d}}{n \cdot R_d} = \frac{96,9 \cdot 10^3}{26,7 \cdot 3678} = 0,99 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

Mindeststabdübelabstände für die Laschen (Seitenholz) und den Untergurt (Mittelholz)

Abstand untereinander parallel zur Faserrichtung

$$a_{1,req} = (3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = (3 + 2 \cdot \cos 0) \cdot 10$$

$$= 50 \text{ mm} < 73 \text{ mm} = a_1 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand untereinander senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{2,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 10$$

$$= 30 \text{ mm} < 40 \text{ mm} = a_2 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum beanspruchten Hirnholzende in Faserrichtung

$$a_{3,t,req} = \max \{80; 7 \cdot d\} = \max \{80; 7 \cdot 10\} = \max \{80; 70\}$$

$$= 80 \text{ mm} = 80 \text{ mm} = a_{3,t} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Abstand zum unbeanspruchten Rand senkrecht zur Faserrichtung

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 10$$

$$= 30 \text{ mm} = 30 \text{ mm} = a_{4,c} \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

[12] NCI NA.8.2.4 (NA.2)

[11] 2.4.3

[11] Gl. (2.17)

[12] Tab. NA.2

[11] 8.5.1.1 (4)
[11] Gl. (8.34)

[11] Tab. 8.5,
Bild 8.7

Tragsicherheitsnachweis für den Untergurt am Knoten 6 unter Beachtung der Querschnittsschwächung

Beim Nachweis der Tragfähigkeit ist die Querschnittsschwächung des Untergurts durch die Stabdübel zu berücksichtigen.

$$A_{9,(\bar{6}),n} = b_9 \cdot (h_9 - 4 \cdot d) = 16 \cdot (20 - 4 \cdot 1,0) = 256 \text{ cm}^2$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{9,t,d} = -96,9 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{9,t,0,d} = \frac{N_{9,t,d}}{A_{9,(\bar{6}),n}} = \frac{96,9 \cdot 10^3}{256 \cdot 10^2} = 3,8 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{9(14),t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{3,8}{14,5} = 0,26 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] 5.2 (2)P

Zug

[11] Gl. (6.1)

Tragsicherheitsnachweis für die Zuglaschen unter Beachtung der Querschnittsschwächung

Beim Nachweis der Tragfähigkeit ist die Querschnittsschwächung der Zuglaschen durch die Stabdübel zu berücksichtigen.

$$A_{22,n} = 2 \cdot b_{22} \cdot (h_{22} - 4 \cdot d) = 2 \cdot 5 \cdot (20 - 4 \cdot 1,0) = 160 \text{ cm}^2$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{22,t,d} = -96,9 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{22,t,0,d} = \frac{N_{22,t,d}}{A_{22,n}} = \frac{96,9 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^2} = 6,1 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{22,t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{6,1}{14,5} = 0,42 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] 5.2 (2)P

Zug

[11] Gl. (6.1)

Tragsicherheitsnachweis für den vertikalen Zugstab (Stab 11) am Knoten 6 unter Beachtung der Querschnittsschwächung

Beim Nachweis der Tragfähigkeit ist die Querschnittsschwächung des Zugstabs 11 durch den beidseitigen Stirnversatz der Druckstreben 8 und 12 zu berücksichtigen.

$$A_{11,n} = b_{11} \cdot (h_{11} - 2 \cdot t_{v,6}) = 16 \cdot (16 - 2 \cdot 2,5) = 176 \text{ cm}^2$$

bemessungsmaßgebende Schnittgröße

$$N_{11,t,d} = -34,7 \text{ kN}$$

[11] 5.2 (2)P

Zug

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{11,t,0,d} = \frac{N_{11,t,d}}{A_{11,n}} = \frac{34,7 \cdot 10^3}{176 \cdot 10^2} = 1,97 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{11,t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{1,97}{14,5} = 0,14 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

charakteristische (seltene) Kombination

$$E_{d,rare} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad [11] 7.2$$

Für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit des Fachwerks werden die vertikalen Verformungen des Knotens 6 mit Hilfe eines Stabwerksprogramms ermittelt.

Anfangsverformungen

Den Rechnungen liegen die Einwirkungen $q_{G,k}$, bzw. $q_{Q,k}$ und der Elastizitätsmodul $E_{0,mean}$ zugrunde.

elastische Anfangsverformung infolge ständiger Lasten

$$w_{6,G,inst} = 6,1 \text{ mm}$$

elastische Anfangsverformung infolge veränderlicher Lasten

$$w_{6,Q,inst} = 3,1 \text{ mm}$$

Endverformungen

Endverformung infolge ständiger Lasten

[11] 2.2.3 (3)

quasi-ständige Einwirkungskombination

$$w_{6,G,fin} = w_{6,G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 6,1 \cdot (1 + 0,8) = 11,0 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (2.3)}$$

$$k_{def} = 0,8 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nutzungs-kategorie: 1} \\ \text{Kategorie der Lasteinwirkungsdauer: ständig} \end{array}$$

[11] Tab. 3.2

Endverformung infolge veränderlicher Lasten

[11] 2.2.3 (3)

Bei der veränderlichen Last handelt es sich um eine Schneelast für Orte bis zu einer Höhe von 1000 m über NN.

[2] NDP zu A.1.2.2

$$w_{6,Q,fin} = w_{6,Q,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \quad [11] \text{ Gl. (2.4)}$$

$$\psi_2 = 0$$

[2] Tab. NA.A.1.1

$$w_{6,Q,fin} = 3,1 \cdot (1 + 0 \cdot 0,8) = 3,1 \text{ mm}$$

Endverformung insgesamt

$$w_{6,fin} = w_{6,G,fin} + w_{6,Q,fin} + w_{6,0} = 11,0 + 3,1 + 0 = 14,1 \text{ mm}$$

[11] Gl. (2.2),
Bild 7.1

Gebrauchstauglichkeitsnachweise

$$w_{\text{inst}} = w_{G,\text{inst}} + w_{Q,\text{inst}} \leq \ell / 300$$

$$w_{\text{inst}} = 3,1 \text{ mm} = \ell / 4839$$

Nachweis erbracht

$$w_{\text{fin}} = w_{G,\text{fin}} + w_{Q,\text{fin}} \leq \ell / 200$$

$$w_{\text{fin}} = 11,0 + 3,1 = 14,1 \text{ mm} = \ell / 1042$$

Nachweis erbracht

Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel vergrößert die tatsächliche Durchbiegung. Die Verformung der Verbindungselemente darf jedoch vernachlässigt werden.

[12] NDP Zu 7.2(2)

[12] Tab. NA.13

[12] Tab. NA.13

[11] 5.4.2 (8)

Zusätzliche Betrachtungen zum Stabilitätsnachweis

In den geführten Tragsicherheitsnachweisen für den Obergurt ist für den Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren als effektive Knicklänge der Abstand der vertikalen Zugstreben mit einer Länge von 2,63 m angesetzt worden. Es wird davon ausgegangen, dass die Vertikalstäbe den Obergurt in der Ebene des Fachwerks halten. Somit stellen die Stäbe 3, 7 und 11 für den Obergurt eine Zwischenabstützung dar.

Infolge der Imperfektionen durch den Obergurt entstehen zusätzliche Beanspruchungen für die Zwischenabstützungen. Diese werden im Folgenden ermittelt. Sie sind für den Nachweis der Tragfähigkeit der Einzelbauteile sowie der Anschlüsse zu berücksichtigen.

Ersatzlast F_d zur Begrenzung der Verformung des Obergurts durch die Zwischenabstützungen

$$F_d = \frac{N_{\text{mean},c,d}}{k_{f,1}}$$

[11] 9.2.5.2

[11] Gl. (9.35)

$N_{\text{mean},c,d}$ mittlere Normalkraft im Obergurt

[11] 9.2.5.2 (2)

$$N_{\text{mean},c,d} = 99,4 \text{ kN}$$

$$k_{f,1} = 50$$

[11] 9.2.5.2 (2)

$$F_d = \frac{99,4}{50} = 1,99 \text{ kN}$$

Die Vertikalstäbe sind mittels Nägeln am Obergurt befestigt. Der Bemessungswert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Nagel beträgt 1181 N. Um die Ersatzlast über die Vertikalstäbe abzutragen, sind pro Anschluss 2 zusätzliche Nägel vorzusehen.

Die hier gezeigten Betrachtungen für die Stabilität in Fachwerkebene, sind für die Stabilitätsbetrachtungen des Obergurts in Dachebene in ähnlicher Weise durchzuführen. Sie werden in Beispiel C. 3.2 Wind- und Aussteifungsverbände erläutert. Dabei ist zu beachten, dass der im First geknickte Obergurt gegebenenfalls durch einen vertikalen Längsverband oder entsprechende Maßnahmen zu halten ist.

Beispiel C.2.2

Wind- und Aussteifungsverbände für Biegeträger

Aufgabenstellung

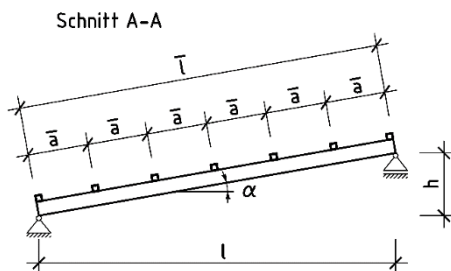
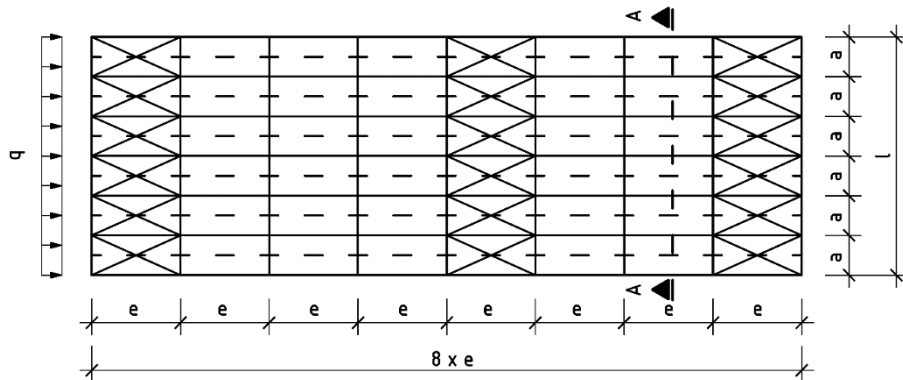


Bild C.2.2-1

$q_{Q,k} = 1,5 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
Streckenlast aus Wind auf die
Giebelwand in der Dachebene

Nutzungsklasse 2

$\ell = 20,00 \text{ m}$

$\bar{\ell} = 20,31 \text{ m}$

$h = 3,53 \text{ m}$

$e = 7,50 \text{ m}$

$a = 1,69 \text{ m}$

$\bar{a} = 3,39 \text{ m}$

Binderabstand
Pfettenabstand
Abstand der Pfetten des
Aussteifungsverbands

Binder: $b_1/h_1 = 16/80 \text{ cm}$
Festigkeitsklasse GL24h

Pfetten: $b_2/h_2 = 10/16 \text{ cm}$
Festigkeitsklasse C30

Diagonalen: Rundstähle $\varnothing 8 \text{ mm}$
Stahlsorte S 235

Berechnung

Im Folgenden wird die Aussteifungskonstruktion eines Hallenbinders bemessen. Die Bemessung baut auf dem Beispiel A.2.4. „Koppelpfette“ auf.

Der Binder wird als Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt entsprechend der Dachneigung von 10° eingebaut. Das Aussteifungssystem des Binders wird durch ein liegendes Fachwerk in der Dachebene mit folgenden Bauteilen gebildet:

Anmerkung

Ober- und Untergurt: Brettschichtholzbinde
 Vertikalstäbe: Pfetten
 Diagonalen: Rundstahlstäbe

Grenzzustände der Tragfähigkeit für den geneigten Brettschichtholzträger

Der Brettschichtholzbinde wird durch die Auflagerreaktionen der Koppelpfetten beansprucht. Vereinfacht wird für alle Binde die maximale Auflagerlast des Auflagers B (Beispiel A.2.4) als bemessungsmaßgebende Einwirkung angesetzt.

$$V_{B,z,d} = 5,92 \text{ kN}$$

$$V_{B,y,d} = 1,00 \text{ kN}$$

Bemessungswerte der Einwirkungen

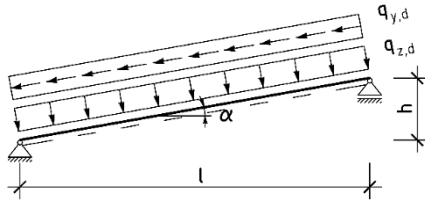


Bild C.2.2-2

$$q_{z,d} = \frac{V_{B,z,d} \cdot n_{Pf}}{\bar{\ell}} = \frac{5,92 \cdot 12}{20,31} = 3,50 \text{ kN/m}$$

$$n_{Pf} = 11 + \frac{2}{2} = 12$$

$$\bar{\ell} = 20,31 \text{ m}$$

$$q_{y,d} = \frac{V_{B,y,d} \cdot n_{Pf}}{\bar{\ell}} = \frac{1,00 \cdot 12}{20,31} = 0,59 \text{ kN/m}$$

Anzahl der Pfetten

Stützweite (geneigt)

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Das Eigengewicht der Brettschichtholzträger wird vernachlässigt.

Schnittgrößen aus der Einwirkung $q_{z,d}$

$$M_{y,d} = \frac{q_{z,d} \cdot \bar{\ell}^2}{8} = \frac{3,50 \cdot 20,31^2}{8} = 180,5 \text{ kNm}$$

$$V_{A(B),d} = \frac{q_{z,d} \cdot \bar{\ell}}{2} = \frac{3,50 \cdot 20,31}{2} = 35,5 \text{ kN}$$

$$N_{A(B),d} = \frac{q_{z,d} \cdot h}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{3,50 \cdot 3,53}{2 \cdot \cos 10^\circ} = 6,27 \text{ kN}$$

betragsmäßig

betragsmäßig

Schnittgrößen aus der Einwirkung $q_{y,d}$

$$N_{A,d} = q_{y,d} \cdot \bar{\ell} = 0,59 \cdot 20,31 = 12,0 \text{ kN}$$

Die resultierende Normalkraft in Feldmitte beträgt somit

$$N_d = N_{A(B),q_{z,d}} - N_{A,q_{y,d}} / 2 = 6,27 - 12,0 / 2 = 0,27 \text{ kN}$$

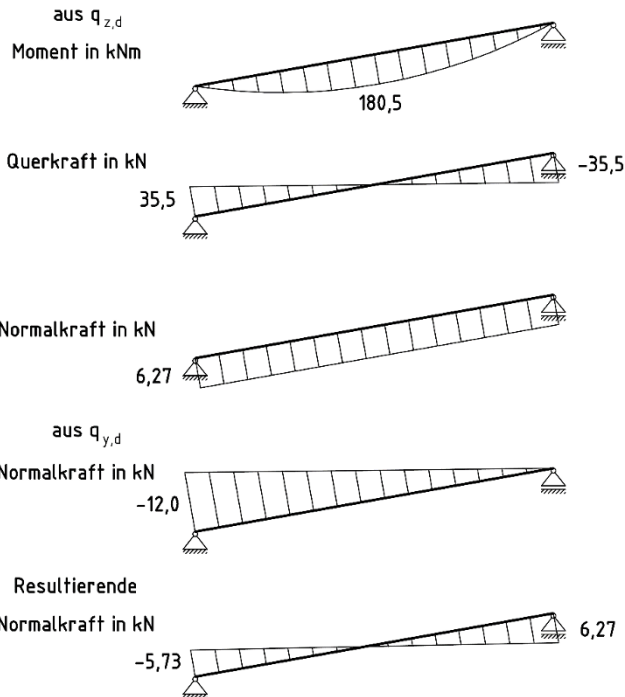


Bild C.2.2-3

Der maßgebende Nachweis ergibt sich für die Biegebeanspruchung in Feldmitte. An dieser Stelle ist die Normalkraft vernachlässigbar klein und wird im Folgenden nicht betrachtet.

Querschnittswerte des Brettschichtholzträgers

$$A = b_1 \cdot h_1 = 16 \cdot 80 = 1280 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{b_1 \cdot h_1^2}{6} = \frac{16 \cdot 80^2}{6} = 17067 \text{ cm}^3$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{180,5 \cdot 10^6}{17067 \cdot 10^3} = 10,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_{A(B),d}}{k_{cr} \cdot A} = 1,5 \cdot \frac{35,5 \cdot 10^3}{0,71 \cdot 1280 \cdot 10^2} = 0,59 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71$$

[11] Gl. (6.13a)

[12] NDP Zu 6.1.7(2)

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$f_{m,g,k}$	=	24,0 N/mm ²
$f_{c,0,g,k}$	=	24,0 N/mm ²
$f_{v,g,k}$	=	3,5 N/mm ²
$E_{0,g,mean}$	=	11500 N/mm ²
$G_{g,mean}$	=	650 N/mm ²
$E_{0,g,05}$	=	9600 N/mm ²

[14] Tab. 5

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

$k_{mod} = 0,9 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 2
Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{m,y,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,42 \text{ N/mm}^2$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Der Kippbeiwert wird unter der Voraussetzung ermittelt, dass die Aussteifungsverbände den Träger am Obergurt in Abständen von 3,39 m gegen seitliches Verformen hindern.

[11] 6.3.3

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases}$$

[11] Gl. (6.34)

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

[11] Gl. (6.30)

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef}} \cdot E_{0,05}$$

[11] Gl. (6.32)

$$\ell_{ef,y} = 3,39 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 160^2}{800 \cdot 3,39 \cdot 10^3} \cdot 9600 = 70,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{70,7}} = 0,58$$

$$k_{crit} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{10,6}{1 \cdot 16,6} = 0,64 < 1,0$$

Nachweis erbracht

[11] Gl. (6.33)

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,59}{2,42} = 0,24 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Neben den Tragfähigkeitsnachweisen des Binders sind in Analogie zum Beispiel A 2.2 der Nachweis der Auflagerpressung sowie der Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu führen. Auf diese Nachweise wird an dieser Stelle verzichtet.

Grenzzustände der Tragfähigkeit für den Wind- und Aussteifungsverband

Für den Tragfähigkeitsnachweis des Aussteifungsverbands sind die Zwischenabstützungen und die Aussteifungskonstruktion zu bemessen.

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad [1] \text{ Gl. (6.9b), (6.10)}$$

$$\text{hier: } \gamma_{G,j} = 1,35 \text{ und } \gamma_{Q,1} = 1,5 \quad [2] \text{ Tab. NA.A.1.2(A)}$$

$$\text{Bemessungswerte der Einwirkungen – (Wind auf Giebelwand)} \quad [2] \text{ Tab. NA.A.1.2(B)}$$

$$q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 1,5 = 2,3 \text{ kN/m}$$

bemessungsmaßgebende Knotenlasten

$$F_{Q,d} = q_{Q,d} \cdot \bar{a} = 2,3 \cdot 3,39 = 7,8 \text{ kN} \quad \text{Theorie I. Ordnung}$$

Tragfähigkeitsnachweis der Zwischenabstützungen

Die Pfetten übernehmen die Aussteifung des Binders zur Verhinderung von Verformungen infolge Imperfektionen. Für die Zwischenabstützung ist die Aufnahme der Ersatzlast $F_{K,d}$ nachzuweisen.

Ersatzlast $F_{K,d}$ für die Zwischenabstützung (Pfette)

$$F_{K,d} = \frac{N_d}{k_{f,2}} \quad [11] \text{ 9.2.5.2}$$

$$k_{f,2} = 80 \quad [11] \text{ Gl. (9.35)}$$

$$N_d = (1 - k_{\text{crit}}) \cdot \frac{M_{y,d}}{h_1} \quad [11] \text{ Tab. 9.2}$$

Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef}} \cdot E_{0,05}$$

$$\ell_{ef,y} = 20,31 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 160^2}{800 \cdot 20,31 \cdot 10^3} \cdot 9600 = 11,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24,0}{11,8}} = 1,43$$

$$k_{crit} \text{ für } \lambda_{rel,m} > 1,4$$

$$k_{crit} = 1/\lambda_{rel,m}^2 = 1/1,43^2 = 0,49$$

mittlere Normalkraft

$$N_d = (1 - 0,49) \cdot \frac{180,5}{0,8} = 114,7 \text{ kN}$$

$$F_{K,d} = \frac{114,7}{80} = 1,43 \text{ kN}$$

[11] Gl. (6.32)

Tragsicherheitsnachweis für die Pfette

Neben der Beanspruchung aus der zweiachsigen Biegung (Beispiel A.2.4) muss die Pfette zusätzlich die Ersatzlast $F_{K,d}$ aufnehmen können. Es ist der Tragsicherheitsnachweis für Druck und Doppelbiegung zu führen.

Querschnittswerte der Pfette

$$A = b \cdot h = 10 \cdot 16 = 160,0 \text{ cm}^2$$

$$i_z = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{10}{\sqrt{12}} = 2,89 \text{ cm}$$

$$i_y = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{16}{\sqrt{12}} = 4,62 \text{ cm}$$

Bemessungswerte der zusätzlichen Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{K,d}}{A} = \frac{1,43 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^2} = 0,09 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = 7,10 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 1,90 \text{ N/mm}^2$$

Beispiel A.2.4

Beispiel A.2.4

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[13] Tab. 1

$$f_{m,k} = 30,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 23,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 12000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 8000 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

[11] 2.4.1, 3.1.3 (2)

[11] Gl. (2.14)

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \rightarrow \text{Nutzungsklasse: 2}$$

$$\gamma_M = 1,3 \quad \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz}$$

$$f_{m,y,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{30}{1,3} = 20,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{23}{1,3} = 15,9 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Knickbeiwert $k_{c,z}$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}}; 1 \right\}$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_z} = \frac{750}{2,89} = 259,5$$

$$\ell_{\text{ef}} = e = 7,50 \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{259,5}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{23,0}{8000}} = 4,43$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2]$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz}$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (4,43 - 0,3) + 4,43^2] = 10,73$$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{10,73 + \sqrt{10,73^2 - 4,43^2}}; 1 \right\} = \min\{0,05; 1\} = 0,05$$

Knickbeiwert $k_{c,y}$

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}; 1 \right\}$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$$\lambda_y = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_y} = \frac{750}{4,62} = 162,3$$

$$\lambda_{\text{rel},y} = \frac{162,3}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{23,0}{8000}} = 2,77$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2]$$

$$k_y = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (2,77 - 0,3) + 2,77^2] = 4,58$$

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{4,58 + \sqrt{4,58^2 - 2,77^2}}; 1 \right\} = \min\{0,12; 1\} = 0,12$$

[11] Tab. 3.1

[12] Tab. NA.2

[11] 6.3.2

[11] Gl. (6.26)

[11] Gl. (6.22)

Schlankheit für
Eulerstab 2

Binderabstand

[11] Gl. (6.28)

[11] Gl. (6.29)

[11] Gl. (6.25)

[11] Gl. (6.21)

Schlankheit für
Eulerstab 2

[11] Gl. (6.27)

Nachweise

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

$$k_m = 0,7 \quad [11] 6.1.6 (2)$$

$$\frac{0,09}{0,12 \cdot 15,9} + \frac{7,1}{20,8} + 0,7 \cdot \frac{1,9}{20,8} = 0,45 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.24)}$$

$$\frac{0,09}{0,05 \cdot 15,9} + 0,7 \cdot \frac{7,1}{20,8} + \frac{1,9}{20,8} = 0,44 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{ef}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{ef} = 7,50 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 100^2}{160 \cdot 7,50 \cdot 10^3} \cdot 8000 = 52,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{30,0}{52,0}} = 0,76$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,76 = 0,99$$

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.35)}$$

$$\left(\frac{7,1}{0,9 \cdot 20,8} \right)^2 + \frac{0,09}{0,5 \cdot 15,9} = 0,16 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Tragsicherheitsnachweis der Verbindung Pfette-Binder

Es ist nachzuweisen, dass die Verbindung zwischen auszusteiendem und aussteifendem Bauteil die Ersatzlast $F_{K,d}$ übertragen kann. Der Anschluss der Pfette an den Binder wird mit Scheibendübeln mit Zähnen vom Typ C1, $d_c = 75 \text{ mm}$ ausgeführt. Als nachziehbare Verbindungsmittel werden Holzschrauben 80/300 angeordnet.

[12] NCI Zu 8.9
(NA.14)

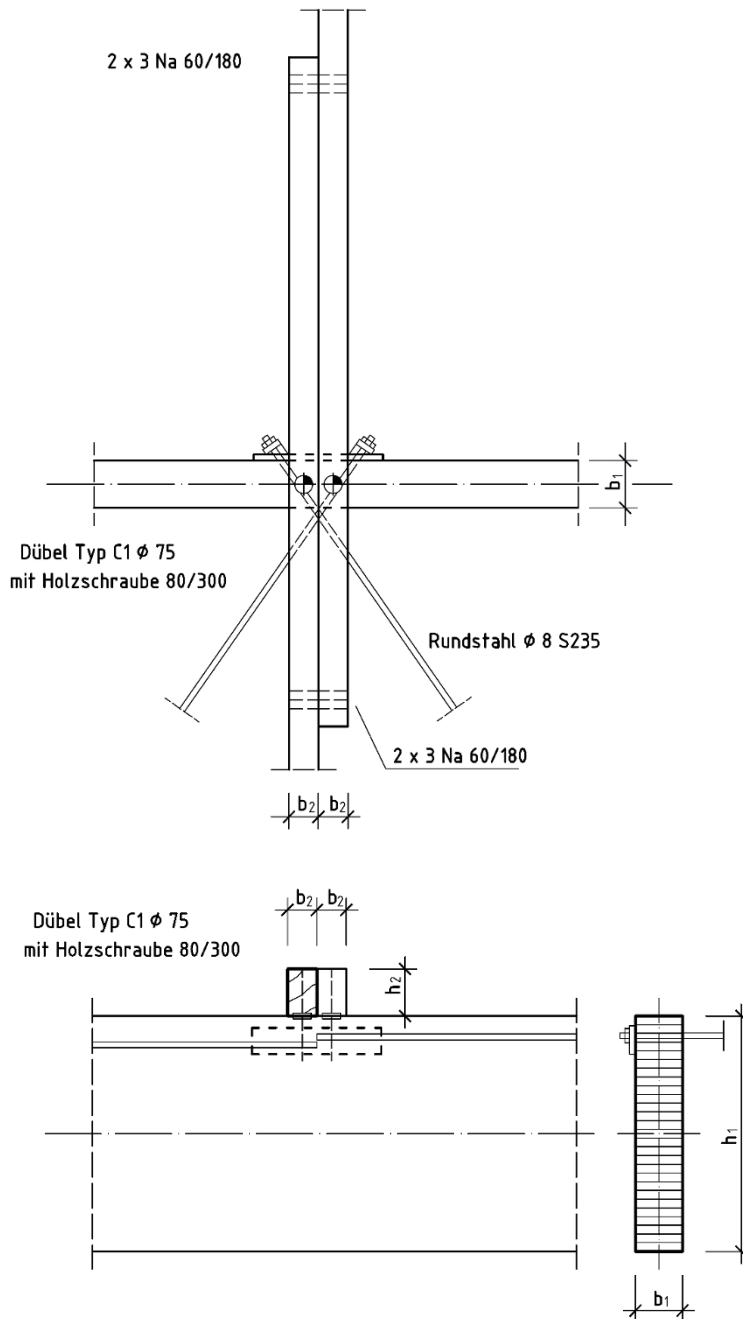


Bild C.2.2-4: Anschluss der Koppelpfette an den Binder im Bereich des Aussteifungsverbandes

Bemessungswert der Tragfähigkeit für zwei Scheibendübel mit Holzschrauben

$$F_{v,Rd,tot} = F_{v,Rd} + F_{v,b,Rd} \quad [11] \text{ 8.10 (1)}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot 2 \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} \quad [11] \text{ Gl. (2.17)}$$

$$F_{v,Rk} = 18 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot d_c^{1,5} \quad [11] \text{ Gl. (8.72)}$$

$$k_1 = \min \left\{ \frac{1}{t_1 / (3 \cdot h_e)} = \min \left\{ \frac{1}{140 / (3 \cdot 9,1)} \right. \right. \quad = 1,0 \quad [11] \text{ Gl. (8.62)}$$

$$\left. \frac{1}{t_2 / (5 \cdot h_e)} \right\} \left\{ \frac{1}{160 / (5 \cdot 9,1)} \right\}$$

$$t_1 = 300 - 160 = 140 \text{ mm}$$

$$t_2 = h_2 = 160 \text{ mm}$$

$$k_2 = \min \left\{ \frac{1}{a_{3,t} / 1,5 \cdot d_c} = \min \left\{ \frac{1}{56 / 1,5 \cdot 75} \right. \right. \quad = 0,50 \quad [11] \text{ Gl. (8.74)}$$

$$a_{3,t} = \min \left\{ \frac{1,1 \cdot d_c}{7 \cdot d} = \min \left\{ \frac{1,1 \cdot 75}{7 \cdot 8} \right. \right. \quad = 56 \quad [11] \text{ Gl. (8.75)}$$

$$\left. \frac{80 \text{ mm}}{80} \right\} \left\{ \frac{80}{80} \right\}$$

$$k_3 = \min \left\{ \frac{1,5}{\rho_k / 350} = \min \left\{ \frac{1,5}{370 / 350} \right. \right. \quad = 1,06 \quad [11] \text{ Gl. (8.78)}$$

$$\rho_k = 370 \text{ N/mm}^2 \quad \text{kleinerer Wert für C30 maßgebend} \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$d_c = 75 \text{ mm} \quad \text{Durchmesser des Dübels besonderer Bauart}$$

$$h_e = 9,1 \text{ mm} \quad \text{Einlasstiefe}$$

$$F_{v,Rk} = 18 \cdot 1,0 \cdot 0,5 \cdot 1,06 \cdot 75^{1,5} \quad = 6196 \text{ N}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{k_{mod} \cdot 2 \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2 \cdot 6196}{1,3} \quad = 8580 \text{ N}$$

Da die Tragfähigkeit der Scheibendübel bereits größer ist als die Ersatzlast $F_{K,d}$, wird der Anteil der Holzschrauben vernachlässigt.

$$F_{K,d} = 1380 < 8580 = F_{v,Rd} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Bei der Verwendung von Holzschrauben als ausziehste Verbindungsmittel anstelle von Bolzen ist nachzuweisen, dass der charakteristische Wert des Auszieh Widerstands der Holzschrauben mindestens das 0,25-fache der charakteristischen Tragfähigkeit der Verbindungseinheit beträgt. Dabei darf die Tragfähigkeit der Holzschraube nicht in Rechnung gestellt werden.

$$F_{ax,Rk,req} = 0,25 \cdot F_{v,Rk} = 0,25 \cdot 6196 \quad = 1549 \text{ N}$$

$$F_{ax,Rk} = \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot \ell_{ef} \cdot k_d}{1,2 \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} \quad [11] \text{ Gl. (8.38)}$$

$$d = 8 \text{ mm}$$

$$n_{ef} = n^{0,9} = 2^{0,9} = 1,9$$

$$\ell_{ef} = 300 - 160 = 140 \text{ mm} \quad [11] \text{ Gl. (8.41)}$$

Verankerungslänge
im Binder

[12] NCI Zu 8.9
(NA.14)

$$k_d = \min \left\{ \frac{d}{8} = \min \left\{ \frac{8}{8} = 1 \right. \right.$$

[11] Gl. (8.40)

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} \cdot \ell_{ef}^{-0,1} \cdot \rho_k^{0,8}$$

$$= 0,52 \cdot 8^{-0,5} \cdot 140^{-0,1} \cdot 370^{0,8} = 12,7 \text{ N/mm}^2$$

[11] Gl. (8.38)

$$F_{ax,Rk} = \frac{1,9 \cdot 12,7 \cdot 8 \cdot 140 \cdot 1,0}{1,2 \cdot \cos^2 90 + \sin^2 90} = 27025 \text{ N}$$

$$F_{ax,Rk,req} = 1549 \text{ N} < 27025 \text{ N} = F_{ax,Rk} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Konstruktive Anforderungen

Mindestdübelabstände

[11] 8.9 (9)

Abstand zum beanspruchten Rand

[11] Tab. 8.7

$$a_{4,t,req} = (0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c = (0,6 + 0,2 \cdot \sin 90) \cdot 75$$

$$= 60 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = a_{4,t} = b_1 / 2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Binder

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c,req} = 0,6 \cdot d_c = 0,6 \cdot 75$$

Pfette

$$= 45 \text{ mm} < 50 \text{ mm} = a_{4,c} = b_2 / 2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Mindestschraubenabstände

[11] Tab. 8.2

Abstand zum beanspruchten Rand

$$a_{4,t,req} = (3 + 4 \cdot \sin \alpha) \cdot d = (3 + 4 \cdot \sin 90) \cdot 8$$

$$= 56 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = a_{4,t} = b_1 / 2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Binder

Abstand zum unbeanspruchten Rand

$$a_{4,c,req} = 3 \cdot d = 3 \cdot 8$$

Pfette

$$= 24 \text{ mm} < 50 \text{ mm} = a_{4,c} = b_2 / 2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

weitere Tragsicherheitsnachweise

Die Gabellagerung am Auflager des Binders ist so zu bemessen, dass sie mindestens ein Moment von T_d aufnehmen kann.

[12] NCI Zu 9.2.5.3 (NA.4)

$$M_{tor,d} = \frac{M_d}{80} = \frac{180,5}{80} = 2,26 \text{ kNm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.140)}$$

$$M_d = 180,5 \text{ kNm} \quad \text{Biegemoment des Binders}$$

Auf einen Tragsicherheitsnachweis wird an dieser Stelle verzichtet.

Grenzzustände der Tragfähigkeit für die Aussteifungskonstruktion

Einwirkungen auf die Aussteifungskonstruktion

Die Aussteifungskonstruktion darf abweichend von der Bemessung der Zwischenabstützung für die Ersatzlast q_d bemessen werden.

[11] 9.2.5.3

$$q_d = k_\ell \cdot \frac{n \cdot N_d}{k_{f,3} \cdot \ell}$$

[11] Gl. (9.37)

$$k_\ell = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{\ell}} \right\} = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{20,31}} \right\} = \min \{1; 0,86\} = 0,86$$

[11] Gl. (9.38)

$$n = \frac{\text{Anzahl der Binder}}{\text{Anzahl der Aussteifungsverbände}} = \frac{9}{3} = 3$$

$$N_d = 114,7 \text{ kN}$$

$$k_{f,3} = 30$$

[11] Tab. 9.2

$$q_d = 0,86 \cdot \frac{3 \cdot 114,7 \cdot 10^3}{30 \cdot 20,31 \cdot 10^3} = 0,49 \text{ N/mm}$$

$$\text{Windlast pro Aussteifungsverband } \frac{q_{Q,k}}{n} = \frac{1,5}{3} = 0,50 \text{ kN/m}$$

Knotenlast für den Aussteifungsverband in der Dachebene

$$F = \left(q_d + \frac{q_{Q,k}}{n} \right) \cdot \bar{a} = (0,49 + 0,50) \cdot 3,39 = 3,34 \text{ kN}$$

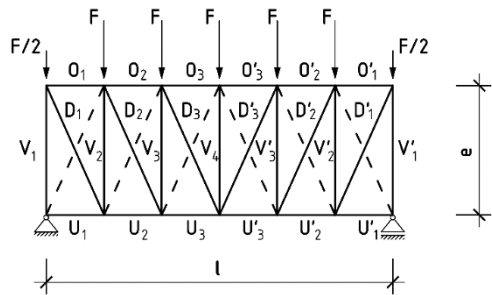
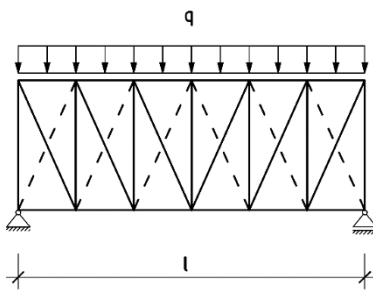


Bild C.2.2-5

Tragfähigkeitsnachweise

Im Folgenden werden die Tragsicherheitsnachweise für die Bauteile des Aussteifungsverbandes geführt.

- Ober- und Untergurt (Binder)
- Vertikalstab (Pfette)
- Diagonale

Auf rechnerische Nachweise der Anschlüsse wird verzichtet.

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen und Auflagerkräfte

Die Schnittgrößen werden an einem Fachwerk mit gelenkiger Knotenausbildung ermittelt. Die Belastung wird durch an den Knoten angreifenden Einzelkräften eingeleitet. Da die Diagonalen als Rundstähle ausgeführt sind, können nur Zugkräfte übertragen werden.

Die Gurte werden ausschließlich durch Normalkräfte beansprucht.

$$N_{O_3(U_3),d} = \frac{\left(q_d + \frac{q_{Q,k}}{n}\right) \cdot \ell^2}{8 \cdot e} = \frac{(0,49 + 0,50) \cdot 20,31^2}{8 \cdot 7,50} = 6,81 \text{ kN}$$

betragsmäßig

Normalkräfte der äußeren Pfetten als Vertikalstäbe des liegenden Fachwerks

$$N_{V_{1,d}} = \frac{\left(q_d + \frac{q_{Q,k}}{n}\right) \cdot \ell}{2} = \frac{(0,49 + 0,50) \cdot 20,31}{2} = 10,05 \text{ kN}$$

Zugkräfte in den äußeren Diagonalen

$$D_1 = N_{V_{1,d}} - \left(q_d + \frac{q_{Q,k}}{n}\right) \cdot \frac{\bar{a}}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{e}{e}\right)^2 + \left(\frac{\bar{a}}{e}\right)^2}$$

$$= 10,05 - (0,49 + 0,50) \cdot \frac{3,39}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{7,50}{7,50}\right)^2 + \left(\frac{3,39}{7,50}\right)^2} = 8,03 \text{ kN}$$

Tragsicherheitsnachweise für den Ober- und Untergurt

Die Stahldiagonalen werden am oberen Teil der BSH-Binder angeschlossen. Es wird davon ausgegangen, dass sich in den oberen 16 cm des BSH-Querschnitts ein annähernd konstanter Spannungsverlauf aufgrund der Mitwirkung des Trägers im Aussteifungsverband einstellen wird.

Querschnittswert des mitwirkenden BSH-Binders

$$\bar{A} = b_1 \cdot h_1 = 16 \cdot 16 = 256 \text{ cm}^2$$

$$h_1 = \frac{h_1}{5} = \frac{80}{5} = 16 \text{ cm}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,O_3(U_3),d} = \frac{N_{O_3(U_3),d}}{\bar{A}} = \frac{6,81 \cdot 10^3}{256 \cdot 10^2} = 0,27 \text{ N/mm}^2$$

Tragsicherheitsnachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3

Knickbeiwert $k_{c,z}$ unter der Voraussetzung, dass die Aussteifungsverbände den Träger am Obergurt in Abständen von $a=3,39 \text{ m}$ gegen seitliches Verformen hindern.

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}}; 1 \right\}$$

[11] Gl. (6.26)

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

[11] Gl. (6.22)

$$\lambda_z = \frac{\ell_{ef}}{i_z} = \frac{339}{4,62} = 73,4$$

Schlankheit für Eulerstab 2

$$\lambda_{rel,z} = \frac{73,4}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24}{9600}} = 1,17$$

[14] Tab. 5

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2]$$

[11] Gl. (6.28)

$$\beta_c = 0,1 \quad \text{für Brettschichtholz}$$

[11] Gl. (6.29)

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + 0,1 \cdot (1,16 - 0,3) + 1,16^2] = 1,23$$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{1,23 + \sqrt{1,23^2 - 1,17^2}}; 1 \right\} = \min\{0,63; 1\} = 0,63$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,O_3(U_3),d}}{k_{c,z} \cdot 0,7 \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$$

[11] Gl. (6.24)

[11] 9.2.1 (5)

$$k_m = 0,7$$

[11] 6.1.6 (2)

$$\frac{0,27}{0,63 \cdot 0,7 \cdot 16,6} + 0,7 \cdot \frac{10,6}{16,6} = 0,48 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{\text{ef}} = 3,39 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 160^2}{800 \cdot 3,39 \cdot 10^3} \cdot 9600 = 70,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{24,0}{70,7}} = 0,58$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot 0,7 \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.35)}$$

$$\left(\frac{10,6}{1,0 \cdot 16,6} \right)^2 + \frac{0,27}{0,63 \cdot 0,7 \cdot 16,6} = 0,44 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] 9.2.1 (5)$$

Tragsicherheitsnachweis für den Vertikalstab (Pfette)

Die Randpfette V_1 wird aus dem Aussteifungsverband durch die höchste Normalkraft belastet. Die Pfette V_2 erhält jedoch deutlich mehr Vertikallast als die Pfette V_1 . Auf der sicheren Seite liegend, wird hier die Pfette V_1 mit der maximalen Normalkraft aus der Fachwerkwirkung bemessen.

Im Feld des Aussteifungsverbandes muss die Koppelpfette in einer Breite von $b=14 \text{ cm}$ ausgeführt werden.

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,V_1,d} = \frac{N_{V_1,d}}{A_{V_1}} = \frac{10,05 \cdot 10^3}{140 \cdot 160} = 0,45 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}}; 1 \right\} \quad [11] 6.3$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.22)}$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_z} = \frac{750}{4,04} = 185,6$$

Schlankheit für Eulerstab 2

$$i_z = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{14}{\sqrt{12}} = 4,04$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{185,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{23,0}{8000}} = 3,17 \quad [13] \text{ Tab. 1}$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.28)}$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz} \quad [11] \text{ Gl. (6.29)}$$

$$k_z = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (3,17 - 0,3) + 3,17^2] = 5,81$$

$$k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{5,81 + \sqrt{5,81^2 - 3,17^2}}; 1 \right\} = \min \{0,09; 1\} = 0,09$$

$k_{c,y} = 0,12$ siehe Tragsicherheitsnachweis für die Pfette

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d} + \sigma_{c,0,N_{V1,d}}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

$$k_m = 0,7 \quad [11] 6.1.6 (2)$$

Kippbeiwert k_{crit}

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel},m} \end{cases} \quad [11] \text{ Gl. (6.34)}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot \ell_{\text{ef}}} \cdot E_{0,05} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

$$\ell_{\text{ef}} = 7,50 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \cdot 140^2}{160 \cdot 7,50 \cdot 10^3} \cdot 8000 = 101,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{30,0}{101,9}} = 0,54$$

$$k_{\text{crit}} = 1,0$$

$$\frac{0,09 + 0,45}{0,12 \cdot 0,7 \cdot 15,9} + \frac{7,1}{20,8} + 0,7 \cdot \frac{1,9}{20,8} = 0,81 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d} + \sigma_{c,0,N_{V1,d}}}{k_{c,z} \cdot 0,7 \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.24)} \\ [11] 9.2.1 (5)$$

$$\frac{0,09 + 0,45}{0,09 \cdot 0,7 \cdot 15,9} + 0,7 \cdot \frac{7,1}{20,8} + \frac{1,9}{20,8} = 0,87 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d} + \sigma_{c,0,N_{V1,d}}}{k_{c,z} \cdot 0,7 \cdot f_{c,0,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 \leq 1 \quad [11] \text{ Gl. (6.35)} \\ [11] 9.2.1 (5)$$

$$\frac{0,09 + 0,45}{0,09 \cdot 0,7 \cdot 15,9} + \left(\frac{7,1}{1,0 \cdot 20,8} \right)^2 = \underline{0,66 < 1} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Tragsicherheitsnachweis für die Diagonalen

Die Diagonalen werden als Rundstähle aus Baustahl S 235 mit einem Durchmesser von 8 mm ausgeführt.

Bemessungswerte der Beanspruchung

$$\sigma_{1,d} = \frac{N_{D1,d}}{A_{\text{Stahl}}} = \frac{8,03 \cdot 10^3}{50,3} = 159,6 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{\text{Stahl}} = \pi \cdot r_{\text{Stahl}}^2 = \pi \cdot 4^2 = 50,3 \text{ mm}^2$$

Nachweisverfahren elastisch - elastisch

$$\frac{\sigma_{1,d}}{\sigma_{R,d}} \leq 1,0$$

$$\sigma_{R,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_M} = \frac{240}{1,1} = 218,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{y,k} = 240 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_M = 1,1$$

$$\frac{159,6}{218,2} = \underline{0,73 < 1,0} \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Beispiel C.2.3

Holztafelement - Wandtafel

Aufgabenstellung

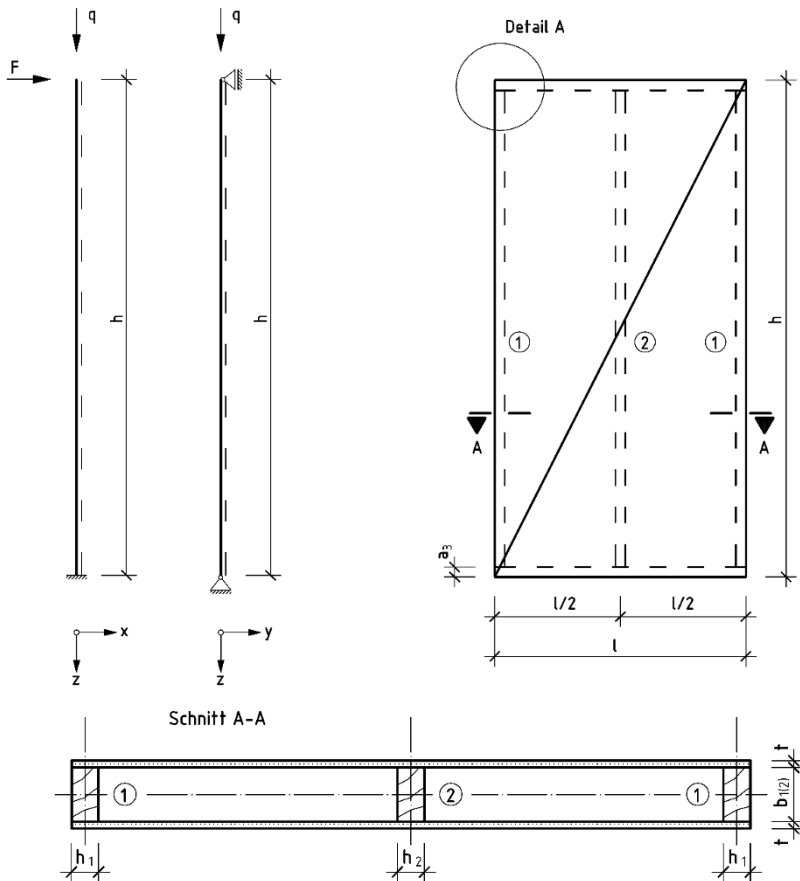


Bild C.2.3-1

$q_{G,k} = 5 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{Q,k} = 15 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 $F_{Q,k} = 2,7 \text{ kN}$ (veränderlich-kurz) mit
 wechselnden Vorzeichen

Nutzungsklasse 1

$h = 2,5 \text{ m}$ Tafelhöhe
 $l = 1,25 \text{ m}$ Tafelbreite
 $h_{1(2)} = 5 \text{ cm}$ Rippenbreite
 $b_{1(2)} = 10 \text{ cm}$ Rippentiefe
 $a_3 = 5 \text{ cm}$ Schwellenhöhe
 Rippen aus Kiefernholz C24
 beidseitige Beplankung aus Gipskartonplatten
 $t = 12,5 \text{ mm}$ (ungestoßen) nach DIN 18180
 Nägel 28/65 nach DIN 18182-4:1987-01

Berechnung	Anmerkung
Grenzzustände der Tragfähigkeit Kombinationsregel für Einwirkungen $E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$ hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$	[1] Gl. (6.9b), (6.10) [2] Tab. NA.A.1.2(A)
Bemessungswerte der Einwirkungen $F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 2,7 = 4,05 \text{ kN}$ $q_{G,d} = \gamma_G \cdot q_{G,k} = 1,35 \cdot 5 = 6,75 \text{ kN/m}$ $q_{Q,d} = \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 1,50 \cdot 15 = 22,50 \text{ kN/m}$ $q_d = q_{G,d} + q_{Q,d} = 6,75 + 22,5 = 29,25 \text{ kN/m}$	[2] Tab. NA.A.1.2(B)
Querschnittswerte $A_{1(2)} = b_{1(2)} \cdot h_{1(2)} = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$ $i_y = \frac{b_{1(2)}}{\sqrt{12}} = \frac{10}{\sqrt{12}} = 2,89 \text{ cm}$	
charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften Rippen $f_{c,0,k} = 21 \text{ N/mm}^2$ $f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$ $f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$ $E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$ $E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$ Beplankung (Werte nach allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung) $f_{c,GI,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,GI,k} = 1,0 \text{ N/mm}^2$	[13] Tab. 1
Bemessungswerte der Festigkeiten $f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$ Rippen $k_{mod} = 0,9 \rightarrow \begin{matrix} \text{Nutzungsklasse: 1} \\ \text{Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz} \end{matrix}$ $\gamma_M = 1,3$ $f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{21}{1,3} = 14,5 \text{ N/mm}^2$	[11] 2.4.1, 3.1.3 (2) [11] 2.4.1, 3.1.3 (2) [11] Tab. 3.1 [12] Tab. NA.2

$$f_{c,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{14}{1,3} = 9,7 \text{ N/mm}^2$$

Beplankung

$k_{\text{mod}} = 0,8 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 1
Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz

[12] Tab. NA.4

$$f_{c,Gi,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,Gi,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{3,5}{1,3} = 2,15 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,Gi,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,Gi,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{1,0}{1,3} = 0,62 \text{ N/mm}^2$$

Erläuterung zu den Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Für die Wandtafel wird der vereinfachte Nachweis mit dem Verfahren A nach [11] 9.2.4.2 geführt. Das Verfahren ist unter folgenden Bedingungen anwendbar:

[11] 9.2.4.2
[12] NDP Zu 9.2.4.1(7)

- Die Wand ist mit einer Endverankerung eines vertikalen Bauteils am Scheibenende mit der Unterkonstruktion ausgeführt.
- Der Abstand der Verbindungsmittel entlang des Umfangs der Platte ist konstant.
- Die Breite einer jeden Platte beträgt mindestens $h/4$.

[11] 9.2.4.2
[12] NDP Zu 9.2.4.1(7)

$$b = \ell = 1,25 \text{ m} > 0,625 \text{ m} = 2,50 / 4 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Die Mindestdicke von Gipsplatten als Beplankungen von Wandtafeln beträgt 12,5 mm. Die Anforderung wird erfüllt.

[12] NCI NA.3.5.6.2

Bemessungswert der Wandscheibentragfähigkeit

[11] 9.2.4.2 (4)

$$F_{i,v,Rd} = \frac{F_{t,Rd} \cdot b_i \cdot c_i}{s}$$

[11] Gl. (9.21)

Bemessungswert $F_{t,Rd}$ der Beanspruchbarkeit eines Nagels auf Abscheren

Für Gipswerkstoff-Holz-Nagelverbindungen gelten die Regeln wie für Holzwerkstoff-Holz-Nagelverbindungen sinngemäß. In Gipswerkstoff-Holz-Verbindungen sind nur Nägel nach DIN 1052-10 zulässig.

[12] NCI Zu 8.3.1.3

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.5)

Die Kraft $F_{Q,k}$ hat ein wechselndes Vorzeichen. Der Einfluss von zwischen Zug- und Druckkräften im Bauteil wechselnden Beanspruchungen auf die Tragfähigkeit stiftförmiger metallischer Verbindungsmittel ist für lange und mittlere Einwirkungsdauern zu berücksichtigen. Für eine kurze Lasteinwirkungsdauer, wie zum Beispiel infolge Wind, darf dieser Nachweis entfallen.

[11] 8.1.5 (1) u. (2)

$$F_{t,Rk} = A \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

[12] Gl. (NA.116)

$A = 1,1$	[12] Tab. NA.13
$R = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}$	[11] Gl. (8.14) Zugfestigkeit des Nagels
$f_{u,k} = 600 \text{ N/mm}^2$	
$d = 2,8 \text{ mm}$	
$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot 600 \cdot 2,8^{2,6}$	$= 2617 \text{ Nmm}$
$f_{h,1,k} = f_{h,k}$	
$f_{h,k} = 3,9 \cdot d^{-0,6} \cdot t^{0,7}$	[12] Gl. (NA.115)
$= 3,9 \cdot 2,8^{-0,6} \cdot 12,5^{0,7}$	$= 12,32 \text{ N/mm}^2$
$F_{f,Rk} = 1,1 \cdot \sqrt{2 \cdot 2617 \cdot 12,32 \cdot 2,8}$	$= 467 \text{ N}$
erforderliche Dicke des Holzes (Einbindetiefe des Nagels)	
$t_{\text{req}} = 9 \cdot d = 9 \cdot 2,8$	$= 25,2 \text{ mm}$
$t_{\text{req}} = \frac{25,2 \text{ mm} < 52,5 \text{ mm}}{t = 65 - 12,5 = 52,5}$	Anforderung erfüllt
erforderliche Dicke der Gipskartonplatte	
$t_{\text{req}} = 10 \cdot d = 10 \cdot 2,8$	$= 28 \text{ mm}$
$t_{\text{req}} = 28,0 \text{ mm} > 12,5 \text{ mm} = t$	Anforderung nicht erfüllt
Da die Dicke t der Gipskartonplatte kleiner ist als die Mindestdicke t_{req} wird der charakteristische Wert der Tragfähigkeit durch Multiplikation mit dem Quotienten t/t_{req} ermittelt.	[12] Gl. (NA.114) C24 Kiefernholz
$F_{f,Rk} = 467 \cdot \frac{12,5}{28}$	$= 208 \text{ N}$
Bemessungswert der Tragfähigkeit	
$F_{f,Rd} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot F_{f,Rk}}{\gamma_M}$	[12] Gl. (NA.113)
$k_{\text{mod}} = \sqrt{k_{\text{mod},1} \cdot k_{\text{mod},2}}$	[12] Gl. (NA.114)
$k_{\text{mod},CD24} = 0,9 \rightarrow$ Nutzungsklasse: 1	
$k_{\text{mod},Gips} = 0,8 \rightarrow$ Klasse der Lasteinwirkungsdauer: kurz	
$k_{\text{mod}} = \sqrt{0,9 \cdot 0,8}$	$= 0,85$
γ_M	$= 1,1$
$F_{f,Rd} = \frac{0,85 \cdot 208}{1,1}$	$= 161 \text{ N}$
$b_i = \ell = 1,25 \text{ m}$	Wandscheibenbreite
$s = 56 \text{ mm}$	Verbindungsmittel- abstand
$c_i = 1$ für $b_i = h/2$	Wandscheibenbreite

$$F_{i,v,Rd} = \frac{161 \cdot 1250 \cdot 1}{56} = 3594 \text{ N}$$

$$F_{i,v,Rd,tot} = 2 \cdot F_{i,v,Rd} = 2 \cdot 3594 = 7188 \text{ N}$$

Nachweis

$$\frac{F_Q}{F_{i,v,Rd,tot}} = \frac{4050}{7188} = 0,56 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Tragfähigkeitsnachweise

Im Weiteren werden die Tragfähigkeitsnachweise für folgende Bauteile, bzw. Verbindungen mit den bemessungsmaßgebenden Schnittgrößen geführt.

- auf Druck beanspruchte Rippe
- Schwelle
- auf Zug beanspruchte Außenrippe
- Beplankung

Nachweis für die druckbeanspruchte Rippe

$$F_{i,c,Ed} = \frac{F_{i,v,Ed} \cdot h}{b_i} = \frac{4,05 \cdot 2,50}{1,25} = 8,1 \text{ kN}$$

Auf der sicheren Seite liegend wird ein Nachweis der Außenrippe für die volle Druckkraft geführt. Der Anteil der Übertragung durch die Beplankung wird vernachlässigt.

Beanspruchung für die Außenrippe

$$F_{1,v,Ed} = q_d \cdot 0,375 \cdot \frac{\ell}{2} = 29,25 \cdot 0,375 \cdot \frac{1,25}{2} = 6,9 \text{ kN}$$

Beanspruchung für Innenrippe

$$F_{2,v,Ed} = q_d \cdot 1,25 \cdot \frac{\ell}{2} = 29,25 \cdot 1,25 \cdot \frac{1,25}{2} = 22,9 \text{ kN}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen für die Rippen

$$F_{1,c,Ed,tot} = F_{1,c,Ed} + F_{1,v,Ed} = 8,1 + 6,9 = 15,0 \text{ kN}$$

$$F_{2,c,Ed} = F_{2,v,Ed} = 22,9 \text{ kN}$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

Bestimmung des Knickbeiwerts k_c

Druckbeanspruchte Rippen gelten als in Tafelebene ausreichend gegen Knicken und Kippen gesichert, wenn sie mit einer beidseitigen aussteifenden Beplankung kontinuierlich verbunden sind und der Rippenabstand nicht größer als das 50-fache der Beplankungsdicke ist.

$$50 \cdot t = 50 \cdot 12,5 = 625 \text{ mm} = 625 \text{ mm} = \ell / 2 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] 9.2.4.2 (7)
für beidseitige
Beplankung

[11] 9.2.4.2 (8)

[11] Gl. (9.23)

[12] NCI Zu 6.3.1
(NA.5)

Somit ist ein rechnerischer Nachweis nur für das Knicken aus der Wandebeine zu führen.

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}}; 1 \right\} \quad [11] \text{ Gl. (6.25)}$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.21)}$$

$$\lambda = \frac{\ell_{\text{ef}}}{i_y} = \frac{250}{2,89} = 86,5$$

$$\ell_{\text{ef}} = \beta \cdot h = 1 \cdot 250 = 250 \text{ cm} \quad [12] \text{ Gl. (NA.167)}$$

$$\beta = 1 \quad [12] \text{ Tab. NA.24}$$

$$h = 250 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{86,5}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,0}{7400}} = 1,47$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2] \quad [11] \text{ Gl. (6.27)}$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für Vollholz} \quad [11] \text{ Gl. (6.29)}$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,47 - 0,3) + 1,47^2] = 1,70$$

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{1,70 + \sqrt{1,70^2 - 1,47^2}}; 1 \right\} = \min\{0,39; 1\} = 0,39$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{2,v,Ed}}{A} = \frac{22,9 \cdot 10^3}{50,0 \cdot 10^2} = 4,6 \text{ N/mm}^2 \quad F_{2,v,Ed} \text{ ist maßgebend}$$

Nachweis für Druck in den Innenrippen

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{4,6}{0,39 \cdot 14,5} = 0,81 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.23)}$$

Nachweis der Schwellenpressung

[11] 6.1.5

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{2,c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{\text{ef}}} = \frac{F_{2,v,Ed}}{A_{\text{ef},2}} = \frac{22,9 \cdot 10^3}{110 \cdot 10^2} = 2,1 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (6.4)}$$

Nachweis Druck rechtwinklig zur Faserrichtung (Schwellenpressung)

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \quad [11] \text{ Gl. (6.3)}$$

$$k_{c,90} = 1,25 \quad [11] 6.1.5 (3)$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,1}{1,25 \cdot 1,7} = 0,99 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Nachweis der zugbeanspruchten Außenrippe

$$F_{1,t,Ed} = \frac{F_{1,v,Ed} \cdot h}{b_1} = \frac{4,05 \cdot 2,50}{1,25} = 8,1 \text{ kN} \quad [11] \text{ Gl. (9.23)}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{F_{1,v,Ed}}{A} = \frac{8,1 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^2} = 1,62 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis für Zug in der Außenrippe

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{1,62}{9,7} = 0,17 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Beulen infolge Schubbeanspruchung der Beplankung

[11] 9.2.4.2 (11)

Der Nachweis darf entfallen für:

$$\frac{b_{\text{net}}}{t} \leq 100$$

$$b_{\text{net}} = \ell - \frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{2} = 1250 - \frac{100}{2} - \frac{100}{2} = 1150 \text{ mm}$$

$$t = 12,5 \text{ mm}$$

$$\frac{1150}{12,5} = 92 < 100 \quad \text{Anforderung erfüllt}$$

Nachweis der Tragfähigkeit der Beplankung

[12] NCI Zu 9.2.4.2 (NA.16)

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{F_{f,Rd} / (t \cdot s)}{f_{v,d}} \leq 1 \quad [12] \text{ Gl. (NA.138)}$$

$$F_{f,Rd} = 161 \text{ N}$$

$$t = 12,5 \text{ mm}$$

$$s = 56 \text{ mm}$$

$$f_{v,Gi,d} = 0,62 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_{v,Gi,d} \\ f_{v,Gi,d} \cdot \frac{35 \cdot t}{b_{\text{net}}} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot 0,62 \\ 0,62 \cdot \frac{35 \cdot 12,5}{1150} \end{array} \right\} = 0,24 \text{ N/mm}^2 \quad [12] \text{ NCI Zu 9.2.4.2 (NA.16)}$$

$$\frac{F_{f,Rd} / (t \cdot s)}{f_{v,d}} = \frac{161 / (12,5 \cdot 56)}{0,24} = 0,96 < 1 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Die seitlichen Randrippen sind mit der Unterkonstruktion zu verbinden. Für die Zugkraft $F_{1,t,Ed}$ von 8,1 kN ist ein geeignetes Stahlblechformteil mit entsprechenden Verbindungsmitteln direkt an die Rippen anzuschließen und an die Unterkonstruktion zu verankern. Ebenfalls ist die Horizontalkraft über geeignete Verbindungsmittel an die Unterkonstruktion zu übertragen.

[11] 9.2.4.2 (1)

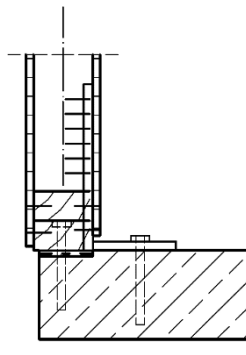


Bild C.2.3-2

Konstruktive Anforderungen

Spaltgefahr der Kiefernholzrippen

$$t_{\text{req}} = \max \left\{ 7 \cdot d; (13 \cdot d - 30) \frac{\rho_k}{400} \right\}$$

$$\rho_k = 350 \text{ kg/m}^3$$

$$= \max \left\{ 7 \cdot 2,8; (13 \cdot 2,8 - 30) \frac{350}{400} \right\}$$

$$= \max \{ 20; 6 \}$$

$$= 20 \text{ mm}$$

$$b_{1(2)} = 100 \text{ mm} > 20 \text{ mm} = t_{\text{req}}$$

Nachweis erbracht

Nagelabstände

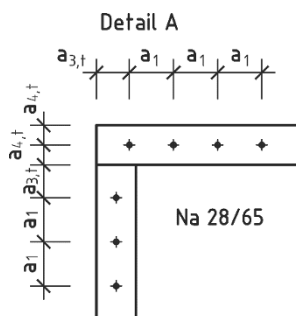


Bild C.2.3-3

Für Gipsplatten-Holz-Verbindungen sind nur Nägel nach DIN 1052-10 zulässig.

Als Randabstand der Verbindungsmittel für Platten und Rippen darf bei Wandscheiben mit allseitig schubsteif verbundenen Plattenrändern das Maß $a_{4,c}$ gewählt werden.

Der Abstand der Verbindungsmittel ist an allen Plattenrändern auf den Rippen konstant. Für Gipskarton-Holz-Verbindungen ist der

[11] 8.3.1.2 (6)

[11] Gl. (8.18)

[13] Tab. 1

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.5)

[12] NCI Zu 9.2.4.2 (NA.19)

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.11)

Mindestnagelabstand für Gipskarton-Holz-Verbindungen abweichend mit $20 \cdot d$ anzusetzen.

erforderlicher Abstand		vorhandener Abstand	Anforderung
Holz	Gipskartonplatte		
$10 \cdot d = 28 \text{ mm}$	$20 \cdot d = 56 \text{ mm}$	$a_1 = 56 \text{ mm}$	erfüllt
$7 \cdot d = 19,6 \text{ mm}$	$7 \cdot d = 19,6 \text{ mm}$	$a_{4,c} = 25 \text{ mm}$	erfüllt
$5 \cdot d = 14 \text{ mm}$	$7 \cdot d = 19,6 \text{ mm}$	$a_{1,c(t)} = 42 \text{ mm}$	erfüllt

[11] Tab.8.2
[11] 9.2.4.2 (5)
[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.13)

Bei Gipskarton-Holz-Verbindungen darf der größte Abstand $60 \cdot d$, höchstens jedoch 150 mm, betragen.

[12] NCI Zu 8.3.1.3 (NA.11)

Die geforderten Anforderungen sind erfüllt.

Für Wandtafeln ist eine Berücksichtigung der Auswirkungen von Imperfektionen in Form einer Schrägstellung und ein Nachweis der horizontalen Verformung nicht erforderlich, wenn

[12] NCI Zu 9.2.4.2 (NA.18)

- die Tafellänge mindestens $h/3$ beträgt
- die Breite der Platten mindestens $h/4$ beträgt,
- die Tafel direkt in einer steifen Unterkonstruktion gelagert ist
- die Erhöhung der charakteristischen Werte der Tragfähigkeit der Verbindungsmittel nach [11] 9.2.4.2 (5) nicht in Anspruch genommen wird.

Die Bedingungen sind eingehalten. Es wird somit auf einen Verformungsnachweis verzichtet.

Beispiel D.1

Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt für den Brandfall (R30)

Aufgabenstellung

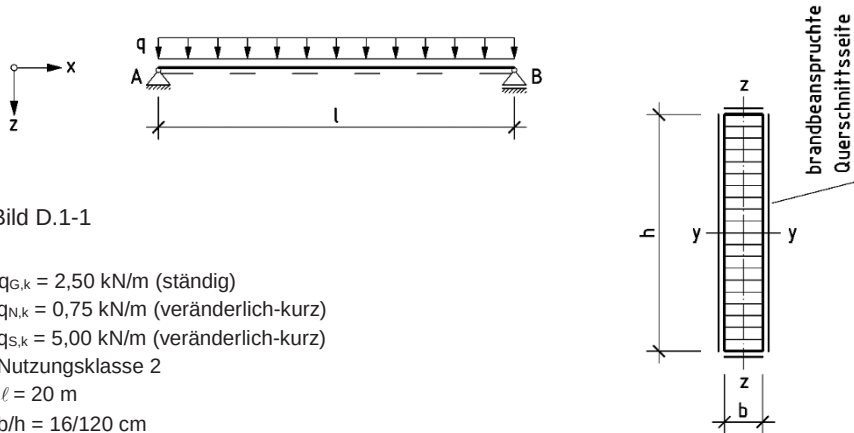


Bild D.1-1

$q_{G,k} = 2,50 \text{ kN/m}$ (ständig)
 $q_{N,k} = 0,75 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 $q_{S,k} = 5,00 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 20 \text{ m}$
 $b/h = 16/120 \text{ cm}$
 $e = 3,33 \text{ m}$ Pfettenabstand
 Festigkeitsklasse GL24h
 Brandbeanspruchung: vierseitig
 Feuerwiderstandsdauer: $t = 30 \text{ min}$

Berechnung

Es wird der Brettschichtholzträger mit konstantem Querschnitt des Beispiels A.2.2 für den Brandfall nach dem Genaueren Verfahren nach DIN EN 1995-1-2 Abschnitt 4.2.3 bemessen.

Grenzzustände der Tragfähigkeit

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_{dA} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{GA,j} \cdot G_{k,j} \oplus \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{GA,j} = 1,0$

$\psi_{1,N} = 0$ $\psi_{2,N} = 0$ (Kategorie H: Dächer)

$\psi_{1,S} = 0,2$ $\psi_{2,S} = 0$ ($NN \leq 1000 \text{ m}$)

Bemessungswerte der Einwirkungen

Aufgrund der Dachneigung treten Einwirkungen aus Wind ausschließlich als Windsog auf, die als günstig wirkende veränderliche Einwirkung nicht zu berücksichtigen ist.

Anmerkung

[21] 4.2.3

[1] Gl. (6.11a) und (6.11b)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.1

[2] Tab. NA.A.1.1

[3] 3.3.2

[2] Tab. NA.A.1.1

Eine Überlagerung von Nutzlasten der Kategorie H (Dächer) mit Schneelasten ist nicht erforderlich. Da die Kombinationsbeiwerte ψ_1 und ψ_2 der Nutzlasten Null sind, ergibt sich der maßgebende Bemessungswert der Einwirkungen für eine Kombination aus Eigengewicht und Schnee

$$\begin{aligned} q_{G,d,fi} &= \gamma_{GA} \cdot q_{G,k} = 1,0 \cdot 2,5 &= 2,5 \text{ kN/m} \\ q_{N,d,fi} &= \psi_{1,N} \cdot q_{N,k} = 0 \cdot 0,75 &= 0 \\ q_{S,d,fi} &= \psi_{1,S} \cdot q_{S,k} = 0,2 \cdot 5,0 &= 1,0 \text{ kN/m} \\ q_{d,fi} &= q_{G,d,fi} + q_{S,d,fi} = 2,5 + 1,0 &= 3,5 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$\begin{aligned} M_{d,fi} &= \frac{q_{d,fi} \cdot \ell^2}{8} = \frac{3,5 \cdot 20^2}{8} &= 175,0 \text{ kNm} \\ V_{A,d,fi} &= \frac{q_{d,fi} \cdot \ell}{2} = \frac{3,5 \cdot 20}{2} &= 35,0 \text{ kN} \end{aligned}$$

maßgebende Querkraft im Abstand h vom Auflagerrand

$$\begin{aligned} V_{d,fi} &= \frac{2 \cdot V_{A,d,fi}}{\ell} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - h(t_f) \right) \\ &= \frac{2 \cdot 35,0}{20} \cdot \left(\frac{20}{2} - 115,8 \cdot 10^{-2} \right) &= 30,9 \text{ kN} \end{aligned}$$

Querschnittswerte

$$\begin{aligned} \beta_n &= 0,7 \text{ mm/min} && \text{Abbrandrate} \\ t &= 30 \text{ min} && \text{Branddauer} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{char,n} &= \beta_n \cdot t = 0,7 \cdot 30 &= 21 \text{ mm} \\ b(t) &= b - 2 \cdot d_{char,n} = 16 - 2 \cdot 2,1 &= 11,8 \text{ cm} \\ h(t) &= h - 2 \cdot d_{char,n} = 120 - 2 \cdot 2,1 &= 115,8 \text{ cm} \\ p &= 2 \cdot b(t) + 2 \cdot h(t) \quad (\text{Umfang des ideellen Restquerschnitts}) \\ &= 2 \cdot 11,8 + 2 \cdot 115,8 &= 255,2 \text{ cm} \\ A_r &= b(t) \cdot h(t) = 11,8 \cdot 115,8 &= 1366,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$A_{r,t} = k_{cr} \cdot b(t) \cdot h(t) = 0,71 \cdot 11,8 \cdot 115,8 = 976,0 \text{ cm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2,5}{f_{v,k}} = \frac{2,5}{3,5} = 0,71$$

$$W_{y,r} = \frac{b(t) \cdot h(t)^2}{6} = \frac{11,8 \cdot 115,8^2}{6} = 26372 \text{ cm}^3$$

$$I_{y,r} = \frac{b(t) \cdot h(t)^3}{12} = \frac{11,8 \cdot 115,8^3}{12} = 1,53 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,y,d,fi} = \frac{M_{d,fi}}{W_{y,r}} = \frac{175,0 \cdot 10^6}{26372 \cdot 10^3} = 6,64 \text{ N/mm}^2$$

[3] 3.3.2 (1)

Eigengewicht

Nutzlasten (Dächer)

Schnee

Theorie I. Ordnung

[12] NCI Zu 6.1.7 (NA.5)

[21] Tab. 3.1

[7] Gl. (9b)

[11] 6.1.7 (2) (für Schub)

[12] NDP Zu 6.1.7 (2)

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_{d,fi}}{A_{r,T}} = 1,5 \cdot \frac{31,5 \cdot 10^3}{976,0 \cdot 10^2} = 0,48 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

[14] Tab. 5

$$\begin{aligned} f_{m,g,k} &= 24,0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{v,g,k} &= 3,5 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,g,mean} &= 11500 \text{ N/mm}^2 \\ G_{g,mean} &= 650 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,g,05} &= 9600 \text{ N/mm}^2 \\ G_{g,05} &= 540 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten für den Brandfall

[21] 2.3
[21] 4.2.3 (3)

$$f_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_k}{\gamma_{M,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (2.1)}$$

$$E_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{M,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (2.2)}$$

$$G_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{G_{05}}{\gamma_{M,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (2.2)}$$

$$k_{mod,m,fi} = 1 - \frac{1}{200} \cdot \frac{p}{A_r} \quad [21] \text{ Gl. (4.2)}$$

$$= 1 - \frac{1}{200} \cdot \frac{255,2 \cdot 10^{-2}}{1366,4 \cdot 10^{-4}} = 0,91$$

$$k_{mod,E,fi} = 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{p}{A_r} \quad [21] \text{ Gl. (4.4)}$$

$$= 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{255,2 \cdot 10^{-2}}{1366,4 \cdot 10^{-4}} = k_{mod,G,fi} = 0,94$$

$$k_{fi} = 1,15$$

$$\gamma_{M,fi} = 1,0$$

[21] Tab. 2.1
[21] 2.3 Anm. 2
[22] NDP Zu 2.3(1)P

$$f_{m,d,fi} = 0,91 \cdot 1,15 \cdot \frac{24,0}{1,0} = 25,1 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{d,fi} = 0,94 \cdot 1,15 \cdot \frac{9600}{1,0} = 10378 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{d,fi} = 0,94 \cdot 1,15 \cdot \frac{540}{1,0} = 583,7 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.3

Kippbeiwert

$$k_{crit,fi} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m,fi} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m,fi} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m,fi} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m,fi}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m,fi} \end{cases}$$

[11] Gl. (6.34)

$$\lambda_{\text{rel},m,fi} = \sqrt{\frac{f_{m,k,fi}}{\sigma_{m,crit,fi}}} \quad [11] \text{ Gl. (6.30)}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b(t)^2}{h(t) \cdot \ell_{ef,y,fi}} \cdot E_{0,g,05,fi} \quad [11] \text{ Gl. (6.32)}$$

Die Aussteifung des Binders ist derart auszuführen, dass der verbleibende Restquerschnitt der Aussteifung 60% der für die Bemessung unter Normaltemperatur erforderlichen Querschnittsfläche beträgt und das Bauteil mit Nägeln, Schrauben, Dübeln oder Bolzen befestigt ist. Die Abstützung behält somit während der maßgebenden Brandbeanspruchung von 30 Minuten ihre Funktionstüchtigkeit. Der Abstand der gehaltenen Punkte entspricht dem Pfettenabstand.

[21] 4.3.5 (2)

$$\ell_{ef,y,fi} = 3,33 \text{ m} \quad \text{Abstand der gehaltenen Punkte}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{m,crit} &= \frac{0,78 \cdot b(t)^2}{h(t) \cdot \ell_{ef,y,fi}} \cdot E_{0,g,05,fi} \\ &= \frac{0,78 \cdot b(t)^2}{h(t) \cdot \ell_{ef,y,fi}} \cdot k_{\text{mod},E,fi} \cdot k_{fi} \cdot E_{0,g,05} \cdot 1,4 \\ &= \frac{0,78 \cdot 118^2}{1158 \cdot 3,33 \cdot 10^3} \cdot 0,94 \cdot 1,15 \cdot 9600 \cdot 1,4 = 40,9 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Bei der Ermittlung von $\sigma_{m,crit}$ darf das Produkt der Steifigkeiten mit dem Faktor 1,4 multipliziert werden.

[12] NCI Zu 6.3.3 (2)
Anmerkung 1

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{rel},m,fi} &= \sqrt{\frac{f_{m,k,fi}}{\sigma_{m,crit,fi}}} = \sqrt{\frac{k_{\text{mod},m,fi} \cdot k_{fi} \cdot f_{m,k,fi}}{\sigma_{m,crit,fi}}} \\ &= \sqrt{\frac{0,91 \cdot 1,15 \cdot 24,0}{40,9}} = 0,78 \end{aligned}$$

$$\text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel},m,fi} \leq 1,4$$

[11] Gl. (6.34)

$$k_{m,fi} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel},m,fi} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,78 = 0,98$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{crit,fi} \cdot f_{m,d,fi}} = \frac{6,64}{0,98 \cdot 25,1} = 0,27 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[11] Gl. (6.33)

Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

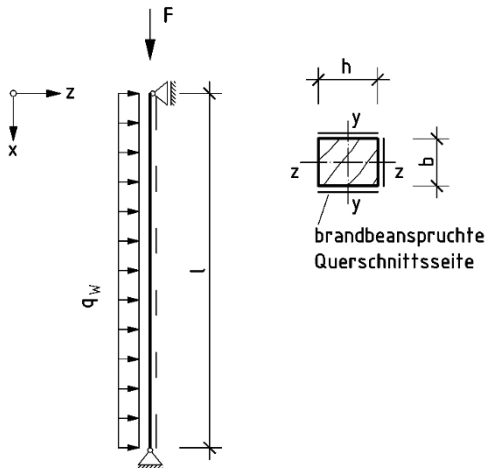
[21] 4.3.1 (2)

Eine Schubbeanspruchung darf in rechteckigen Querschnitten vernachlässigt werden.

Beispiel D.2

Gelenkig gelagerte Stütze für den Brandfall (R30)

Aufgabenstellung



$F_{G,k} = 15 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 40 \text{ kN}$ (veränderlich-mittel)
 Kategorie B (Büro)
 $q_{w,k} = 2,5 \text{ kN/m}$ (veränderlich-kurz)
 Nutzungsklasse 2
 $\ell = 3,50 \text{ m}$
 $b/h = 16/20 \text{ cm}$ Stütze
 Festigkeitsklasse C24
 Brandbeanspruchung: dreiseitig
 Feuerwiderstandsdauer: $t = 30 \text{ min}$

Bild D.2-1

Berechnung

Anmerkung

Grenzzustände der Tragfähigkeit im Brandfall

Kombinationsregel für Einwirkungen

$$E_{dA} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{GA,j} \cdot G_{k,j} \oplus \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$$

hier: $\gamma_{GA,j} = 1,0$

$$\psi_{1,N} = 0,5 \quad \psi_{2,N} = 0,3$$

$$\psi_{1,W} = 0,5 \quad \psi_{2,W} = 0$$

[1] Gl. (6.11a) und (6.11b)

[2] Tab. NA.A.1.2(A)

[2] Tab. NA.A.1.1

[2] Tab. NA.A.1.1

Einwirkungskombinationen

EK 1: $\gamma_{GA} \cdot F_{G,k} \oplus \psi_{1,N} \cdot F_{Q,k} \oplus \psi_{2,W} \cdot q_{w,k}$

EK 2: $\gamma_{GA} \cdot F_{G,k} \oplus \psi_{1,W} \cdot q_{w,k} \oplus \psi_{2,N} \cdot F_{Q,k}$

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Theorie I. Ordnung

EK 1

$$N_{d,fi} = \gamma_{GA} \cdot F_{G,k} + \psi_{1,N} \cdot F_{Q,k}$$

$$= 1,0 \cdot 15 + 0,5 \cdot 40$$

$$= 35,0 \text{ kN}$$

$$M_{d,fi} = \frac{\psi_{2,W} \cdot q_{w,k} \cdot \ell^2}{8}$$

$$= 0$$

$$V_{d,fi} = \frac{\psi_{2,W} \cdot q_{W,k} \cdot \ell}{2} = 0$$

Ek 2

$$N_{d,fi} = \gamma_{GA} \cdot F_{G,k} + \psi_{2,N} \cdot F_{Q,k} = 1,0 \cdot 15 + 0,3 \cdot 40 = 27,0 \text{ kN}$$

$$M_{d,fi} = \frac{\psi_{1,W} \cdot q_{W,k} \cdot \ell^2}{8} = \frac{0,5 \cdot 2,5 \cdot 3,50^2}{8} = 1,91 \text{ kNm}$$

$$V_{d,fi} = \frac{\psi_{2,W} \cdot q_{W,k} \cdot \ell}{2} = \frac{0,5 \cdot 2,5 \cdot 3,50}{2} = 2,19 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$\beta_n = 0,8 \text{ mm/min} \quad \text{Abbrandrate}$$

$$t_f = 30 \text{ min} \quad \text{Branddauer}$$

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t = 0,8 \cdot 30 = 24 \text{ mm}$$

$$b(t) = b - 2 \cdot d_{char,n} = 16 - 2 \cdot 2,4 = 11,2 \text{ cm}$$

$$h(t) = h - 1 \cdot d_{char,n} = 20 - 1 \cdot 2,4 = 17,6 \text{ cm}$$

$$p = 1 \cdot b(t) + 2 \cdot h(t) = 1 \cdot 11,2 + 2 \cdot 17,6 = 46,4 \text{ cm}$$

$$A_r = b(t) \cdot h(t) = 11,2 \cdot 17,6 = 197,1 \text{ cm}^2$$

$$I_{y,r} = \frac{b(t) \cdot h(t)^3}{12} = \frac{11,2 \cdot 17,6^3}{12} = 5088,3 \text{ cm}^4$$

$$I_{z,r} = \frac{b(t)^3 \cdot h(t)}{12} = \frac{11,2^3 \cdot 17,6}{12} = 2060,6 \text{ cm}^4$$

$$W_{y,r} = \frac{b(t) \cdot h(t)^2}{6} = \frac{11,2 \cdot 17,6^2}{6} = 578,2 \text{ cm}^3$$

Bemessungswert der Beanspruchung für Ek 1

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{35,0 \cdot 10^3}{197,1 \cdot 10^2} = 1,78 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen für Ek 2

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{27,0 \cdot 10^3}{197,1 \cdot 10^2} = 1,37 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d,fi} = \frac{M_{d,fi}}{W_{y,r}} = \frac{1,91 \cdot 10^6}{578,2 \cdot 10^3} = 3,30 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{d,fi} = 1,5 \cdot \frac{V_{d,fi}}{A_r} = 1,5 \cdot \frac{2,19 \cdot 10^3}{197,1 \cdot 10^2} = 0,17 \text{ N/mm}^2$$

charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften

$$f_{m,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

[21] Tab. 3.1

[13] Tab. 1

$$G_{\text{mean}} = 690 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

[21] 2.3
[21] 4.2.3 (3)

$$f_{d,fi} = k_{\text{mod},fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_k}{\gamma_{M,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (2.1)}$$

$$E_{d,fi} = k_{\text{mod},fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{M,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (2.2)}$$

$$G_{d,fi} = k_{\text{mod},fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{2/3 \cdot G_{\text{mean}}}{\gamma_{M,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (2.2)}$$

Der Mittelwert des Schubmoduls wurde mit 2/3 multipliziert, um den 5 %-Quantilwert zu erhalten, der als Grundlage für den Nachweis benötigt wird.

$$k_{\text{mod},c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{p}{A_r} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{46,4 \cdot 10^{-2}}{197,1 \cdot 10^{-4}} = 0,81 \quad [21] \text{ Gl. (4.3)}$$

$$k_{\text{mod},m,fi} = 1 - \frac{1}{200} \cdot \frac{p}{A_r} = 1 - \frac{1}{200} \cdot \frac{46,4 \cdot 10^{-2}}{197,1 \cdot 10^{-4}} = 0,88 \quad [21] \text{ Gl. (4.2)}$$

$$k_{\text{mod},E,fi} = 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{p}{A_r} = 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{46,4 \cdot 10^{-2}}{197,1 \cdot 10^{-4}} = 0,93 \quad [21] \text{ Gl. (4.4)}$$

$$k_{\text{mod},G,fi} = k_{\text{mod},E,fi} = 0,93$$

$$k_{fi} = 1,15$$

$$\gamma_{M,fi} = 1,0$$

[21] Tab. 2.1
[21] 2.3 Anm. 2
[22] NDP Zu 2.3(1)P

$$f_{c,0,d,fi} = 0,81 \cdot 1,25 \cdot \frac{21,0}{1,0} = 21,3 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,d,fi} = 0,88 \cdot 1,25 \cdot \frac{24,0}{1,0} = 26,4 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{d,fi} = 0,93 \cdot 1,25 \cdot \frac{7400}{1,0} = 8603 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{d,fi} = 0,93 \cdot 1,25 \cdot \frac{2/3 \cdot 690}{1,0} = 535 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

[11] 6.3.2

Knicklängen

$$\ell_{\text{ef},y} = \beta_y \cdot \ell$$

$$\ell_{\text{ef},z} = \beta_z \cdot \ell$$

$$\beta_y = \beta_z = 1,0 \quad (\text{Eulerfall } 2)$$

$$\ell_{\text{ef},y} = \ell_{\text{ef},z} = \beta \cdot \ell = 1,0 \cdot 3,50 = 3,50 \text{ m}$$

[11] Tab. NA.24

Schlankheit für das Knicken um die y-Achse

$$\lambda_{y,fi} = \frac{\ell_{\text{ef},y}}{\sqrt{I_{y,r}/A_r}} = \frac{3,50 \cdot 10^2}{\sqrt{5088,3/197,1}} = 68,9$$

Schlankheit für das Knicken um die z-Achse

$$\lambda_{z,fi} = \frac{\ell_{ef,z}}{\sqrt{I_{z,fi}/A_r}} = \frac{3,50 \cdot 10^2}{\sqrt{2060,6/197,1}} = 108,2$$

Knickbeiwerte

$$k_{c,fi} = \min \left\{ \frac{1}{k_{fi} + \sqrt{k_{fi}^2 - \lambda_{rel,c,fi}^2}}; 1,0 \right\}$$

$$\bar{k}_{fi} = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,c,fi} - 0,3) + \lambda_{rel,c,fi}^2]$$

$$\beta_c = 0,2 \quad (\text{für Vollholz})$$

$$\lambda_{rel,c,y,fi} = \frac{\lambda_{y,fi}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{E_{d,fi}}}$$

$$= \frac{68,9}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,3}{8603}} = 1,08$$

$$\lambda_{rel,c,z,fi} = \frac{\lambda_{z,fi}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{E_{d,fi}}}$$

$$= \frac{108,2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,3}{8603}} = 1,71$$

$$\bar{k}_{y,fi} = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,08 - 0,3) + 1,08^2] = 1,16$$

$$\bar{k}_{z,fi} = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,71 - 0,3) + 1,71^2] = 2,10$$

$$k_{c,y,fi} = \min \left\{ \frac{1}{1,16 + \sqrt{1,16^2 - 1,08^2}}; 1,0 \right\} = 0,63$$

$$k_{c,z,fi} = \min \left\{ \frac{1}{2,10 + \sqrt{2,10^2 - 1,71^2}}; 1,0 \right\} = 0,30$$

Kippbeiwert

$$k_{crit,fi} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{rel,m,fi} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m,fi} & \text{für } 0,75 < \lambda_{rel,m,fi} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m,fi}^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_{rel,m,fi} \end{cases}$$

$$\lambda_{rel,m,fi} = \sqrt{\frac{f_{m,k,fi}}{\sigma_{m,crit,fi}}}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b(t)^2}{h(t) \cdot \ell_{ef,y,fi}} \cdot E_{0,g,05,fi}$$

$$\ell_{ef,y,fi} = 3,50 \text{ m}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b(t)^2}{h(t) \cdot \ell_{ef,y,fi}} \cdot E_{0,g,05,fi}$$

$$= \frac{0,78 \cdot b(t)^2}{h(t) \cdot \ell_{ef,y,fi}} \cdot k_{mod,E,fi} \cdot k_{fi} \cdot E_{0,05} \cdot 1,4$$

[11] 6.3.2 (3)

[11] Gl. (6.25)/(6.26)

[11] Gl. (6.27)/(6.28)

[11] Gl. (6.29)

[11] Gl. (6.21)

[11] Gl. (6.34)

[11] Gl. (6.30)

[11] Gl. (6.32)

Abstand der gehaltenen Punkte

$$= \frac{0,78 \cdot 112^2}{176 \cdot 3,50 \cdot 10^3} \cdot 0,93 \cdot 1,15 \cdot 7400 \cdot 1,4 = 176,0 \text{ N/mm}^2$$

Bei der Ermittlung von $\sigma_{m,crit}$ darf das Produkt der Steifigkeiten mit dem Faktor 1,4 multipliziert werden.

$$\lambda_{rel,m,fi} = \sqrt{\frac{f_{m,k,fi}}{\sigma_{m,crit,fi}}} = \sqrt{\frac{k_{mod,m,fi} \cdot k_{fi} \cdot f_{m,k,fi}}{\sigma_{m,crit,fi}}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,88 \cdot 1,15 \cdot 24,0}{176,0}} = 0,37$$

$$k_{m,fi} = 1,0$$

Nachweise

Ek 1

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,y,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,y,d,fi}} = \frac{1,78}{0,63 \cdot 21,3} + 0$$

$$= 0,13 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

[12] NCI Zu 6.3.3 (2)
Anmerkung 1

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,z,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,y,d,fi}} = \frac{1,78}{0,30 \cdot 21,3} + 0,7 \cdot 0$$

$$= 0,28 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

Ek 2

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,y,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,y,d,fi}} = \frac{1,37}{0,63 \cdot 21,3} + \frac{3,30}{1 \cdot 26,4}$$

$$= 0,23 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,z,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,y,d,fi}} = \frac{1,37}{0,30 \cdot 21,3} + 0,7 \cdot \frac{3,30}{1 \cdot 26,4}$$

$$= 0,30 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

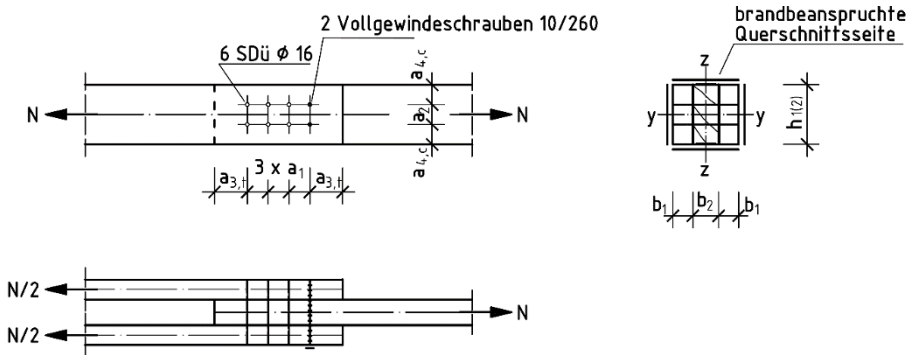
Nachweis der Querschnittstragfähigkeit auf Schub

Eine Schubbeanspruchung darf in rechteckigen Querschnitten vernachlässigt werden.

[21] 4.3.1 (2)

Beispiel D.3

Zweischnittige Zugverbindung mit Stabdübeln für eine Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten



$F_{G,k} = 30 \text{ kN}$ (ständig)
 $F_{Q,k} = 20 \text{ kN}$ (veränderlich - kurz)
 Brandbeanspruchung: vierseitig
 Feuerwiderstandsdauer: $t = 30 \text{ min}$
 Nutzungsklasse 1

Seitenhölzer: $b_1/h_1 = 80/180 \text{ mm}$
 Mittelholz: $b_2/h_2 = 100/180 \text{ mm}$
 Festigkeitsklasse C24
 Stabdübel S 235, $d = 16 \text{ mm}$
 Die Mindestabstände unter Normaltemperatur sind eingehalten.

Brandschutzbemessung nach DIN EN 1995-1-2	Anmerkung
Die Zugverbindung wird für den Brandfall nach DIN EN 1995-1-2 mit dem vereinfachten und dem genaueren Verfahren bemessen. Bemessungswerte der Schnittgrößen unter Normaltemperatur <i>Kombinationsregel für Einwirkungen</i> $E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}$ hier: $\gamma_{G,j} = 1,35$ und $\gamma_{Q,1} = 1,5$ <i>Bemessungswerte der Einwirkungen</i> $F_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 30 = 41 \text{ kN}$ $F_{Q,d} = \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,50 \cdot 20 = 30 \text{ kN}$ $F_d = F_{G,d} + F_{Q,d} = 41 + 30 = 71 \text{ kN}$	[1] 6.4.3.2 (3), Gl. (10) [1] Tab. A.1.2(A) Eigenlast veränderliche Last

bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

$$N_{1,d} = \frac{F_d}{2} = \frac{71}{2} = 36 \text{ kN}$$

$$N_{2,d} = F_d = 71 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Einwirkung nach DIN EN 1995-1-2*vereinfachte Methode*

$$E_{d,fi} = \eta_{fi} \cdot E_d = 0,6 \cdot E_d$$

$$N_{1,d,fi} = 0,6 \cdot N_{1,d} = 0,6 \cdot 36 = 22 \text{ kN}$$

genaue Ermittlung der Einwirkung

$$E_{d,fi} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus (\psi_{1,1} \text{ oder } \psi_{2,1}) \cdot Q_{k,1} \right\}$$

$$\gamma_{GA} = 1,0$$

$$\psi_{2,1} = 0 \quad \text{Windlasten}$$

$$N_{1,d,fi} = \gamma_{GA} \cdot \frac{F_{G,k}}{2} + \psi_{2,1} \cdot \frac{F_{Q,k}}{2} = 1,0 \cdot \frac{30}{2} + 0 \cdot \frac{20}{2} = 15 \text{ kN}$$

Bemessung der Holzbauteile nach DIN EN 1995-1-2*charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften*

$$f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$$

Methode mit reduziertem Querschnitt*Querschnittswerte*

$$\beta_n = 0,8 \text{ mm/min} \quad \text{Abbrandrate}$$

$$t = 30 \text{ min} \quad \text{Branddauer}$$

$$k_0 = 1,0$$

$$d_0 = 7 \text{ mm}$$

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t = 0,8 \cdot 30 = 24,0 \text{ mm}$$

$$d_{ef} = d_{char,n} + k_0 \cdot d_0 = 24 + 1,0 \cdot 7 = 31,0 \text{ mm}$$

$$b(t) = b - d_{ef} = 8 - 3,1 = 4,9 \text{ cm}$$

$$h(t) = h - 2 \cdot d_{ef} = 18 - 2 \cdot 3,1 = 11,8 \text{ cm}$$

$$A_{1,n,r} = A_{r,1} - 2 \cdot \Delta A_{St,r} = b_1(t) \cdot h_1(t) - 2 \cdot [d \cdot b_1(t)] = 4,9 \cdot 11,8 - 2 \cdot (16 \cdot 10^{-1} \cdot 4,9) = 42,14 \text{ cm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten für den Brandfall

$$f_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot \frac{f_{0,2}}{\gamma_{M,fi}} = k_{mod,fi} \cdot \frac{k_{fi} \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_{M,fi}}$$

$$k_{mod,fi} = 1,0$$

$$k_{fi} = 1,25$$

Theorie 1. Ordnung

[21] 2.4.2 (2)

[21] Gl. (2.8) u. 2.4.2 (3)

[21] 2.4.2 (1)

[1] Gl. (6.11b)

[1] A.1.3.2
[1] Tab. A.1.1

[1] Tab. A.1.1

[13] Tab. 1

[21] 4.2.2

[21] Tab. 3.1

[21] Tab. 4.1

[21] 4.2.2

[21] Gl. (3.2)

[21] Gl. (4.1)

[21] 2.3

[21] Gl. (2.1) u. (2.4)

[21] 4.2.2 (5)

[21] Tab. 2.1

$$\gamma_{M,fi} = 1,0$$

$$f_{t,0,d,fi} = 1,0 \cdot \frac{1,25 \cdot 14}{1,0} = 17,5 \text{ N/mm}^2$$

[21] 2.3 (1)

Bemessungswert der Beanspruchung mit vereinfachten Einwirkungen

$$\sigma_{1,t,0,d,fi} = \frac{N_{1,dA}}{A_{1,n,r}} = \frac{22 \cdot 10^3}{42,14 \cdot 10^2} = 5,2 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Seitenhölzer

$$\frac{\sigma_{1,t,0,d,fi}}{f_{t,0,d,fi}} = \frac{5,2}{2/3 \cdot 17,5} = 0,45 < 1,0$$

Nachweis erbracht [11] Gl. (6.1)

Bemessungswert der Beanspruchung mit genauen Einwirkungen

$$\sigma_{1,t,0,d,fi} = \frac{N_{1,dA}}{A_{1,n,r}} = \frac{15 \cdot 10^3}{42,14 \cdot 10^2} = 3,6 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Seitenhölzer

$$\frac{\sigma_{1,t,0,d,fi}}{f_{t,0,d,fi}} = \frac{3,6}{2/3 \cdot 17,5} = 0,31 < 1,0$$

Nachweis erbracht [11] Gl. (6.1)

Methode mit reduzierten Eigenschaften

[21] 4.2.3

Querschnittswerte

$$\beta_n = 0,8 \text{ mm/min} \quad \text{Abbrandrate} \quad [21] \text{ Tab. 3.1}$$

$$t = 30 \text{ min} \quad \text{Branddauer}$$

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t = 0,8 \cdot 30 = 24,0 \text{ mm} \quad [21] \text{ Gl. (3.2)}$$

$$b(t) = b - d_{char,n} = 8 - 2,4 = 5,6 \text{ cm}$$

$$h(t) = h - 2 \cdot d_{char,n} = 18 - 2 \cdot 2,4 = 13,2 \text{ cm}$$

$$p = 2 \cdot b(t) + h(t) - 2 \cdot d = 2 \cdot 5,6 + 13,2 - 2 \cdot 1,6 = 21,2 \text{ cm}$$

$$A_{1,n,r} = A_{r,1} - 2 \cdot \Delta A_{St,r} = b_1(t) \cdot h_1(t) - 2 \cdot [d \cdot b_1(t)]$$

$$= 5,6 \cdot 13,2 - 2 \cdot (16 \cdot 10^{-1} \cdot 5,6) = 56,0 \text{ cm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten für den Brandfall

[21] 2.3

$$f_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot \frac{f_{0,2}}{\gamma_{M,fi}} = k_{mod,fi} \cdot \frac{k_{fi} \cdot f_{m,k}}{\gamma_{M,fi}}$$

[21] Gl. (2.1) u. (2.4)

$$k_{mod,fi} = 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{p}{A_r}$$

$$= 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{21,2 \cdot 10^{-2}}{56 \cdot 10^{-4}} = 0,89$$

[21] Gl. (4.4)

$$k_{fi} = 1,25 \quad [21] \text{ Tab. 2.1}$$

$$\gamma_{M,fi} = 1,0 \quad [21] 2.3 (1)$$

$$f_{t,0,d,fi} = 0,89 \cdot \frac{1,25 \cdot 14}{1,0} = 15,6 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Beanspruchung mit vereinfachten Einwirkungen

$$\sigma_{1,t,0,d,fi} = \frac{N_{1,d,fi}}{A_{1,n,r}} = \frac{22 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^2} = 3,9 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Seitenhölzer

$$\frac{\sigma_{1,t,0,d,fi}}{f_{t,0,d,fi}} = \frac{3,9}{2/3 \cdot 15,6} = 0,38 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Bemessungswert der Beanspruchung mit genauen Einwirkungen

$$\sigma_{1,t,0,d,fi} = \frac{N_{1,d,fi}}{A_{1,n,r}} = \frac{15 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^2} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der Seitenhölzer

$$\frac{\sigma_{1,t,0,d,fi}}{f_{t,0,d,fi}} = \frac{2,7}{2/3 \cdot 15,6} = 0,26 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht} \quad [11] \text{ Gl. (6.1)}$$

Tragfähigkeitsnachweis für die Verbindung im Brandfall**1. Bemessung nach den vereinfachten Regeln**

$$t_1 = 80 \text{ mm} > 45 \text{ mm} \quad t_{d,fi} = 20 \text{ min}$$

Erhöhung der Feuerwiderstandsdauer auf 30 Minuten

$$a_{fi} = \beta_n \cdot k_{flux} \cdot (t_{req} - t_{d,fi})$$

$$k_{flux} = 1,5$$

$$a_{fi} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot (30 - 20) = 12 \text{ mm}$$

erforderliche Randabstände unter Normaltemperaturen

$$a_{3,t} = \max.(7 \cdot d; 80 \text{ mm}) = 7 \cdot 16 = 112 \text{ mm}$$

$$a_{4,c} = 3 \cdot d = 3 \cdot 16 = 48 \text{ mm}$$

erforderliche Randabstände im Brandfall zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten

$$a_{3,t,fi} = 112 \text{ mm} + 12 \text{ mm} = 124 \text{ mm}$$

$$a_{4,c,fi} = 48 \text{ mm} + 12 \text{ mm} = 60 \text{ mm}$$

$$a_2 = 3 \cdot d = 3 \cdot 16 = 48 \text{ mm}$$

$$h_{1,fi} = a_2 + 2 \cdot a_{4,c,fi} = 48 + 2 \cdot 60 = 168 \text{ mm} < 180 \text{ mm} = h_1$$

Eine Vergrößerung der Bauteilhöhe ist nicht erforderlich.

Ermittlung der erforderlichen Seitenholzdicke zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten

Für den Versagensfall 4 nach DIN EN 1995-1-1, Gl. (8.7) ist die Tragfähigkeit der Verbindung unabhängig von der Dicke der Seitenholzbauteile. Eine Vergrößerung der Dicke führt zu keiner weiteren Tragfähigkeitssteigerung. Zum Erreichen des Versagensfalles 4 ist eine Dicke $t_{1,req}$ der Seitenhölzer erforderlich.

[21] 6.2

[21] 6.2.1.1

[21] Tab. 6.1

[21] 6.2.1.1 (2)

[21] Gl. (6.1)

[21] 6.2.1.1 (3)

[11] Tab. 8.5

Für Seitenholzbauteile, deren Dicke größer ist als die Summe aus der erforderlichen Abmessung $t_{1,req}$ zum Erreichen des Versagensfalles 4 und der Erhöhung a_{fi} , ist keine weitere Erhöhung der Bauteildicken zum Erreichen einer Feuerwiderstandsdauer von 30 Minuten erforderlich.

$$t_{1,req} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} \cdot 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d}}$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k$$

$$= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 16) \cdot 350 = 24,1 \text{ N/mm}^2 \quad [11] \text{ Gl. (8.32)}$$

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = 1 \quad [11] \text{ Gl. (8.8)}$$

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 360 \cdot 16^{2,6} = 145927 \text{ Nmm} \quad [11] \text{ Gl. (8.30)}$$

$$d = 16 \text{ mm}$$

$$t_{1,req} = 1,15 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{1,0}{1+1,0}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{145927}{24,1 \cdot 16}} = 63 \text{ mm}$$

$$t_{1,fi} = t_{1,req} + a_{fi} = 63 + 12 = 75 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = t_1$$

Eine Vergrößerung der Seitenholzdicke ist nicht erforderlich.

2. Bemessung nach der Methode mit reduzierten Beanspruchungen

$$t_1 = \max \left\{ 50 + 1,25 \cdot (d - 12) = 50 + 1,25 \cdot (16 - 12) = 55 \text{ mm} \right. \quad [21] \text{ Gl. (6.4)}$$

$$t_{1,vorh} = 80 \text{ mm} > 55 \text{ mm} = t_1$$

2.1 Nachweis der Tragfähigkeit der Verbindung nach Gl. (6.5)
charakteristischer mechanischer Widerstand eines
Verbindungsmittels auf Abscheren

$$F_{v,Rk,fi} = k_{fi} \cdot \eta \cdot F_{v,Rk} \quad [21] \text{ Gl. (6.5)}$$

$$k_{fi} = 1,15 \quad [21] \text{ Tab. 2.1}$$

$$\eta = e^{-k \cdot t_{d,fi}} \quad [21] \text{ Gl. (6.6)}$$

$$k = 0,04 \quad [21] \text{ Tab. 6.3}$$

$$t_{d,fi} = 30 \text{ min} \quad (\text{erforderliche Feuerwiderstandsdauer})$$

$$\eta = e^{-0,04 \cdot 30} = 0,30$$

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{0,5 \cdot f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d} \\ 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2 + \beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right] \\ 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \end{array} \right. \quad [11] \text{ Gl. (8.7)}$$

$$\beta = 1,0$$

$$M_{y,k} = 145927 \text{ Nmm}$$

$$f_{h,1,k} = 24,1 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} 24,11 \cdot 80 \cdot 16 \\ 0,5 \cdot 24,11 \cdot 100 \cdot 16 \\ 1,05 \cdot \frac{24,11 \cdot 80 \cdot 16}{2+1} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 1 \cdot (1+1) + \frac{4 \cdot 1 \cdot (2+1) \cdot 145927}{24,11 \cdot 16 \cdot 80^2}} - 1 \right] \\ 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{1+1}} \cdot \sqrt{2 \cdot 145927 \cdot 24,11 \cdot 16} \end{array} \right.$$

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} 30869 \text{ N} \\ 19288 \text{ N} \\ 12638 \text{ N} \\ 12202 \text{ N} \end{array} \right.$$

$$F_{v,Rk,fi} = k_{fi} \cdot \eta \cdot F_{v,Rk} = 1,15 \cdot 0,30 \cdot 12,2 = 4,21 \text{ kN}$$

$$R_{d,fi} = \frac{F_{v,Rk,fi}}{\gamma_{M,fi}} = \frac{4,21}{1,0} = 4,21 \text{ kN}$$

[21] Gl. (2.3) u. (2.6)

$$n_{ef} = \min \left\{ \begin{array}{l} n \\ n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \end{array} \right.$$

$$= \min \left\{ \begin{array}{l} 3 \\ 3^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{80}{13 \cdot 16}} \end{array} \right. = 2,12$$

[11] Gl. (8.34)

$$n_{ef,S} = 2 \cdot n_{ef} = 2 \cdot 2,12 = 4,24$$

Nachweis der Verbindung mit genauen Einwirkungen

$$\frac{N_{1,d,fi}}{n_{ef,S} \cdot R_{d,fi}} = \frac{15}{4,24 \cdot 4,21} = 0,84 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

2.2 Nachweis der vorhandenen Feuerwiderstandsdauer der Verbindung nach Gl. (6.7)

$$t_{d,fi} = \frac{1}{k} \cdot \ln \cdot \frac{\eta_{fi} \cdot \alpha \cdot k_{mod,fi} \cdot \gamma_{M,fi}}{\gamma_M \cdot k_{fi}} \quad [21] \text{ Gl. (6.7)}$$

 α Ausnutzungsgrad der Bemessung unter Normaltemperatur

$$N_{1,d} = 1,35 \cdot 30 + 1,5 \cdot 20 = 70,5 \text{ kN} \quad [1] \text{ Gl. (6.9a)}$$

$$N_{1,d,S} = \frac{N_{1,d}}{2} = 35 \text{ kN}$$

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} \quad [11] \text{ Gl. (2.17)}$$

$$k_{mod} = 0,9$$

[11] Tab. 3.1

$$\gamma_M = 1,3$$

[11] Tab. 2.3

$$F_{v,Rk} = 12202 \text{ N}$$

$$F_{v,Rd} = 0,9 \cdot \frac{12,2}{1,3} = 8,4 \text{ kN}$$

$$\alpha = \frac{N_{1,d,S}}{n_{ef,S} \cdot F_{v,Rd}} = \frac{35}{4,24 \cdot 8,4} = 0,98 < 1,0 \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$$\eta_{fi} = \frac{G_k + \psi_{fi} \cdot Q_{k,1}}{\gamma_G \cdot G_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1}}$$

$\psi_{2,1} = 0$ Windlasten

$$\eta_{fi} = \frac{30 + 0 \cdot 20}{1,35 \cdot 30 + 1,5 \cdot 20} = 0,43$$

$$t_{d,fi} = -\frac{1}{0,04} \cdot \ln \cdot \frac{0,43 \cdot 0,98 \cdot 0,9 \cdot 1,0}{1,3 \cdot 1,15} = 34 \text{ min}$$

[21] 2.4.2 (3),
Gl. (2.9)

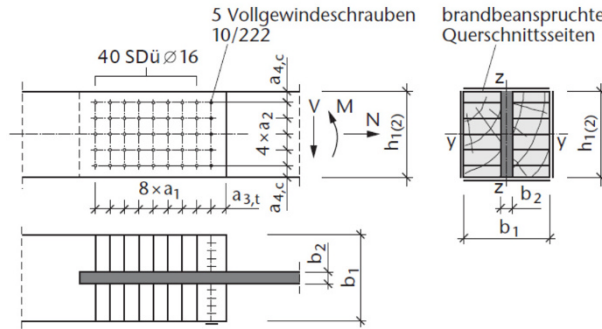
[1] Tab. A.1.1

Vergleich der unterschiedlichen brandschutztechnischen Bemessungen

Bemessungs- element	Bemessungsmethode	Einwirkungs- ermittlung	Auslastungs- grad
Seitenhölzer	vereinfachtes Verfahren (reduzierter Querschnitt) nach Abs. 4.2.2	vereinfacht	0,45
		genau	0,31
	genaueres Verfahren (reduzierte Eigenschaften) nach Abs. 4.2.3	vereinfacht	0,38
		genau $\psi_{2,1}$	0,26
Verbindung	vereinfachte Regeln nach Abs. 6.2.2.1	konstruktive Anforderungen	
	genaueres Verfahren (reduzierte Beanspruchungen) Verbindung nach Gl. (6.5)	genau	0,84
	genaueres Verfahren (reduzierte Beanspruchungen) Verbindung nach Gl. (6.7)	genau	34 min

Beispiel D.4

Anschluss mit innenliegendem Stahlblech und Stabdübeln für eine Feuerwiderstandsdauer von 60 Minuten



Brandbeanspruchung: vierseitig
Feuerwiderstandsdauer: $t = 60$ min

Holzbauteil: $b_1/h_1 = 220/440$ mm
Festigkeitsklasse GL 28c
Stahlblech: $b_2/h_2 = 16/440$ mm
Stabdübel S 235, $d = 12$ mm
Die Mindestabstände unter Normaltemperatur sind eingehalten.

Brandschutzbemessung nach DIN EN 1995-1-2

Anmerkung

Vereinfachte Regeln für geschützte Verbindungen

[21] 6.2.1.2

Der Schutz der Stabdübel erfolgt durch eingeleimte Holzdübel. Da eine Bemessung nach den Vereinfachten Regeln nur für Feuerwiderstandsdauern bis 30 Minuten zulässig ist, erfolgt der Nachweis nach der Methode mit reduzierten Beanspruchungen für geschützte Verbindungen.

Methode mit reduzierten Beanspruchungen für geschützte Verbindungen

[21] 6.2.2.2

erforderliche Dicke der Holzdübel

[21] 6.2.2.2 (1)

$$a_{fi} = \beta_n \cdot k_{flux} \cdot (t_{req} - t_{d,fi})$$

[21] Gl. (6.1)

$$t_{d,fi} = -\frac{1}{k} \cdot \ln \frac{\eta_{fi} \cdot \gamma_{M,fi} \cdot k_{mod} \cdot \alpha}{\gamma_M \cdot k_{fi}}$$

[21] Gl. (6.7)

$$k = 0,085 \quad \text{für Stahl-Holz, } d \geq 12 \text{ mm}$$

[21] Tab. 6.3

$$\eta_{fi} = 0,3 \quad \text{für } Q_{k,1} / G_k = 2,5 \text{ und } \psi_{fi} = 0,2$$

[21] Bild 2.1

$$\gamma_{M,fi} = 1,0$$

[21] 6.3 (1)

Anmerkung 2

$$\begin{aligned}
 k_{\text{mod}} &= 0,9 && \text{für GL, NKL 2, KLED kurz} \\
 \alpha &= 0,95 && \text{Auslastung unter Normaltemperatur} \\
 \gamma_M &= 1,3 \\
 k_{\text{fi}} &= 1,15
 \end{aligned}$$

[11] Tab. 3.1

Annahme

[11] Tab. 2.3

[21] Tab. 2.1

$$t_{d,fi} = -\frac{1}{0,085} \cdot \ln \frac{0,3 \cdot 1,0 \cdot 0,9 \cdot 0,95}{1,3 \cdot 1,15} = 21 \text{ min}$$

$$a_{fi} = 0,7 \cdot 1,15 \cdot (60 - 21) = 41 \text{ mm}$$

[21] Gl. (6.1)

Die Stabdübel sind mit eingeleimten Holzdübeln mit einer Dicke von 41 mm zu schützen.

erforderliche Randabstände für den Brandfall

[21] Abs. 6.2.2.2

Es gelten die Regelungen nach DIN EN 1995-1-2, Abs. 6.2.1.2.

$$a_{3,t,fi} = a_{3,t} + a_{fi}$$

$$a_{3,t} = \max(7 \cdot d; 80) = 84 \text{ mm}$$

[11] Tab. 8.5

$$a_{3,t,fi} = 84 + 42 = 126 \text{ mm}$$

$$a_{4,c,fi} = a_{4,c} + a_{fi}$$

$$a_{4,c} = 3 \cdot d = 36 \text{ mm}$$

[11] Tab. 8.5

$$a_{4,c,fi} = 36 + 42 = 78 \text{ mm}$$

$$a_{2,fi} = a_2 = 3 \cdot d = 36 \text{ mm}$$

[11] Tab. 8.5

$$h_{fi} = 2 \cdot a_{4,c,fi} + 4 \cdot a_{2,fi}$$

$$= 2 \cdot 78 + 4 \cdot 36 = 300 \text{ mm} < 440 \text{ mm}$$

Die vorhandene Höhe der Seitenhölzer ist zur Einhaltung der Rand- und Zwischenabstände ausreichend.

Literaturverzeichnis

- [1] DIN EN 1990:2010-12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung
- [2] DIN EN 1990/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung + NA/A1: 2012-08
- [3] DIN EN 1991-1-1:2010-12: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke - Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau
- [4] DIN EN 1991-1-1/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke - Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau + NA/A1: 2014-07
- [5] DIN EN 1991-1-2:2010-12: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-2: Allgemeine Einwirkungen - Brandeinwirkungen auf Tragwerke + Berichtigung 1: 2013-08
- [6] DIN EN 1991-1-2/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-2: Allgemeine Einwirkungen - Brandeinwirkungen auf Tragwerke
- [7] DIN EN 1991-1-3:2010-12: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen, Schneelasten + A1: 2013-10
- [8] DIN EN 1991-1-3/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen - Schneelasten
- [9] DIN EN 1991-1-4:2010-12: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten
- [10] DIN EN 1991-1-4/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten
- [11] DIN EN 1995-1-1:2010-12: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau + A2: 2014-07
- [12] DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
- [13] DIN EN 338:2013-09: Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen
- [14] DIN EN 14080:2013-09: Holzbauwerke - Brettschichtholz und Balkenschichtholz - Anforderungen
- [15] DIN EN 1993-1-1:2010-12: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau + A1: 2014-07
- [16] DIN EN 1993-1-1/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- [17] DIN EN 1993-1-8:2010-12: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen

- [18] DIN EN 1993-1-8/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen
- [19] Halász, R. von und Scheer, C.: Holzbautaschenbuch – Band 1: Grundlagen, Entwurf, Bemessung und Konstruktionen. 9. Aufl., Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, 1996.
- [20] DIN EN 12369-1:2001-04: Holzwerkstoffe - Charakteristische Werte für die Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Teil 1: OSB, Spanplatten und Faserplatten
- [21] DIN EN 1995-1-2:2010-12: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall
- [22] DIN EN 1995-1-2/NA:2010-12: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall
- [23] DIN 1052-10:2012-05: Herstellung und Ausführung von Holzbauwerken - Teil 10: Ergänzende Bestimmungen
- [24] Johansen, K. W.: Theory of Timber Connections. Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Veröffentlichung Nr. 9, S. 249-262, Bern, Switzerland, 1949.
- [25] Peter, M. und Scheer, C.: Holz Brandschutz Handbuch. 3. Aufl., Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2004.

Die Beispielsammlung des Holzbau-Taschenbuchs beinhaltet vollständig durchgerechnete Bemessungsbeispiele für alle wesentlichen Bauteile, Verbindungen und Konstruktionen des Holzbaus auf der Grundlage der Eurocodes. Vorangestellt werden ausführliche Erläuterungen der Regelungen der DIN EN 1995 hinsichtlich der Grundlagen der Bemessung und der Nachweisführung in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit. Darüber hinaus werden die Bemessungsregeln zum Nachweis für den Brandfall detailliert vorgestellt und anhand von Beispielen veranschaulicht.

Der Band „Bemessungsbeispiele“ des Holzbau-Taschenbuchs dient dem in der Praxis tätigen Ingenieur als Nachschlagewerk und ist für Studierende ein wertvolles Arbeitsmittel im Fach Ingenieurholzbau.

Dr.-Ing. Mandy Peter ist ö. b. u. v. Sachverständige für Holzbau bei der IHK München und Prokuristin der Niederlassung der bauart Konstruktions GmbH & Co. KG, München. Sie ist darüber hinaus in verschiedenen Normenausschüssen zum Holzbau sowie zum Brandschutz tätig.

Prof. Dipl.-Ing. Claus Scheer war Leiter des Fachgebietes Baukonstruktionen / Holz- und Mauerwerksbau an der Technischen Universität Berlin und in der Holzbaunormung tätig. Er ist seit der 7. Auflage Mitherausgeber des Holzbau-Taschenbuchs.

